GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – (GEPEM)

DIRETORIA

Presidente: Maria Laura Mouzinho Leite Lopes
Vice-Presidente: José Carlos de Mello e Souza
Diretor Cultural: Anna Averbuch
Secretário Geral: Franca Cohen Gottlieb
Secretário: Celena Maria Ferreira Cesar
Primeiro Tesoureiro: Wilson Belmonte dos Santos
Segundo Tesoureiro: Leila Alcure

ASSESSORES

ESTUDOS E PESQUISAS:
Maria da Conceição Gomes
Maria José Montes

TÉCNICO-PEDAGÓGICO:
Estela Kaufman Fainguelernt
Amelia Maria N. Pessoa de Queiroz

PUBLICAÇÕES:
Moema L. Mariani de Sá Carvalho
Vera Maria Rodrigues

INTERCÂMBIO INTERNACIONAL:
Franca Cohen Gottlieb

Índice

1. Apresentação 1
2. Aprendizagem por meio de Módulos Instrucionais (Relato de uma experiência)
   Profª Anna Averbuch
   Profª Franca Cohen Gottlieb 3
3. Novas tendências no Ensino da Matemática
   Criatividade no Ensino da Matemática
   Prof. Claude Gaulin 22
4. B1 – Seminário sobre o Ensino da Matemática
   Rio de Janeiro, 12 - 14 abril 1976 (continuação)
   Uma Análise Crítica do Desenvolvimento dos Currículos em Educação Matemática. 27
5. Objetivos do Ensino de Matemática; Por que ensinamos Matemática? 29
6. B2 – Métodos e Resultados de Avaliação em Educação Matemática 32
7. B4 – Pesquisa Relacionada com o Processo de Aprendizagem de Matemática 34
8. B6 – Interação entre a Matemática e outras Disciplinas Escolares 37
9. B5 – Análise Crítica do Uso das Novas Tecnologias Educacionais no Ensino de Matemática 40
10. B7 – Papel dos Algarismos e Computadores no Ensino de Matemática 43
11. O Ensino no Estado do Rio de Janeiro
    Profª Amélia Maria Noronha Pessoa de Quriroz 46
12. Situação do Ensino da Matemática no Estado da Bahia
    Profª Martha Maria de Souza Dantas 49
13. Anotações para um Panorama do Ensino da Matemática no Distrito Federal 52
14. Relato de Nossas Experiências no Campo de Recuperação de Alunos com Deficiência de Escolaridade na Área de Matemática
    Equipe:
    Manhucia P. Liberman
    Maria Aparecida S. Guimarães
    Olga Maria D. de Gouvêa
    Lígia Silveira Monteiro
    Regina Lucia de Motta Wey 56

APRESENTAÇÃO

Na procura constante de aperfeiçoamento do ensino da matemática, e com as mesmas intenções já manifestadas no Boletim 1, de congregar e interessar colegas de matemática ou de outras disciplinas em torno desse objetivo, prosseguimos publicando, no Boletim 2:

- Um artigo sobre "Aprendizagem por meio de módulos instrucionais", das Professoras Anna Averbuch (do Instituto de Educação e da Universidade Stª Úrsula) e Franca Cohen Gottlieb (da Universidade Stª Úrsula e Colégio Estadual Souza Aguiar).
- Um resumo de palestras realizadas no GEPEM pelo Professor Claude Gaulin, da Universidade de Quebec e Presidente da Comissão Internacional para melhoria do ensino de matemática.
- Notícias do Seminário sobre o Ensino de Matemática realizado no Rio de Janeiro, 12-14 de abril de 1976, em prosseguimento das publicadas no Boletim 1, conforme compromisso assumido com os participantes do Seminário.

Dessa maneira, completamos as notícias sobre o referido Seminário, publicando textos motivadores, conclusão dos debates e relatórios apresentados.

Os relatórios sobre a situação do ensino na Bahia e no Distrito Federal já dão por si só uma idéia sobre o panorama da situação geral no Brasil.

As tentativas isoladas que já estão sendo feitas para melhorar esse quadro também aparecem nos Boletins 1 e 2, através dos relatos de Amélia Maria Pessoa de Queiroz, ou do GEEMPA, ou do S.A.P.O.

APRENDIZAGEM POR MEIO DE MÓDULOS INSTRUCIONAIS EM CURSO DE MATEMÁTICA

Relato de uma experiência.
Anna Averbuch
Franca Cohen Gottlieb

Em dezembro de 1976 a professora Diva Noronha levou à Diretoria do GEPEM um convite da Petrobrás para ministrar um curso de nivelamento em Matemática para formação de Técnicos de Transporte Marítimo (Tetrama). Previamente a Petrobrás selecionara, através de concurso, entre 2.000 candidatos (advogados, economistas e administradores), 20 pessoas para seguirem durante seis meses o curso Tetrama, do qual consta, entre 30 disciplinas, a de nivelamento em Matemática.

A diretoria do GEPEM, através dos professores Maria Laura M. Leite Lopes, Anna Averbuch e José Carlos de Mello e Souza, depois de vários encontros com os responsáveis pelo setor de ensino da Petrobrás, assinou um contrato de 120 horas-aula a serem ministradas entre fevereiro e maio de 1977. Durante estes encontros foi elaborado o programa do curso e por sugestão da professora Anna Averbuch foi decidido que a estratégia a ser usada seria a de ensino modular. A idéia foi muito bem recebida, a ponto de resolver-se adotar esta mesma estratégia em todas as disciplinas do TETRAMA.

O programa de matemática elaborado foi o que se segue:

1. ELEMENTOS DE LÓGICA MATEMÁTICA
   - 1.1 – Álgebra das proposições
   - 1.2 – Tabelas Verdades
   - 1.3 – Quantificadores
   - 1.4 – Implicações e Equivalências
   - 1.5 – Aplicações

2. CONJUNTOS, RELAÇÕES E FUNÇÕES
   - 2.1 – Notações de conjuntos
   - 2.2 – Relação de pertinência
   - 2.3 – Diagramas de Venn e Carroll
   - 2.4 – Intervalos
   - 2.5 – Relação de inclusão – Subconjuntos
   - 2.6 – Operações com conjuntos
   - 2.7 – Conjunto das partes de um conjunto
   - 2.8 – Álgebra de Boole dos conjuntos

2.9 – Produto Cartesiano – árvore das possibilidades
2.10 – Relações
2.11 – Funções

3. ESTRUTURAS ALGÉBRICAS E CONSTRUÇÃO DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS
3.1 – Operações binárias
3.2 – Principais Estruturas
3.3 – Homorfismo e Isomorfismo
3.4 – Conjunto dos números naturais e conjunto dos números inteiros
3.5 – Conjunto dos números racionais
3.6 – Conjunto dos números reais

4. ELEMENTOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA
4.1 – Sucessões
4.2 – Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas
4.3 – Logarítmos
4.4 – Juros compostos
4.5 – Valor atual
4.6 – Valor futuro
4.7 – Anuidade
4.8 – Perpetuidade
4.9 – Custo Capitalizado
4.10 – Depreciação

5. ELEMENTOS DE CÁLCULO
5.1 – Limites
5.2 – Continuidade
5.3 – Derivadas
5.4 – Máximos e Mínimos
5.5 – Convexidade
5.6 – Diferenciação
5.7 – Integrais: Definidas e indefinidas
5.8 – Aplicações

6. ELEMENTOS DE ÁLGEBRA LINEAR
6.1 – Motivação ao Estudo de Álgebra Linear
6.2 – Matrizes
6.3 – Espaços Vetoriais
6.4 – Sistemas Lineares

O GEPEM entrou em contato com vários de seus sócios, sondando possibilidades e interesses. Tratando-se de um curso extenso (a disciplina em questão é a que mais número de horas-aula tem no curso todo) a ser ministrado em tempo relativamente curto, ficou o trabalho distribuido da seguinte maneira:

- Unidades 1 e 2 (20 horas-aula): Professoras Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb.
- Unidade 3 (20 horas-aula): Professor José Carlos de Mello e Souza.
- Unidade 4 (20 horas-aula): Professor Wilson Belmonte dos Santos.
- Unidade 5 (30 horas-aula): Professora Estela Kaufman Fainguelernt.
- Unidade 6 (30 horas-aula): Professora Maria Laura Mouzinho Leite Lopes.

Para cobrir as Unidades 1 e 2 preparamos três módulos, como segue:

- Módulo Instrucional 1: Introdução à Lógica-Matemática – (6 horas-aula).
- Módulo Instrucional 2: Conjuntos (6 horas-aula).
- Módulo Instrucional 3: Relações e Funções (8 horas-aula).

Baseando-nos nas normas gerais da confecção de Módulos, fizemos constar de cada módulo 7 itens, a saber:

- 1. Introdução.
- 2. Pré-requisitos.
- 3. Visão geral do Módulo.
- 4. Fluxograma de cada atividade do módulo.
- 5. Textos ou fichas de trabalho.
- 6. Exercícios.
- 7. Gabaritos dos exercícios.

Além disso incluimos no primeiro módulo uma explicação de "Por que Módulos Instrucionais" com os seguintes dizeres:

1 – Por que Módulos Instrucionais

Este é um Módulo Instrucional da Disciplina Nivelamento em Matemática do Curso de Técnicos de Transporte Marítimos.
Tendo os alunos diferentes bagagens culturais, o processo ensino-aprendizagem se desenvolverá de maneira diferente e com velocidade diferente para cada aluno.
O Módulo Instrucional é uma moderna estratégia pedagógica que faz com que sejam alcançados os objetivos do curso através da participação ativa de cada aluno, dentro de suas características individuais.

Podemos dizer que o módulo é uma unidade de ensino que propõe ao aluno, em termos comportamentais, os objetivos a serem atingidos e variadas atividades para alcançar estes objetivos.
Além disto, ao assumir a função discente, repugna ao participante do curso ser submetido a técnicas de ensino que enfatizam a habilidade verbal do professor, tecnicas que ele criticara durante seu tempo de estudante.
Por meio dos módulos Instrucionais pode ele **fazer** mais que **observar**. Lembramos o milenar provérbio chinês, sempre tão atual:

Ouço e esqueço
Vejo e lembro
Faço e compreendo

(Confucio)

Da "Introdução" constam os objetivos gerais do Módulo. Por exemplo a Introdução do módulo 2 reza:

INTRODUÇÃO

A noção de conjunto é tão antiga quanto a noção de número. Apesar disto a formalização do seu estudo só foi iniciada no século passado quando o matemático alemão Cantor (1845 - 1918) sentiu sua necessidade ao estudar questões ligadas à idéia do infinito.

Hoje o seu estudo se constitui em um embasamento subjacente não só a todos os tópicos matemáticos mas também a outros ramos do conhecimento humano, a saber, a lingüística, a biologia, a sociologia etc...

O módulo 2 contém um estudo informal deste assunto, uma vez que a exiguidade do tempo não nos permite um tratamento axiomático mais profundo, sem dúvida interessante e estimulante, porém mais adequado a especialistas no ramo.

Outrossim incluimos no módulo 2 uma atividade optativa (Atividade 3). Os conhecimentos adquiridos ao efetuar esta atividade não serão avaliados no pós-teste, que será efetuado quando o aluno tiver certeza de ter assimilado os conhecimentos contidos nas atividades 1 e 2, sendo que o tempo necessário para este estudo não poderá exceder 5 horas/aula. A atividade 3 constituirá um trabalho que levará ao domínio 100% do conteúdo e será efetuado se o aluno completar as demais atividades em menos de 5 horas/aula.

Os "Pré-requisitos" indicam quais os conhecimentos mínimos que o aluno deve possuir para que os objetivos sejam atingidos.

Na "Visão geral do Módulo" apresentamos, os objetivos específicos a serem atingidos, as atividades a serem efetuadas e as avaliações para verificar se o aluno atingiu os objetivos a que se propos.

Por exemplo, a "Visão Geral do Módulo 2" é como segue:

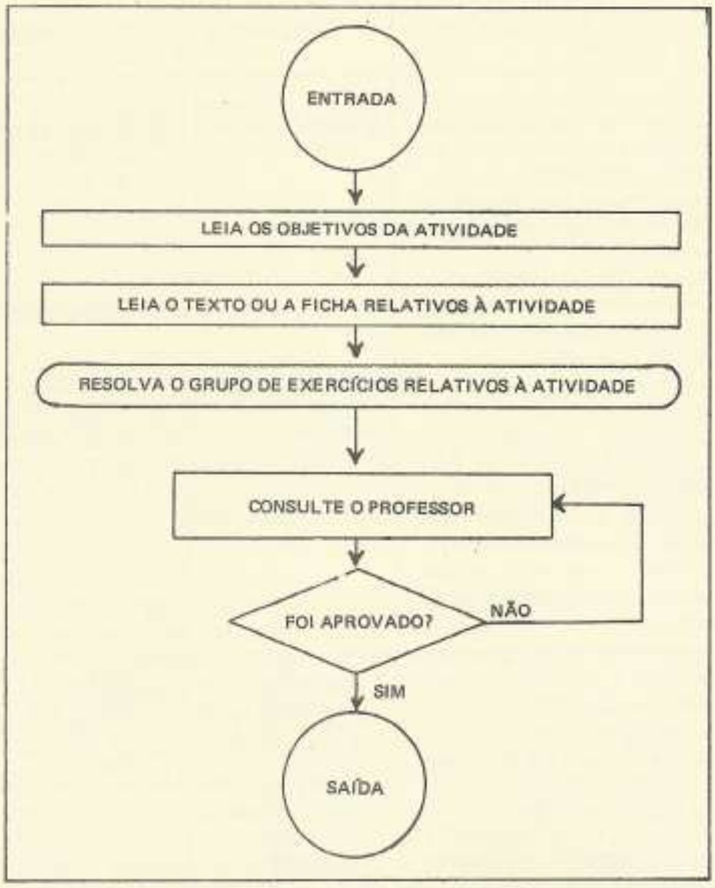
3 – VISÃO GERAL DO MÓDULO 2

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	ATIVIDADES	AVALIAÇÃO
1. Representar conjuntos por listagem, por uma propriedade e por diagramas. Reconhecer a pertinência ou não de um elemento a um conjunto. Representar intervalos. Reconhecer a inclusão ou não de um conjunto em outro.	1. Leia o Texto I (pg. 5)	1. Efetue os exercícios do Grupo I (pg. 26)
2. Construir o conjunto união, o conjunto interseção e o conjunto diferença de dois conjuntos dados. Construir o conjunto das partes de um conjunto dado. Calcular o número de elementos de um conjunto finito.	2. Leia o Texto II (pg. 15)	2. Efetue os exercícios do Grupo II (pg. 27)
3. Verificar a validade de propriedades da união, interseção e diferença de conjuntos assim como do complemento de um conjunto em relação a um que o contém. Aplicar as propriedades à simplificação de expressões envolvendo conjuntos.	3. (optativo para aquisição de 100% do conteúdo). Trabalha na ficha relativa à atividade (pag. 24)	3. Efetue os exercícios do Grupo III (pg. 30)

Pelo "Fluxograma" o aluno visualiza os caminhos a serem por ele seguidos. Nele o aluno toma conhecimento do fato de que se ele não foi aprovado em certa unidade, ou seja, não acertou um número mínimo de exercícios de avaliação, deve procurar o professor que lhe fornecerá novas ordens. Para isto elaboramos para cada unidade de cada módulo uma recomendação de textos adicionais a serem consultados e uma bateria de exercícios suplementares, que não incluimos no módulo, inicialmente apresentado ao aluno, mas que seriam entregues individualmente a cada aluno quando, e se, ele necessitar.

Por exemplo, o fluxograma do módulo 2 é:

4 – FLUXOGRAMA DE CADA ATIVIDADE DO MÓDULO 2



OBSERVAÇÃO: Após a saída da atividade 2 procure o professor para efetuar o pós-teste.

Na parte de "Textos" selecionamos textos de vários autores, de acordo com o assunto e com o nível da clientela que nos era apresentada. Queremos ainda frisar que fizemos constar em cada módulo uma última atividade, chamada optativa, a ser efetuada por aqueles alunos que atingissem os objetivos do módulo em tempo inferior ao previsto.

Após aplicarmos os dois primeiros módulos dentro destas normas, resolvemos modificar a maneira de trabalho, pois julgamos que os alunos já dominavam a linguagem específica da matéria e estavam preparados para estudar em equipe através de fichas de trabalho. Por exemplo no Módulo 3, sobre Relações e Funções, consta, para iniciar o trabalho do aluno, a seguinte ficha:

5 – FICHAS DE TRABALHO

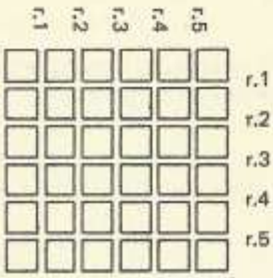
5.1 – Ficha I

Produto Cartesiano de Dois Conjuntos

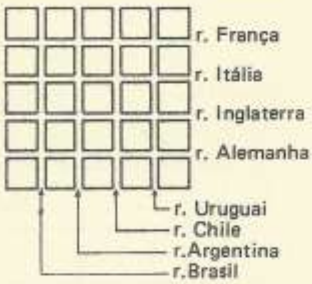
A. Par Ordenado

A.1 – Preliminares

A.1.1 – Suponha ter a planta do loteamento ao lado, onde as ruas não têm nome e ainda estão somente numeradas.
Ao nos referirmos ao cruzamento das ruas 2 e 3, a localização do cruzamento está clara? . . .
O que se deve introduzir na informação para que o cruzamento seja bem definido? . . .



A.1.2 – Seja o loteamento ao lado.
Ao nos referir ao cruzamento da rua Brasil com a rua Itália, a localização do cruzamento está clara? . . .
Ao dizer que o cruzamento é o da rua Itália com a rua Brasil, mencionamos outro cruzamento? . . .



A.1.3 – Um indivíduo que se encontra no Rio, compra uma passagem para ir a Belém. Como estará indicado, no bilhete, o percurso a ser feito? . . .
Se ele quizesse ir de Belém ao Rio, a indicação seria a mesma? . . .

A.2 – Conclusões

A.2.1 – Um par de elementos em que a ordem na qual eles se apresentam é fundamental para a identificação do par, se chama **"par ordenado"**, e se indica (a, b), se os elementos que o formam forem respectivamente **a** e **b**.

A.2.2 – Você observa que $(a,b) = (b,a)$ sempre que $a = b$ e que $(a,b) = (c,d)$ se, e somente se, $a = c$ e $b = d$.

A.2.3 – Quais dos pares, apresentados nos itens A.1.1, A.1.2 ou A.1.3, são pares ordenados? . . .

A.2.4 – Como você representaria o par, formado pelos elementos **a** e **b**, que não é um par ordenado? . . .

B. Produto Cartesiano de Dois Conjuntos

B.1 – Preliminares

Um estudante paulista, em férias, decidiu visitar Manaus. Antes, irá de São Paulo ao Rio, podendo escolher entre viajar de trem, de ônibus ou de motocicleta. Em seguida vai viajar de navio ou de avião. Os meios de transporte que ele pode usar para ir de São Paulo ao Rio formam o conjunto:

$A = \{t, o, m\}$

Os meios de transporte que ele pode usar para ir do Rio a Manaus foram o conjunto:

$B = \{n, a\}$

Para indicar que ele viaja, por exemplo, de São Paulo ao Rio de trem e do Rio a Manaus de navio, escrevemos:

(t,n)

B.1.1 – Complete a tábua indicando todas as possibilidades que o estudante tem de efetuar a viagem planejada.

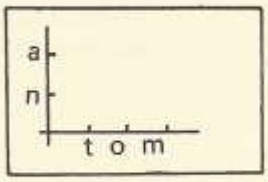
↗	n	a
t	(t,n)	
o		
m		

B segundo conjunto

A
primeiro
conjunto

B.1.2

Marque no gráfico
os pontos que representam
os pares obtidos.



B.1.3

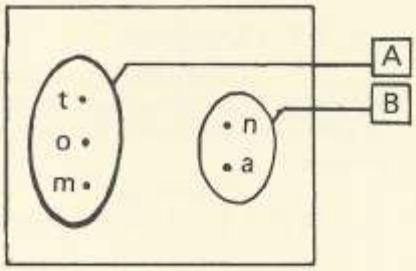
Escreva o conjunto C
dos pares obtidos: C = ____________________

____

C é chamado de produto cartesiano de A por B C = A x B

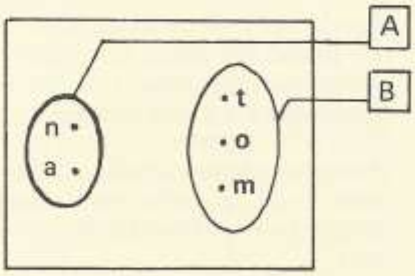
B.1.4

Nos diagramas abaixo
represente com flechas todos
os meios de transporte
indicado nas viagens.



B.1.5.

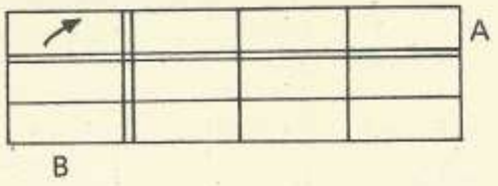
Suponha que, para voltar de
Manaus a São Paulo, o
estudante percorre em sentido
inverso o mesmo itinerário,
usando os mesmos meios de
transporte que na ida.



Represente no diagrama com
flechas todos os meios de
transporte indicados na
viagem Manaus — Rio de
Janeiro — São Paulo.

B.1.6

Marque na tábua
os pares obtidos.



B.1.7

Escreva o conjunto D
dos pares obtidos: D = ______________________________

____

Observe que:

D é o produto cartesiano de B x A D = B x A

B.2 — **Conclusão**

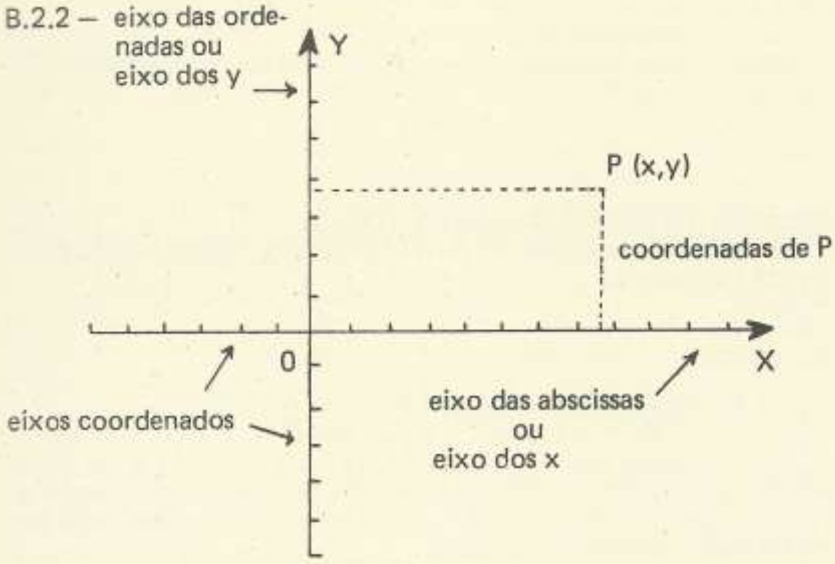
Chamamos produto cartesiano do conjunto X pelo conjunto Y ao conjunto formado por todos os pares ordenados cujo primeiro elemento pertence a X e cujo segundo elemento pertence a Y.

Observe que:

Se $X \neq Y$ e X ou $Y \neq \emptyset$, então $X \times Y \neq Y \times X$

B.2.1. — Dadas duas retas graduadas r e s de um plano, a cada par ordenado de números reais podemos fazer corresponder um ponto do plano e, reciprocamente, a cada ponto do plano podemos corresponder um par ordenado de números reais. As retas graduadas r e s utilizadas para a representação do produto cartesiano X x Y chamam-se eixos coordenados. A representação de X x Y chama-se plano cartesiano. Se o ponto P corresponde ao par ordenado (x,y), x chama-se abscissa do ponto P, y chama-se ordenada do ponto P. Ao ponto de coordenadas (0, 0) damos o nome de origem.

B.2.2 — eixo das ordenadas ou eixo dos y



B.3 — **Gráfico Cartesiano**

B.3.1 — Sejam dois subconjuntos dos reais:

$A = \{1, -3, -2\}$

$B = \{-2, 0, 2, 4\}$

a) assinale (com vermelho) os elementos de A, na reta graduada **r** do plano α (alfa).

b) assinale (com azul) os elementos de B, na reta graduada s do plano α.

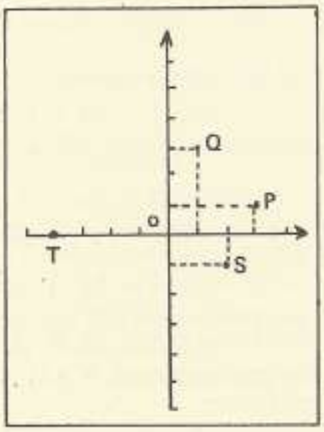
c) escreva por enumeração o produto cartesiano A x B.

A x B = {

d) represente (com verde) os elementos de A x B, no plano α.

e) O par ordenado (2,3) pertence a A x B?

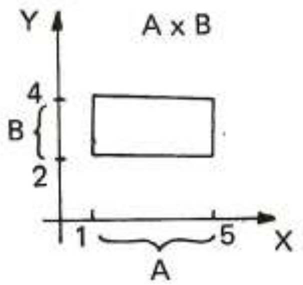
Represente-o em laranja no plano α.

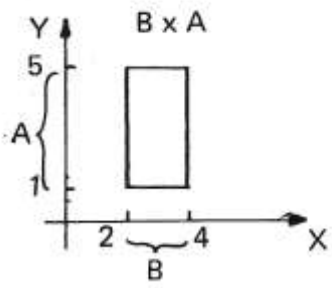


f) No plano α estão representados os pontos P,Q,S e T.
Complete com os pares ordenados de números reais associados a esses pontos P (____ , ____)
Q (____ , ____)
S (____ , ____)
T (____ , ____)

g) Assinale um ponto M qualquer no plano α.
Você pode dizer a que par de números reais corresponde o ponto M no plano α?

B.4 — Se $A = \{ x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5 \}$ ou $A =]1,5[$
$B = \{ y \in \mathbb{R} \mid 2 < y < 4 \}$ ou $B =]2,4[$
temos que $A \times B = (x, y) \mid x \in A$ e $y \in B\}$ é representado graficamente pelo conjunto dos pontos de um retângulo. Notemos que $B \times A = (y, x) \mid y \in B$ e $x \in A\}$ é representado por um retângulo distinto do anterior.





B.5 — **Observações:**

B.5.1 — Se $A \neq B$ então $A \times B \neq B \times A$, isto é, o produto cartesiano de dois conjuntos não goza da propriedade comutativa.

B.5.2 — Se A e B são conjuntos finitos com **m** e **n** elementos, respectivamente, então $A \times B$ é um conjunto finito com m.n elementos.

B.5.3 — Se A ou B for infinito e nenhum deles for vazio, então $A \times B$ é um conjunto infinito.

B.5.4 — Se A ou B forem intervalos abertos, representamos graficamente $A \times B$ como um retângulo hachurado mas sem os contornos.

Os pós-testes dos Módulos 1 e 2 constituiram-se em uma listagem de vinte exercícios a serem efetuados individualmente e por meio deles procuramos verificar se os objetivos de cada módulo tinham sido atingidos. Os resultados foram satisfatórios e evidenciaram como, desde que lhes sejam dados textos a sua altura, tempo adequado para assimilá-los e atenção constante de um professor, pessoas tão afastadas do estudo da matemática como os advogados que participavam do curso, podem ser tão bem sucedidos nesta atividade quanto os economistas e administradores que têm uma relativa formação matemática.

Quanto ao pós-teste relativo ao Módulo 3, ele foi apresentado de maneira diferente. Pedimos que cada aluno efetuasse individualmente uma súmula dos conhecimentos adquiridos pelo estudo do módulo e apresentasse exemplos por ele inventados. Este tipo de pós-teste, além de evidenciar se os objetivos do módulo tinham sido alcançados, fizeram também com que os alunos dessem mostra de sua capacidade criativa. Lembrando que o módulo 3 tinha como título "Relações e funções", vamos a seguir dar alguns exemplos apresentados pelos alunos que nos pareceram interessantes, por serem de caráter criativo.

Exemplos de par ordenado:

— (Jair, Chico) é um par ordenado pois a ordem é fundamental para anunciarmos com exatidão a constituição das "alas" atacantes no antigo esquema fundamental 1-2-3-5 (a do exemplo é a ala esquerda atacante da Seleção Brasileira vice-campeã mundial em 1950).

(Wilson Santos Pinto — advogado)

— Um menino, na Zona Norte, quer ir à praia. Para isto obteve a informação que deveria ir à Zona Sul, e lhe indicaram o ônibus "Triagem-Leme". O letreiro do ônibus representa um par ordenado pois se o letreiro indicasse "Leme-Triagem" o ônibus não serviria, pois estaria voltando da Zona Sul e não indo para lá.

(Leila Maria Passos Costa — advogada)

Exemplos de Produtos Cartesiano.

— Um estudante do Curso TETRAMA, chegando ao prédio da Petrobrás tem 6 portas de entrada e, para dirigir-se ao 18º andar (onde se localiza sua sala), dispõe de 5 elevadores. Consideraremos A o conjunto das portas que indicaremos por: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e B o conjunto dos elevadores que representaremos por: $B = \{a, b, c, d, e\}$. Podemos indicar todas as possibilidades do estudante chegar ao 18º andar através da Tabela:

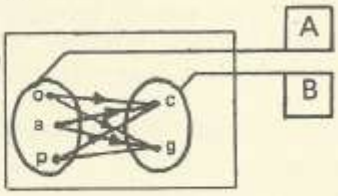
	a	b	c	d	e
1	(1,a)	(1,b)	(1,c)	(1,d)	(1,e)
2	(2,a)	(2,b)	(2,c)	(2,d)	(2,e)
3	(3,a)	(3,b)	(3,c)	(3,d)	3,e)
4	(4,a)	(4,b)	(4,c)	(4,d)	(4,e)
5	(5,a)	(5,b)	(5,c)	(5,d)	(5,e)
6	(6,a)	(6,b)	(6,c)	(6,d)	(6,e)

(Fátima Duarte Silvestre da Cruz — economista)

— Roberto Carlos deverá gravar um certo número de compactos simples, devendo incluir, no lado 1, uma das três músicas de sua autoria, em parceria com Erasmo Carlos, que relacionamos abaixo e que designamos como pertencentes ao conjunto A = {o, a, p} para o: "O Portão"
a: "Além do Horizonte"
p: "O Progresso".

No lado 2 apresentará uma de duas músicas de compositores italianos, as quais representamos como pertencentes ao conjunto: B = {c, g} para c: "Canzone per te"
g: "Un gatto nel Blu"

As combinações possíveis para a planejada gravação são (representadas de diversas maneiras):

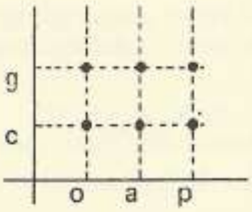
a) 

(representação sagital em um diagrama de Venn)

b)

	c	g
o	(o,c)	(o,g)
a	(a,c)	(a,g)
p	(p,c)	(p,g)

(representação em Tabela de dupla entrada) c)



(representação por pontos em gráfico cartesiano)

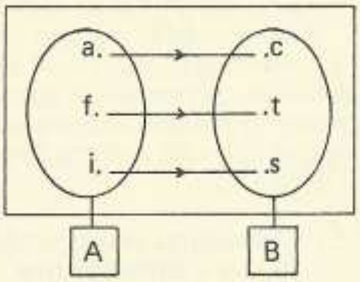
d) $C = \{(o, c), (o, g), (a, c), (a, g), (p, c), (p, g)\}$

(representação pela enumeração dos pares obtidos)
(Wilson Santos Pinto — advogado)

Exemplos de Relações

– Suponhamos que se ofereça uma recepção aos Embaixadores: alemão, francês e inglês; deverão ter companhia, pela ordem, a escritora Clarice Lispector, a senhora da sociedade Tereza Souza Campos e a atriz Sandra Bréa.

Representam-se assim:



O conjunto dos pares ordenados é a relação
$R = \{(a, c), (f, t), (i, s)\}$. O conjunto cujos elementos são os Embaixadores é o domínio da Relação;
O conjunto cujos elementos são as senhoras é o conjunto Imagem da Relação.

– Seja A um conjunto de compositores clássicos:
A = {**T**chaikovsky, **V**erdi, **W**agner} e B um conjunto de músicas:
B = {**R**ienzi, A **B**ela Adormecida, **A**ída, O **L**ago dos Cisnes, **C**armem} que podemos representar simplesmente por uma das letras que o identifica.

$A = \{t, v, w\}$ $\cdot B = \{r, b, a, l, c\}$

Se retirarmos do conjunto A x B um subconjunto R, formado por pares ordenados que indiquem "x é compositor de y" teremos:

$$R = \{(t, b), (t, l), (v, a), (w, r)\}$$

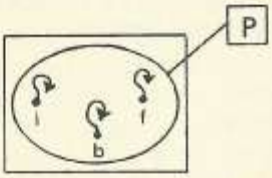
(Fátima Duarte Silvestre da Cruz — economista)

Exemplos de propriedades das Relações em um único conjunto.

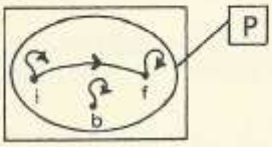
— Imaginemos três cidadãos de nacionalidades diferentes, e que falam apenas o seu idioma pátrio, presos num elevador. Vejamos graficamente a relação F definida por "x fala o idioma de y" sobre o conjunto

$P = \{f, i, b\}$ para f = francês
i = italiano
b = brasileiro

e observamos como seriam os "diálogos"



Deduz-se que não haveria qualquer conversa entre os membros do grupo, os quais só poderiam falar consigo mesmos, resmungar, etc. . . . A essa propriedade chamamos de **reflexiva**. Suponhamos agora que o italiano falasse francês. Assim o italiano exporia suas opiniões, o francês as entenderia mas não poderia responder, pois ele não fala italiano. No gráfico:



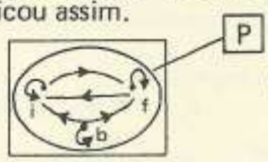
observamos as propriedades **reflexiva** e **anti-simétrica**

Mas se o francês falasse italiano, o italiano poderia perguntar em francês e o francês poderia responder em italiano.

Assim o gráfico

mostra que a relação F teria as propriedades **reflexiva** e **simétrica**

O brasileiro, coitado, não falava nenhuma lingua estrangeira, então dormia tranquilamente. De repente acorda e, patético, descobre que os sonhos que tivera lhe trouxeram energias mentais tão violentas que acordou falando italiano e francês! Bem, o "Elevador de Babel" já estava melhorando e ficou assim.

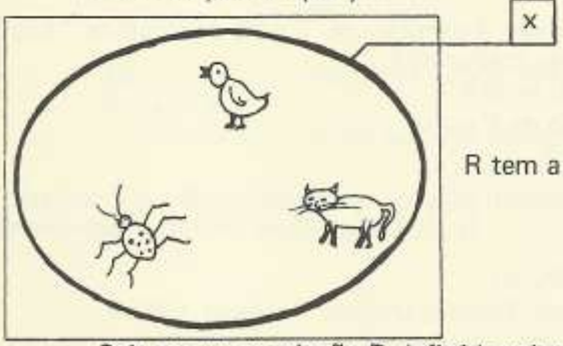


(propriedade **reflexiva** e **nem simétrica nem anti-simétrica)**

Deixamos a exemplificação da relação transitiva para o final porque pode dar margem a interpretações errôneas.
Não podemos concluir que a F, no último caso, é transitiva pois se b fala o idioma de f e f fala o idioma de i, nem por isto i fala o idioma de b.
Para ver a transitiva teremos que recorrer a um exemplo com um conjunto de pessoas e as relações definidas por: "x é irmão ou irmã de y."

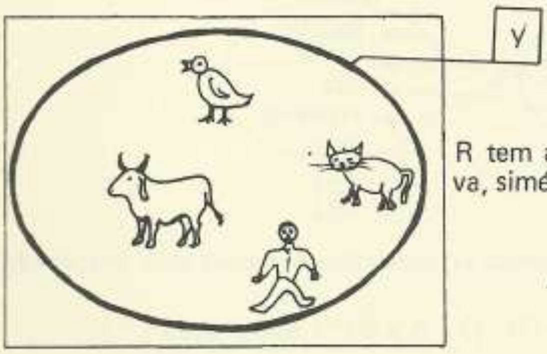
(Inácio Marques da Silveira, F° — administrador)

— Seja a Relação R sobre X definida por "x tem o mesmo número de pernas que y".



R tem a propriedade reflexiva.

Seja a mesma relação R definida sobre Y.

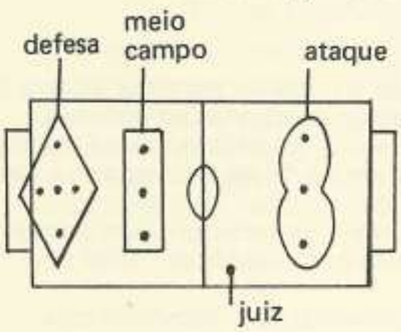


R tem as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva.

(Sonia Regina Alves da Cunha Costa — advogada)

Exemplo de partição.

– Em um campo de futebol temos o conjunto
T = time de futebol.
Analisemos os seguintes aspectos:



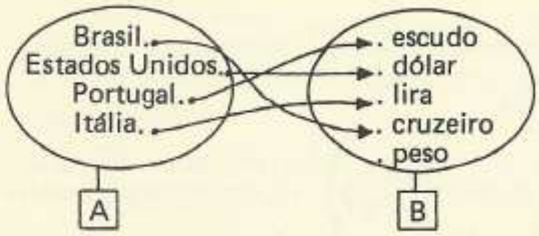
A = conjunto dos jogadores de ataque
M = conjunto dos jogadores de meio-campo
D = conjunto dos jogadores de defesa
Z = conjunto do juiz

$F = \{A, M, D, Z\}$

Vemos que F não é partição de T pois o elemento "juiz" não pertence ao conjunto T.
Agora $J = \{A, M, D\}$
é uma partição de T pois:
$D \cup M \cup A = T$
(neste caso nenhum jogador tem duas funções diferentes).
(Luiz Carlos Alves Delfim – advogado)

Exemplos de Funções

– Seja A = {Brasil, Estados Unidos, Portugal, Itália}
B = {escudo, dólar, libra, cruzeiro, peso}
e R a relação de A em B definida por "x tem por moeda y"

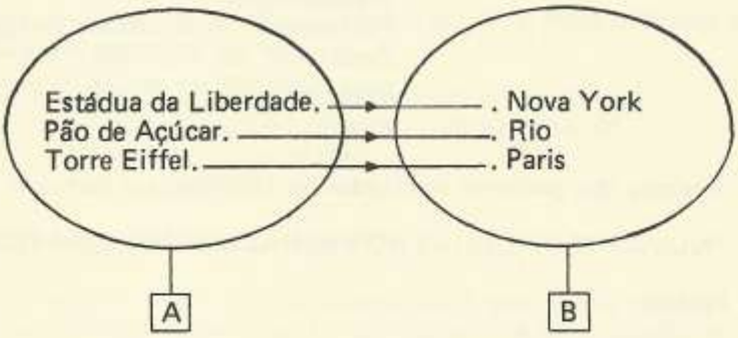


A cada elemento de A corresponde apenas uma imagem em B, logo:

$$R = \{(x, y) \in A \times B \mid \text{"x tem moeda y"}\}$$

é uma função.
(Fátima Duarte Silvestre da Cruz – economista)

— Seja A = { Estátua da Liberdade, Pão de Açúcar, Torre Eiffel }
B = { Nova York, Rio, Paris }



No gráfico sagital está representada a relação:

"x está na cidade y"

Esta relação é uma função cujo domínio é A e o conjunto imagem é B.

(Maria de Lourdes Lagreca de Sales Cabral — advogada)

"Novas Tendências no Ensino da Matemática".
"Criatividade no Ensino da Matemática".

Claude Gaulin
Professor da Universidade de Quebec
Presidente da Comissão Internacional para melhoria do ensino de matemática

Resumo das palestras realizadas no GEPEM, em outubro de 1976

"NOVAS TENDÊNCIAS NO ENSINO DAS MATEMÁTICAS"

Plano:

0: **Após um breve histórico** a propósito da reforma feita durante os anos sessenta, sob a instigação de matemáticos, Prof. Gaulin apresentou consideração sobre:

1: **Algumas lições tiradas da experiência dos últimos quinze anos. Observou então que:**
- . A reforma esteve muito baseada sobre um **conteúdo** matemático.
- . O sucesso de uma reforma depende mais **da maneira de implantá-la** do que dos que a querem implantá-la.
- . Existe uma necessidade dupla: estar-se "aberto" e "informado" sôbre as **experiências e fatos** realizados **alhures,** mas ao mesmo tempo chegar-se progressivamente a definir objetivos, métodos e maneiras de implantar, **adaptados a seu próprio contexto.**

2: **Algumas tendências que se colocam no nível internacional são:**
- . Conservar os programas e a organização do ensino visando primeiramente a educação da **massa** de alunos.
- . Alargar os fins do ensino da matemática. Adaptar os programas e a procura de processos de avaliação em função destes fins.
- . Precisar a **cultura matemática** (e científica) **mínima** que deve possuir um cidadão de hoje. Assegurar-se que os programas e os objetivos específicos escolhidos estejam **coerentes** com esta cultura mínima. Procurar realizar **efetivamente** uma maior integração **(interdisciplinarização).**
- . **Esclarecer e diversificar os objetivos específicos** correspondentes à aprendizagem de cada conceito ou habilidade.
- . Organizar o ensino em função de **atividades de aprendizagem**
  a. suficientemente variadas quanto à forma
  b. permitindo um **desenvolvimento progressivo** e de aproximações **multilaterais** de conceitos e habilidades visadas.

. Colocar em relevo as vantagens do uso da matemática como instrumento útil a resolução de problemas (físico, social, cultural, técnico,. . .) da humanidade.
. **Variar os modos de organizar a classe**
. Variar e utilizar de modo complementar diferentes métodos e diferentes meios de ensino.

Referências: Monografia em francês redigida por C. Gaulin
Trabalho para o Congresso Internacional de Karlsruhe (agosto/76)

"Criatividade no ensino da matemática"

"O termo "criatividade" traz muita confusão e gera muito mistério. Muito frequentemente se associa "criatividade" a uma **criação artística** a um **produto** (mais que um processo). A primeira vista, se vê pouca relação entre criatividade e Matemática. No entanto, muitas pesquisas se fazem hoje sôbre o pensamento criativo como um processo"

1: **Modelo de Guilford**
. Após breve resumo do modelo de inteligência do psicólogo Guilford, e a **Distinção entre algumas formas de pensamento diferentes, Prof. Gaulin discorreu sobre:**

2: **Pensamento produtivo convergente versus pensamento produtivo divergente, dando**
. Descrição dos dois tipos de pensamento (Trabalhos de Bono)
. Ligações possíveis entre os dois tipos de pensamento
. Ligação com a "criatividade"

3. **Implicações pedagógicas.Observou que**
. É perfeitamente normal falar de criatividade no ensino da matemática. Mas que tradicionalmente se negligencia e mesmo se desgasta este tipo de pensamento.
. Falou sobre a utilização de "problemas abertos", mal definidos, etc, e das ocasiões proporcionadas aos alunos para formularem seus próprios problemas.

4. **Exemplos de "problemas abertos"**
Citou vários exemplos de "problemas abertos" que têm sido utilizados com êxito, e que podem servir como idéias inspiradoras para professores interessados.
Entre êles:

A) Construir tabelas de adição (ou Multiplicação), e descobrir simetrias, igualdades em somas (ou produtos) de diagonais, etc.

+	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10

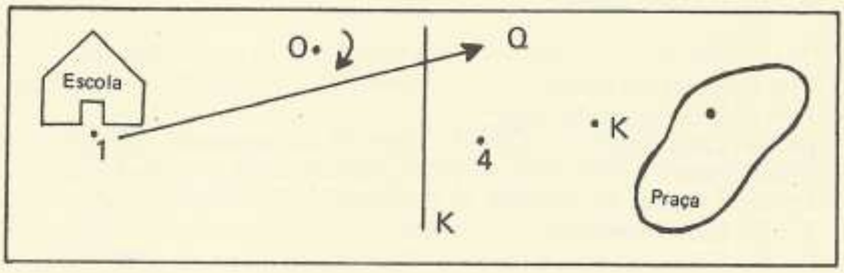
x	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

B) O mesmo para tabelas como, procurando também congruência, etc.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35

C) Trabalhar com as transformações geométricas, na busca do tesouro; obedecendo às ordens dadas no mapa.

Mapa do Tesouro



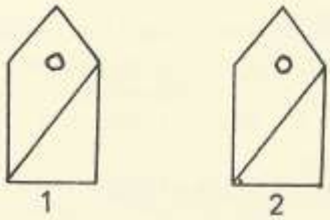
1. translação

2. simetria de eixo k

3. rotação de 45º de OQ em torno de O no sentido indicado pela flecha

4. simetria de centro K

D. Descobrir quais as simetrias necessárias para se passar de 1 para 2



The Packet Calculator Game Book
E. Schlossberg & J. Brockman
W. Morrow & Co. N. York 1975
$ 3.95 (Pocket book)

The Calculating Book
Fun and Games with your
pocket calculator
J.T. Rogers
Rondon House, N.Y. 1975
$ 3.50 (pocket book)

Games Calculators play
W. Judd
Warner Books, N.Y. 1975
$ 1.50 (pocket book)

J.P. Guilford
"Intelligence Creatirity and
their Educational Implications"
R.R. Knopp Publishes
San Diego California 1968

Edward de Bone
Lateral Thinking: A textbook
of creatirity
Ward Lock Educational
London, 1970

A. Beaudot
La Créativité a l'école
Presses Universitaires de France 1969

B1 – UMA ANÁLISE CRÍTICA DO DESENVOLVIMENTO DOS CURRÍCULOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Texto desencadeador dos debates

Seguem algumas das características de vários modelos, propostas como temas de discussão:

1 – **School Mathematics Project – (SMP)**
- dá enfoque de conteúdo didático para dois tipos de alunos diferentes: alunos brilhantes e os normais
- não tem preocupação em formalizar a linguagem
- preconiza o ensino de probabilidade e estatística a partir dos 7 anos
- os temas são abordados e reabordados cada vez mais profundamente
- preocupação primordial: **aplicação de conhecimentos**
- adoção do método indutivo como método natural de aprendizagem

2 – **School Mathematics Study Group – (SMSG)**
- ênfase na experiência cotidiana da criança, com vistas a redescoberta orientada dos conceitos
- seleção do conteúdo coerente com a colocação segundo a qual o conhecimento matemático deve ser instrumento accessível a todos os cidadãos
- adoção de uma metodologia dinâmica na linha de uma matemática viva (vale dizer aberta a novas contribuições)
- reconhecimento da validade de posicionamentos diferentes em conteúdo e em metodologia no que respeita à educação matemática

3 – **Center for Educational Development Overseas – (CEDO)**
- a seleção dos conteúdos, isto é do "que ensinar" é feita em função do "como se aprende"
- a dinâmica de trabalho em sala de aula é a descoberta individual
- a caminhada para a abstração se inicia no plano concreto. Mas não é a experiência perceptual que "empurra" para formas superiores de raciocínio, e sim, a "Ação". Um sistema operatório, portanto, é o alicerce do edifício matemático
- situações "não-matemáticas" podem e devem ser usadas para desenvolver o sentido da matemática

– os conteúdos programáticos não se devem suceder em sequência linear
– os progressos no desenvolvimento da construção dos conceitos matemáticos devem ser testados periodicamente
– não se pode preconizar uma maneira de ensinar matemática, que seja, a "única correta"
– o ambiente real de vida da criança é a fonte das situações de aula.

Relatório sobre as conclusões do grupo

Em termos nacionais, concluiu-se a necessidade de uma proposta de conteúdo programático básico que pudesse servir de orientação ao desenvolvimento dos currículos.

Para isto, é necessário um intercâmbio de experiências dos diversos grupos de pesquisa nos diferentes Estados para um controle e avaliação do que já se vem fazendo no país, pois o grande problema do ensino da Matemática está na metodologia empregada e não na essência dos conteúdos.

Analisando alguns programas do Estado do Rio de Janeiro, de Pernambuco, do Mato Grosso e de São Paulo viu-se que há neles um conteúdo comum. Encontra-se uma grande diversificação no que se refere à geometria. Em alguns programas ela ainda é vista sob um enfoque desvinculado da visão estrutural da matemática e do desenvolvimento cognitivo do indivíduo.

A formação de professores se faz necessária, quando ele está despreparado para qualquer método.

O professor não pode transmitir conhecimentos nem ativar estruturas que ainda não domine.

Quanto a necessidade da adoção de uma metodologia dinâmica, baseada no desenvolvimento das estruturas, o que, inclusive, dá o caráter de integração das diversas atividades, não se tem a menor dúvida.

O professor está ansioso por uma orientação a fim de escolher uma metodologia funcional, adequada à sua realidade. Ele precisa ser orientado na utilização de mecanismos e instrumentos para estabelecer seus planos de trabalho de acordo com seu meio e aprender a retirar deste as situações motivadoras para a dinamização do processo ensino-aprendizagem.

O ensino não só da Matemática, como de todas as outras disciplinas precisa é de maior número e melhor qualidade de pessoal, pois os planos, programas e projetos curriculares são muitos, há bons, há estrangeiros e nacionais, à espera de pessoas que os coloquem em prática de maneira conveniente.

O grupo de estudos dos Temas B_1 e B_3 foi integrado pelos professores cujos nomes constam na lista aposta ao Tema B_3.

B3 – OBJETIVOS DO ENSINO DA MATEMÁTICA: POR QUE ENSINAMOS MATEMÁTICA

Considerações desencadeadoras dos debates

Tem sido consenso nos congressos recentes que a educação matemática deve transmitir ao educando o trinônio conhecimento-habilidade-atitude, com ênfase na formação de atitude. Isto implica, em particular, que prioritário é o desenvolvimento de uma visão crítica no aluno, a qual lhe possibilite, por exemplo, julgar sobre uma solução proposta para uma dada situação é ou não é cientificamente razoável, e por quê. Este objetivo pressupõe uma pedagogia mais ativa, mais dinâmica, voltada mais para o **processo** pelo qual os resultados matemáticos são obtidos, e não apenas para o **produto final**, como no passado. E a experiência docente mostra que o rendimento é uma função crescente da interação entre educador e educando.

Uma proposta de estratégias, em face desses objetivos:

1. COMUNICAÇÃO através da própria atual linguagem matemática, que é despojada, sintética, neutra e rigorosa, sem que isto signifique que se deva sobrecarregá-la de códigos (símbolos).

2. INTEGRAÇÃO do processo de aprendizagem da Matemática com os de outras áreas. Por exemplo, o aluno deve ser solicitado a coligir dados, tabelá-los, representá-los graficamente, analisá-los, calcular com eles e daí inferir conclusões e tomar decisões, em contextos progressivamente sofisticados. Também, a evolução histórica dos conceitos principais não pode ser subestimada.

3. CONSTRUÇÃO de modelos matemáticos, nos dois sentidos inversos: para "abstrair situações" e para "situar abstrações".

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{TEORIA}} \arrow[r, shift right, "\text{situando abstrações}"'] & \boxed{\text{MODELO}} \arrow[l, shift right, "\text{abstraindo situações}"'] \end{tikzcd}$$

O primeiro sentido ocorre ao tirarmos partido de uma situação concreta para introduzir um novo conceito ou uma teoria nova: é a chamada matematização de situações, passo importante para a Matemática Aplicada. No segundo sentido, exibe-se uma situação concreta cujos componentes se relacionem entre si como os conceitos de uma dada axiomática, isto é, tal que situação e axiomática tenham o mesmo grafo: a técnica dos modelos na aprendizagem da Matemática baseia-se nisso.

Os melhores modelos são os interdisciplinares.

4. APLICAÇÃO prática significativa de cada teoria apresentada.

5. SELEÇÃO adequada dos conhecimentos a transmitir, com opção pelos que possam ser mais úteis ao indivíduo e à sociedade, no seu tempo e meio, mesmo que o nível imponha uma abordagem apenas informal. Exemplo: grafos, motivados por fluxogramas e sociogramas.

6. DINAMIZAÇÃO dos planos de curso, que devem ser remanejáveis em função do desempenho das classes.

7. VISUALIZAÇÃO: os grafos constituem um excelente recurso visual na aprendizagem em geral.

8. INTERLIGAÇÃO em linha direta entre as disciplinas matemáticas (em particular, Análise com Geometria, através do conceito de medida).

9. AVALIAÇÃO formativa, isto é, os métodos de avaliação (exames) devem ser parte integrante do processo de aprendizagem, envolvendo atividades extra-classe, exposições orais, projetos em equipe.

10. CAPACITAÇÃO potencial do educando para uma eventual educação autodidática no futuro.

Como subproduto, cremos que os itens, 3, 4, 5, 7 e 10 respondem à pergunta do título.

RESUMO das Conclusões.

Houve consenso sobre o seguinte:

i) Os objetivos e as razões da educação matemática são os que constam do respectivo texto desencadeador de debates. E treinar quem deva aplicar a metodologia nele proposta.

ii) Quanto aos currículos, não devem ser rigidamente impotos, de cima para baixo, mas deixado flexíveis a partir de um conteúdo mínimo a ser explicitado em cada caso.

Outras colocações:

1) Devemos estar conscientizados do fato de que nem todo professor tem o "brilhantismo" de Papy para trabalhar com novos métodos pedagógicos. E isso não pode ser esquecido nos cursos de reciclagem (treinamentos), em termos dos alunos-mestres que irão **executar** a nova metodologia.

2) É essencial implementar a interação de **matemáticos** profissionais com o nível de 1º/2º Graus.

3) Classes-piloto, nas quais seria tentada (experimentada) a fórmula do currículo flexível ou, até, em aberto.

4) As conclusões (os consensos) de reuniões como esta deveriam ser levadas aos professores de todo o Brasil. Talvez via Soc. Brasileira de Matemática.

5) Os fundos provenientes das taxas de vestibulares devem ser reinvestidos no treinamento de professores de 2º grau, os quais, indiretamente, constituem a fonte desses fundos.

Professores que debateram os temas B1 e B3:

Adeila Maria Correia Rebello	– (001)	RJ
Amélia Maria Pessoa de Queiroz	– (027)	RJ
Aristides Camargo Barreto	– (109)	RJ
Fausto Alvim Junior	– (152)	DF
Jolandia Sena Vila	– (148)	BA
Manoel Leite Carneiro	– (163)	PA
Manoel Viegas Moutinho	– (164)	PA
Maria Cavalcante da Silva	– (170)	PE
Maria da Conceição Gomes	– (109)	RJ
Omar Catunda	– (146)	BA
Roberto Ribeiro Baldino	– (112)	RJ
Adriana Flávia Santos de Oliveira Lima	– (123)	RJ
Armando José Salgado Marinho	– (047)	RJ
Artis Walewski	– (209)	PR
Cláudia Guerreiro	– (025)	RJ
Cléa Rubinstein	– (059)	RJ
Dirceu Moreira Guazzi	– (210)	PR
Dora de Almeida B. Carvalho	– (002)	RJ
Estrela Fernandes de Oliveira	– (136)	RJ
Hévea Maria Mattoso Ribeiro Gomes	– (101)	RJ
José Euny Moreira Rodrigues	– (197)	RJ
Nilza E. Bertoni	– (200)	DF
Olga Boia do Nascimento David	– (144)	RJ
Sérgio Manucci	– (207)	MG

B2 – MÉTODOS E RESULTADOS DE AVALIAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Texto desencadeador dos debates

A verificação dos resultados escolares tende hoje a ser muito mais um diagnóstico que permite ao professor fazer um prognóstico do seu trabalho nos próximos períodos, do que uma sentença.

O conceito de recuperação (feita imediatamente – não a posteriori) juntamente com o de verificação concomitante com a aprendizagem, tornou sem sentido a reprovação dos que não atingem certas notas, consideradas mínimas. Hoje parece claro que todos devem progredir, cada um no seu ritmo, e se alguém não aprendeu algo, antes de colocar a culpa no desinteresse ou na incapacidade desse alguém, é preciso perguntar se não foi porque não se descobriu a tempo a forma própria de orientá-lo, da mesma forma como é preciso desconfiar do tratamento que não cura o doente.

O sistema de aulas expositivas criou e alimentou durante muito tempo a necessidade imperiosa de testes, provas, exames – ocasiões especiais de verificação que estimularam quase sempre a fraude.

A mudança de objetivos acarreta a dos métodos para buscá-los e traz como consequência a necessidade de reformulação radical nos processos de avaliação.

A auto-avaliação do trabalho individual ou de equipe, por exemplo, passa a ser muito importante quando se quer superar principalmente no 1º grau, o paternalismo representado pela importância dada à "aprovação" da criança pelo adulto. Por outro lado, neste nível torna-se absurdo, do ponto de vista científico e injusto, do ponto de vista humano, comparar os alunos. Cada um deveria ser comparado apenas a si próprio, num outro momento do seu processo.

Testes e provas ganharam importância e formas completamente diferentes do que era feito tradicionalmente.

PERGUNTAS PARA O DEBATE:

1) O grupo concorda com as observações do texto?
Se discordar, de quais discorda e por quê?
Que sugere com posicionamento, neste caso?

2) Há no grupo alguma experiência sobre **como** aplicar concretamente ao caso da Educação Matemática, nas diversas faixas etárias, os esquemas de avaliação considerados válidos pelo grupo?

3) Quais as perguntas, em termos de métodos e resultados de avaliação em E.M. que deveriam ser levados para Karlsruhe pela delegação brasileira?

B4 – PESQUISA RELACIONADA COM O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Texto desencadeador de debate

Dentro de um consenso geral de que **aprendizagem é adaptação ao meio**, acreditamos que é fundamental que a criança seja envolvida num ambiente rico e diversificado. Ambiente rico + metodologia adequada ⟶ aprendizagem rica.

A dificuldade para o ensino da Matemática, a partir desse fato, é que tal ambiente precisa ser criado artificialmente, o que não acontece com algumas disciplinas como as ciências físicas e biológicas, por exemplo.

O que faz o aluno nesse ambiente "matematizado" artificialmente?

Numa etapa exploratória, o aluno seria levado a manipular os diversos materiais, fazendo aí simples abstrações de objeto, sem se dar conta das relações que possam existir entre eles: é uma simples identificação. Aqui a criança é introduzida no meio.

Aos poucos, pela ação que a criança realiza sobre e por relações impostas entre eles, surgem regras. Estruturas mentais primárias de classificação e ordenação aparecem aqui. As regras estariam vinculadas a concretizações de situações matemáticas que possibilitarão, mais adiante, através da manipulação de muitas situações semelhantes, variando o material e as regras, chegar a um primeiro nível de abstração matemática.

Tal abstração se dá no momento em que o sujeito consegue se despojar dos materiais com que jogou, e mesmo das regras particulares de cada material, de cada jogo, e fica somente com o que há de comum a todos os jogos realizados (o conceito).

De posse do conceito, há uma necessidade mais ou menos natural de comunicar tal conceito.

Antes mesmo de criar uma linguagem de comunicação, o aluno passa por um estágio de representação da abstração. Tal representação poderá ser feita através de esquemas, gráficos, etc.

Ao utilizar a linguagem e na análise da representação feita, são descobertas propriedades que se tornam mais evidentes exatamente "em cima" dessa representação do conceito.

Por fim, a sistematização e a aplicação poderão ser feitas. O sujeito terá condições de fazer a abstração da abstração (pelo menos a partir de uma certa idade) e fará agora demonstrações de teoremas, por exemplo.

1 – O que significaria "matematização" de um ambiente?
2 – Há níveis de abstração?

3 – Ensino programado seria uma técnica válida para o ensino-aprendizagem da Matemática?

4 – Existe "insight" na aprendizagem da Matemática?

5 – A axiomatização é a meta, mas o caminho é a partir de intuições.

6 – A importância do "palpite" no processo da aprendizagem.

7 – Como o professor atenderia às necessidades naturais da criança para que ela passe, realmente, pelas etapas **necessárias** à aprendizagem.

8 – Avaliação do processo na criança (viabilidade, por parte do professor).

Conclusões dos grupos que participaram dos debates dos Temas B_2 e B_4.

1º O que significa "ambiente rico" em 1º grau e 2º grau?

Ambiente rico é aquele que propõe:

a) Diversificação perceptiva isto é, problemas ou atividades aparentemente diferentes cuja solução e pesquisa permite retirar os elementos comuns.

b) Diversificação Matemática: problemas diferentes que envolvem o mesmo conceito ou a mesma estrutura matemática.

Giz, apagador, lousa e saliva constituem um ambiente pobre.

Algumas tarefas e ficha de trabalho enriqueceriam o ambiente.

Observação importante – Ambiente rico não é ambiente caro.

2º Por que a maioria das pesquisas relativas a aprendizagem se preocupam com o processo de pensamento.

Porque estas linhas são mais adequadas dentro de um consenso geral de que aprendizagem é adaptação ao meio.

3º Ensino programado e máquinas de aprender seriam técnicas válidas para o ensino – aprendizagem da matemática?

No 1º grau deve ser eliminados; no curso colegial e universitário é provável que isto seja possível para desenvolvimento de conteúdos específicos desde que os alunos já sejam capazes de formalizações.

Observação

Para decidir sobre uma técnica de aprendizagem deve-se ter em vista:

a) Se é prioritária a interação do aluno com o ambiente, a máquina não é eficaz.

b) Se é prioritária a aprendizagem de determinado conteúdo é provável que a máquina de calcular seja eficaz.

4º Como o professor atenderia às necessidades naturais da criança para que ela passe realmente pelas etapas necessárias à aprendizagem?

Existe uma ordem definida nas etapas da construção do conceito.

Foram lembradas novas hipóteses levantadas por psicólogos mas o grupo não discutiu por falta de dados.

Do ponto de vista pedagógico o tempo de cada etapa varia de criança para criança. Por exemplo:

A permanência na etapa de concretização varia de um aluno para outro.

A diversificação de atividades e o respeito à escolha do aluno seria uma forma de atender a estas necessidades.

A linguagem aparece como elemento de comunicação durante o processo, mas a formal só aparece depois da formação do conceito.

Professores que debateram os Temas B_2 e B_4:

Amaury Pereira Muniz	– (026)	RJ
Ana Maria Franco Zardin	– (173)	RS
Antonio de Padua Emérito	– (171)	PI
Eduardo Quadra	– (040)	RJ
Elia Araujo Silva Pontes	– (193)	AL
Lauro de Oliveira Lima	– (124)	RJ
Manhúcia Liberman	– (181)	SP
Maria Aparecida Silveira Guimarães	– (182)	SP
Luiz Roberto Duarte	– (180)	SP
Nubem Ayrton Cabral Medeiros	– (175)	RS
Osny Antonio Dacol	– (168)	PR
Regina Célia Monken	– (056)	RJ
Alvina Silaw Muxfeldt	– (020)	RJ
Rosa Maria Boselli dos Santos	– (120)	RJ
Sonia Kramer Fridman	– (118)	RJ
Ana Franchi	– (188)	SP
Annabela Ghitnic	– (060)	RJ
Angelina da Rocha Rosa e Silva	– (100)	RJ
Arcy Pereira de Mello	– (043)	RJ
Cleyton N. de Oliveira	– (208)	PA
Dione L. de Carvalho	– (214)	SP
Elizabeth da Conceição Santos	– (194)	AM
Léa de Oliveira Ramos	– (125)	RJ
Lina Meibe Madureira de Ávila Pires	– (095)	RJ
Maria Alice G. Fonseca	– (38)	RJ
Maria Emilia F. Coutinho	– (022)	RJ
Maria Helena de Carvalho	– (021)	RJ
Paulo Henrique da Silva Oliveira	– (081)	RJ
Sonia Regina Petersen Magioli	– (016)	RJ
Suely Chavantes	– (089)	RJ
Yvonne P. Machado e Silva	– (011)	RJ

B6 – INTERAÇÃO ENTRE A MATEMÁTICA E OUTRAS DISCIPLINAS ESCOLARES.

Texto desencadeador dos debates.

A Matemática assume, cada vez mais, um papel de disciplina integradora. Sua importância nos currículos está relacionada não só com o conhecimento geral, mas também com o desenvolvimento intelectual do indivíduo.

A Lógica Matemática criou o grande elo entre a matemática e ciências como a linguística, e as ciências sociais e humanas. Este correlacionamento se verifica desde o desenvolvimento das estruturas cognitivas até as aplicações práticas aos vários ramos do conhecimento e situação do cotidiano.

Proporíamos para discussão dos subtemas:

1. A INTEGRAÇÃO DA MATEMÁTICA COM AS OUTRAS CIÊNCIAS QUANTO AO DESENVOLVIMENTO DO INDIVÍDUO.

   1.1 Sua participação em algum projeto que servisse de exemplo desta integração.
   1.2 Estratégias utilizadas para o desenvolvimento deste projeto.
   1.3 Tipo de treinamento de pessoal para atuar na execução do projeto.
   1.4 Recursos técnico-pedagógicos usados.

   OBSERVAÇÃO: Caso não haja no grupo quem tenha realizado projeto desta natureza, simular um projeto e responder aos quesitos propostos.

2. A MATEMÁTICA QUANTO À SUA APLICAÇÃO ÀS OUTRAS CIÊNCIAS E AO COTIDIANO DO INDIVÍDUO EM DETERMINADO MEIO:

Dentre os tópicos seguintes: noções sobre conjunto, relações, funções, conjuntos numéricos, lógica das proposições, noções básicas de estatística, probalidades finitas, análise combinatória, álgebra linear, cálculo de áreas e volumes de figuras simples, geometria das transformações, geometria métrica, relacione os que você utilizaria:

   2.1 Engenharia, Física, Ciências Naturais, Ciências Biológicas, Ciências Sociais, Economia, Psicologia, Medicina, Artes ou outras.
   2.2 Em Situações do cotidiano.

2.3 Em conteúdos de outras disciplinas de primeiro ou segundo graus do Ensino Fundamental ou do Ensino Superior com que os tópicos acima estão diretamente ligados.

OBSERVAÇÃO: Cada grupo deverá limitar as respostas à sua área de conhecimento e/ou interesse.

RELATÓRIO DO GRUPO B6

Relatamos os seguintes **pontos de vista.**

1º) Um avanço no sentido de integração, seria a "Licenciatura do 1º Grau de Ciências" (Pelo menos teoricamente, pois há o perigo de se transformar uma tal licenciatura em "colcha de retalhos"). E se na "Licenciatura do 1º Grau em Ciências" houver falha quanto a se alcançar uma real integração, não é de esperar que os futuros professores se convençam da realidade dessa filosofia.

2º) Não basta que o professor de matemática procure, ele sozinho, alcançar esta interação (por exemplo, mostrando exemplos de aplicações a outras ciencias). Com efeito, é preciso que os professores das outras disciplinas, eles também se convençam e convençam os alunos da utilidade da Matemática. Sobre isso ver o ponto de vista de Krygovska (Polônia), citado por A.F.S. Xavier em: Tendências do Ensino da Matemática, (pags. 12-13).

3º) **Tópicos de Estatística introduzidos no ensino da matemática do 1º grau se prestam maravilhosamente para a interação.** Sobre este assunto, podemos citar a experiência do trabalho desenvolvido no Departamento de Estatística e Matemática Aplicada da U.F.C., sob a coordenação do Prof. Airton F. S. Xavier, através do Convênio UFC/PREMEN, para o preparo do texto visando a introdução de noções de Estatística nos programas de Matemática do 1º grau (para 1ª e 8ª série). Como participamos da equipe, podemos dar o nosso depoimento.

4º) Alguns exemplos de interação alcansáveis através da Estatística.

a — **Interação com o programa tradicional de matemática.**
- Utilização de porcentagens, funções, etc. e de outras noções tradicional.
- Obtenção empírica de resultados matemáticos.
- Enfase na matemática Comercial (curso realizado a este nível para professores de nível secundário e alunos etc.)
- Conceitos simples de Análise Combinatória.

b — **Interação com as experiências cotidianas do aluno.**
c — Interação com o programa de Desenho Geométrico.
d — Interação com o ensino de Biologia.
e — Interação com o ensino da Geo-Ciências.
f — Interação com as Ciências-Sociais.
g — Interação com o ensino da língua.

5º) **No 2º grau a Análise Combinatória deve ser acompanhada de tópicos de Probabilidade.**

6º) Outros tópicos de Matemática Aplicada que favorecem a interação com outras disciplinas:
i) Noções de Programação Linear.
ii) Noções de teoria das filas.
iii) Noções de teoria dos enfoques.
iv) Noções de teoria dos jogos.
v) Noções de teoria dos grafos.
vi) Noções de lógica.
vii) Aplicações de Matrizes.
viii) Algumas aplicações simples de probabilidade (ex. Cadeia de Markose).

Sugestões: As aplicações de matemática sejam emergentes de situações reais **preferencialmente**, e que se chequem as formalizações a medida das necessidades.

B5 – ANÁLISE CRÍTICA DO USO DAS NOVAS TECNOLOGIAS EDUCACIONAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Texto desencadeador dos debates

I – ESCLARECIMENTO

Dada a impossibilidade de realizar esta análise crítica em duas páginas, resolvemos apenas fornecer um ponto de apoio para o debate a ser realizado sobre o assunto, apresentando para esse fim alguns elementos e algumas perguntas orientadoras da análise crítica do assunto a ser realizada pelos participantes do "Seminário".

II – VANTAGENS E DESVANTAGENS

As vantagens e desvantagens do uso das novas tecnologias educacionais no ensino da Matemática dependem evidentemente de fatores como:

1. A finalidade desse ensino
   Complementação do ensino da escola regular. Cursos regulares.
   Ensino Supletivo. Conhecimentos mínimos para enfrentar o mercado de trabalho. Formação de mestres. Cursos de aperfeiçoamento.

2. A situação em que se encontram aqueles de quem desejamos certa aprendizagem
   Alunos que trabalham manhã e tarde. Adultos que abandonaram a escola há muitos anos. Alunos da zona rural, etc.

3. A qualidade e função do professor

4. Os recursos disponíveis
   Falta de escolas. Falta de mestres. Falta de integração da Tele-educação nos Sistemas Educacionais. Falta de recursos técnicos e de "Know-how".

III – A ESCOLA FORMAL E O PAPEL DO PROFESSOR

Na Conferência Internacional de Educação, da UNESCO, em setembro de 1975, diz o professor Armando D. Mendes, em seu trabalho "A grande inovação da Tecnologia da Educação": Na época atual, não somente é questionada a essência da escola formal, seus métodos e técnicas, como tambem a própria validade do processo tradicional de ensino.

Em um tal contexto, a discussão do papel do professor e dos meios para aumentar a sua eficiência perde muita significação, se não se indaga, previamente, o grau de importância que tem o professor no conjunto do processo educativo. A pergunta básica é: até que ponto o professor está sendo substituído por outros agentes de transmissão de conhecimentos, de formação. de personalidade e de integração social"?

IV – INOVAÇÕES DE TECNOLOGIAS EDUCACIONAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Apresentamos uma lista de experiências usando rádio, televisão, "mini-cassetes" ou sistemas de multi-meios onde se incluem o "livro de apoio", que realizaram o ensino da Matemática, em diferentes níveis, com resultados satisfatórios:

1. O programa "Vila Sésamo", adaptado de produção americana, especialmente para crianças em idade pré-escolar.

2. Os cursos regulares para crianças, em nível do antigo primário, empregado na Colômbia para mais de 500.000 alunos.

3. O Curso de Matemática do Dr. Ferdinand Graf, em nível de 5ª a 8ª séries, produzido pela "Sudwestfunk" de Baden - Baden.

4. O Curso Supletivo "João da Silva", experiência brasileira premiada internacionalmente, com conteúdo programático especial, para adultos em nível da antiga escola primária.

5. A experiência de multi-meios da TRU da Suécia para adultos em nível de 1º e 2º Graus.

6. Os programas com o objetivo de acabar com o medo da Matemática produzidos em várias partes do mundo, como "Aventuras do número no espaço" (New York) e "Quem tem medo da Matemática? " (Rio).

7. Os cursos de Matemática da Universidade Aberta (Open University) inglesa.

8. Os programas de formação e "recyclage" de professores de Matemática da França (PERMAMA) e os "recyclage" de professores da Bélgica e dos Estados Unidos.

9. O emprego de "mini-cassetes" e de programas de circuito fechado da UCLA (Los Angeles) e da Universidade de Stanford.

V – CONCLUSÃO

As experiências têm mostrado excelentes resultados do emprego das novas tecnologias educacionais no ensino da Matemática.

Os incovenientes apontados são geralmente: falta de recursos, sistemas de recepção falhos, inadequação dos programas e outros que não condenam o emprego mas, justificam seu aperfeiçoamento.

SUGESTÕES E PERGUNTAS PARA O DEBATE

1. É possível aprender pelo rádio ou pela TV?

2. Acha aceitável o emprego das novas tecnologias educacionais para complementar suas aulas?

3. Tem sentido, no Brasil, o emprego de rádio e da TV para o ensino da Matemática?

4. Você acha que os cursos de Matemática pela TV poderão dispensar professores e empregar pessoas de menor formação (monitores)?

5. Existem inconvenientes no ensino da Matemática pela TV? Que sugere?

6. O professor: culpado ou vítima da crise da educação?

7. Como determinar o necessário equilíbrio entre o funcionamento dessas novas tecnologias e o investimento necessário?

B7 – PAPEL DOS ALGORÍTMOS E COMPUTADORES NO ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA

Texto desencadeador dos debates

O contínuo desenvolvimento dos computadores eletrônicos apresenta a tendência do aumento da sua utilização nos mais variados campos do conhecimento humano.

Como resultados das pesquisas em andamento estes equipamentos possuem velocidades de processamento cada vez maiores, custos menores, circuitos eletrônicos miniaturizados e linguagens de programação que os tornam mais acessíveis pelos usuários.

Por outro lado as máquinas de calcular passaram a utilizar circuitos eletrônicos, conceitos de memória e de programação o que veio a aumentar sua velocidade de cálculo e diminuir o seu tamanho. A facilidade de uso e de obtenção de tais máquinas está influenciando o ensino de disciplinas, que tradicionalmente utilizavem a régua de cálculo como ferramenta de trabalho.

Em algumas universidades brasileiras os alunos passaram a usar intensivamente os computadores disponíveis na solução dos problemas apresentados no ensino de diferentes disciplinas.

No ensino do 2º grau o Conselho Federal de Educação estabeleceu o currículo mínimo de técnico em programação e, incluiu as disciplinas de mecanografia e de processamento de dados em todas as profissionalizações da área terciária.

Alguns alunos do 1º grau conhecem e utilizam máquina na solução dos problemas apresentados pelos professores. Isto tem causado pronunciamentos conflitantes de professores e técnicos em educação.

É interessante notar que os computadores apresentam certas características que devem ser consideradas, tais como:

– Possuem um sistema de numeração próprio (binário ou variações dele)
– Executam somente as quatro operações aritméticas (mais suscintamente soma e complemento)
– São capazes de realizar operações lógicas
– A solução de problemas é realizada com o auxílio de algoritmos representados graficamente por fluxogramas.

Não resta dúvida que a crescente utilização dos computadores pelo homem está influenciando o ensino da Matemática e das demais disciplinas.

Sugerimos os temas abaixo como iniciar para discussão neste grupo de trabalho:

- Uso do computador no ensino
- Uso do computador no ensino da matemárica
- Adaptação dos programas de matemática visando torná-los mais adequados ao ensino dos conceitos de computação

Relatório das conclusões do grupo de debate

O Brasil se encontra em estágio de investigação de utilização do computador e da máquina calculadora no ensino.

1 — Uso do Computador no Ensino

O computador deverá ser sempre considerado como auxiliar do professor e como máquina não criativa de ensinar.

A sugestão do grupo é que seja preparado um projeto de divulgação das possibilidades e utilização do computador no ensino para os professores de todos os níveis.

2 — Uso do Computador no Ensino da Matemática

No ensino da matemática o computador deverá ser usado como

a) Ferramenta de cálculo
b) Instrumento de auto-avaliação
c) Recuperação de alunos
d) Biblioteca de cursos e de assuntos.

3 — Adaptação dos Programas de Matemática Visando Torná-los mais Adequados ao Ensino dos Conceitos de Computação

Os programas de matemática devem ser revistos para atenderem a esta nova situação, inclusão dos algoritmos ao mesmo tempo que se deve desenvolver no educando uma atitude de crítica face ao uso da máquina.

Professores que debateram os temas B_5, B_6 e B_7:

Carlos Augusto Cordovil	— (111)	RJ
Celso Braga Wilmer	— (009)	RJ
Edmilson de Vasconcelos Pontes	— (192)	AL
Emmanuel Lopes Passos	— (142)	RJ
Isolda Hora Aciole	— (153)	DF
Lucilia Bechara Sanchez	— (179)	SP

Manuel Jairo Bezerra	– (015)	RJ
Maria do Carmo Vila	– (157)	MG
Marineusa Gazzetta Soares	– (183)	SP
Nelo da Silva Allan	– (217)	SP
Ruy Madesn Barbosa	– (186)	SP
Terezinha Xavier	– (151)	CE
Carlos Martins da Mata	– (110)	RJ
Elizabeth de Souza Penna	– (064)	RJ
Ester da Silva Ferreira dos Santos	– (133)	RJ
Sergio Luiz Gaio	– (133)	RJ
Elena Maria Silveira Lima	– (085)	RJ
Henry George Wetzler	– (218)	SP
Yolanda Oliveira	– (145)	RJ
João Marçal Tomar	– (218)	SP
Luiz do Amaral	– (042)	RJ
Maria Aparecida Sayão Cardoso	– (104)	RJ
Maria do Carmo de Lacerda	– (141)	RJ
Maria Luiza Soares Lariú	– (046)	RJ
Maria Teresa Alves Saltiel	– (126)	RJ
Mimosa Maria Soares Guedes	– (084)	RJ
Norma Glaucia Maciel	– (196)	BA
Patrícia Fürst	– (121)	RJ
Sonia Mª Gomes Bonfadini	– (65)	RJ
Sueli Maria Lopes Figueiredo	– (057)	RJ
Telma Suaden	– (201)	DF

O ENSINO NO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Relatório apresentado no

SEMINÁRIO SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA
Rio de Janeiro, 12 — 14 de abril de 1976

Prof. Amelia Maria Noronha Pessoa de Queiroz
da Equipe de Laboratório de Currículos da SEEC/RJ

No Estado do Rio de Janeiro, segundo o proposto pelo II PND, estão sendo implantados Centros Educacionais de Educação, Cultura e Trabalho, correspondentes às circunscrições administrativas do Estado, em número de dezesseis. Tais centros funcionarão como polos difusores e receptores no processo ensino-aprendizagem e deverão integrar as Áreas de Educação, Cultura, Saúde, Trabalho e Lazer. O objetivo é criar-se uma escola sem muros, num trabalho comunitário integrado.

Estes centros alimentarão os Núcleos Comunitários de Educação, Cultura e Trabalho e estes, por sua vez, as unidades escolares. Forma-se um ciclo permanente de pesquisa, experimentação, avaliação e realimentação para melhoria do ensino. Para isto, procede-se a uma análise do sistema educacional vigente, através de diagnóstico sócio-econômico-educacional-cultural, feito por técnicos especializados da Secretaria.

A partir desta análise, faz-se uma adequação do ensino à realidade do indivíduo.

Nos primeiros anos do ensino fundamental, procura-se atender ao desenvolvimento cognitivo do indivíduo, ativando suas estruturas.

Quanto à Matemática, está sendo elaborada uma experiência baseada na Teoria de Piaget sobre o desenvolvimento mental. Assim é que, nas classes de alfabetização, na fase pré-operatória, levando em conta que a inteligência ainda é pré-lógica e intuitiva, trabalha-se com noções elementares de topologia: curva aberta, curva fechada, interior, exterior; noções de conjuntos e relações (pares ordenados); gráficos de flechas.

No primeiro ano, trabalha-se com operações sobre conjuntos, estudando o conjunto dos números naturais.

No segundo ano, quando se inicia a reversibilidade operatória e a criança observa a transitividade e as conservações, inicia-se os estudo das tabelas, das operações com suas propriedades, e das medidas.

No terceiro e quarto anos, quando já tem a noção parte-todo, parte-parte, começa-se o estudo das frações, múltiplos e divisores de um número; medidas de peso; relações de ordem e equivalência; produtos cartesianos.

Na quinta série, quando se iniciam as operações formais, com que o aluno é capaz de separar as propriedades comuns graças às operações efetuadas sobre os conjuntos, começamos a conceituar formalmente e deduzir os primeiros teoremas.

Em Geometria, estudam-se paralelismo, transformações no plano, equipolência, translações, estruturas de monóide.

Na sexta série, estudam-se grupos, equações e inequações.

Na sétima e oitava séries, fase final das operações formais, os conceitos podem ser abordados com maior rigor de linguagem; formalizam-se as estruturas de grupos e chega-se ao estudo do corpo dos reais e ao estudo das homotetias.

Há uma equipe de cada disciplina preparando as diretrizes curriculares no Laboratório de Currículos da SEEC/RJ. Já estão prontas as referentes ao pré-escolar, primeira, segunda e quinta séries do primeiro grau e estão sendo terminadas as das séries restantes.

Estas novas diretrizes serão aplicadas em 20 escolas estaduais de 9 municípios em caráter experimental. (Foram escolhidas duas turmas de cada série em cada escola para aplicação da experiência e duas turmas de controle).

Os professores destas escolas estão recebendo orientação das equipes do Laboratório de Currículos da SEEC/RJ que elaboraram o projeto e futuramente, passarão para a orientação da Assessoria de Recursos Humanos: terão acompanhamento sistemático no desenvolvimento das atividades e um permanente controle e avaliação através, ainda, da equipe encarregada do projeto de acordo com instrumentos especialmente preparados para esta finalidade nos primeiros estágios da experiência, passando, depois, para a Supervisão Educacional da SEEC/RJ.

As novas metodologias serão implantadas gradativamente em toda a rede estadual de Ensino após os ajustes que se fizerem necessários.

Quanto à terminalidade antecipada (antecipação de habilitação em nível de primeiro grau), diversificam-se as atividades em cursos adequados ao desenvolvimento sócio-econômico local e de acordo com a demanda de mão-de-obra, estimulando-se, também, a continuidade dos estudos em níveis mais altos. Neste caso, o aluno sai pré-qualificado para o trabalho. Tal curso é oferecido nas zonas mais desfavorecidas para oferecer melhores condições de vida a seus habitantes.

A SEEC/RJ já conta com uma escola nestes moldes, em Cordeiro, onde houve a integração de três Secretarias: Educação e Cultura, Agricultura e Abastecimento e Saúde, além do envolvimento da comunidade local.

No 2º Grau existe um núcleo comum, indispensável à cultura de um indivíduo neste nível, e às habilitações profissionais; só então, há disciplinas específicas que constituem a parte diversificada do ensino.

Os primeiros projetos de segundo grau, com diretrizes curriculares para os cursos normal e de ensino regular acabaram de ser elaborados pelo Laboratório de Currículos da SEEC/RJ.

Na educação fundamental procura-se desenvolver as potencialidades do indivíduo, visando sua realização como pessoa integrada à sociedade em que vive, transformando-se no sentido de seu desenvolvimento.

A criança trabalha preparando-se para cada fase que se segue em seu desenvolvimento. É aí que o professor se situa como facilitador de aprendizagem, para um melhor desempenho do indivíduo.

Cada disciplina contribuirá para isso, na medida em que atenda às necessidades do meio ambiente em que se dá seu estudo. Numa grande cidade, por exemplo, com o crescente emprego de computadores, é necessário o estudo do sistema binário, do cálculo das probabilidades, do uso de calculadoras, enquanto que numa escola situada em zona rural tais estudos não deverão ser considerados como indispensáveis.

Cabe ao professor o bom senso de adequar o programa geral proposto à realidade de seus alunos, o interesse, a integridade e o entusiasmo necessários para otimizar os objetivos a que se propõe.

SITUAÇÃO DO ENSINO DA MATEMÁTICA NO ESTADO DA BAHIA

Relato apresentado no Seminário sobre o Ensino de Matemática, Rio de Janeiro, 12-14 de abril de 1976.

Martha Maria de Souza Dantas
Professora da Universidade da Bahia

0. Preliminares

A situação do ensino da Matemática na Bahia é, de um modo geral, lamentável em todos os níveis.
Esta situação é devida, principalmente, ao despreparo e falta de atualização dos professores, a programas mal elaborados, ao comércio de livros textos redigidos com o objetivo de não exigir esforço por parte do aluno e, finalmente, aos processos de promoção do aluno.

1. Situação do ensino da Matemática em nível de 1º grau

O ensino em nível de 1º grau além de tradicional, em geral, não é bom. Os professores das quatro primeiras séries são, com raras exceções, professores primários que não sabem Matemática mas devem ensiná-la. Com tais professores os alunos aprendem, no máximo, regras de cálculo. O defeito principal do ensino da Matemática nas quatro primeiras séries é não levar o aluno a interpretar e, consequentemente, a não resolver os problemas simples que lhe são apresentados. Esta dificuldade tem como causa principal a falta de hábito de leitura, por parte do aluno, viciado com revistas em quadrinhos e livros didáticos elaborados nos mesmos moldes.
As concretizações que, às vezes, são apresentadas não preparam o aluno para uma abstração posterior; também, da observação de casos particulares não chegam a nenhuma conclusão.
Em resumo, depois de 4 anos de estudo de Matemática, por vezes diariamente, os alunos não aprenderam a estudar.
Os defeitos adquiridos nas quatro primeiras séries e a falta de domínio das quatro operações elementares impedem um trabalho melhor nas séries subsequentes do 1º grau.
Da 5ª à 8ª séries lecionam, em geral, licenciados em Matemática (Licenciatura plena) ou licenciados em Ciências (professores polivalentes).
A formação destes últimos é a pior possível e a dos primeiros ainda deixa muito a desejar.
Da 5ª à 8ª séries, os professores se preocupam, sobretudo, em fazer o aluno decorar regras. Para isso são bastante incentivados

pelos programas e livros adotados nos quais não há, praticamente, convite ao raciocínio.

Os programas das séries consideradas quase não incluem geometria e quando esta aparece, ou não é dada, ou se reduz à simples memorização de definições e demonstrações de teoremas.

A parte de teoria dos conjuntos introduzida nos programas de 1º grau está sendo dada como um conhecimento a mais, sem nenhuma utilização posterior.

Os professores fazem, exatamente, o que fazem os livros textos importados do sul do país.

Também nessas séries os professores não sabem usar a indução nem utilizam o concreto para daí abstrair.

2. Situação do ensino da Matemática em nível de 2º grau

Os professores do 2º grau alegam que pouco podem fazer para a formação matemática dos seus alunos devido à falta de base destes. Queixam-se dos seus colegas do 1º grau. Além disso, os programas para este nível deixam muito a desejar. De Geometria pouco ou nada se trata e quando se trata é para exigir memorização de definições e fórmulas (áreas e volumes).

Em 1969, conceitos considerados universalmente necessários para entender a descrição dos fenômenos que ocorrem no mundo de hoje, bem como outros considerados de grande valor metodológico, foram introduzidos nos programas de Vestibular da Universidade Federal da Bahia com o objetivo de forçar modificações sobretudo nos currículos do 2º grau. Lamentavelmente, os conceitos introduzidos eram dados, apenas, nos Cursinhos de Vestibular. Segundo nos informaram, a Universidade Federal da Bahia acaba de retirá-los dos programas de Vestibular.

Considerando que até o momento, apesar da profissionalização do ensino do 2º grau, o objetivo principal do ensino neste nível continua sendo a preparação para o exame vestibular, os programas para estes exames continuam desempenhando uma influência notória no ensino em nível do 2º grau. Do momento que a Universidade passa a reduzí-los para atender aos interesses de uma clientela cada dia mais despreparada, o ensino em nível de 2º grau se torna cada vez mais deficiente. Essa deficiência repercutirá, certamente, na preparação profissional dos alunos a qual requer, cada vez mais, uma base matemática mais sólida e mais atualizada.

3. Situação do ensino da Matemática em nível de 3º grau

A situação do ensino da Matemática em nível de 3º grau (ensino superior) não é mais animadora que a dos graus anteriores.

O Vestibular classificatório da Universidade é responsável pelo ingresso de alunos com grandes deficiências.

Para minorar tal situação o Instituto de Matemática da U.F.Ba. criou classes de recuperação para os classificados abaixo de determinado nível.
Apesar disso, o número de reprovações do referido Instituto continua assustador, constituindo um problema sério para a Universidade.
Sendo a Matemática uma ciência cumulativa é impossível esperar que, a nível de 3º grau, alunos deficientes recuperem em pouco tempo o conteúdo e a formação que deveriam ter adquirido em 11 anos de estudos.
Vale acrescentar que a formação de boa parte dos professores do Instituto de Matemática ainda não é a desejável, não só em conteúdo como em metodologia.

4. Experiência piloto e grupos de estudos

Existem, em Salvador, professores que, por iniciativa própria, se organizaram em grupo de estudos visando a atualização do ensino da Matemática da 5ª à 8ª séries do 1º grau e nas séries do 2º grau.
De início este grupo recebeu apoio e ajuda do Ministério de Educação e Cultura através do CECIBA (Centro de Ensino de Ciências da Bahia). O CECIBA foi, por ocasião da reforma da Universidade, transformado em PROTAP e este foi vinculado à Faculdade de Educação. As condições de trabalho no PROTAP se modificaram bastante e o grupo resolveu abandonar este Centro e trabalhar por conta própria.
As atividades do grupo se resumem no seguinte:

1º) Elaboração de programas, para as séries acima mencionadas, nos quais foram levadas em consideração as recomendações da Unesco no que se refere ao ensino integrado das partes da Matemática e à introdução de assuntos considerados de importância capital no estudo desta matéria;

2º) redação de livros textos envolvendo os conteúdos constantes dos programas elaborados;

3º) experimentação dos programas considerados, em turmas experimentais.

De início a experiência foi feita no Colégio de Aplicação da Universidade Federal da Bahia onde, ainda, vigoram, em parte, os programas elaborados pelo grupo. Houve várias tentativas de penetração na rêde oficial mas quase todas elas foram frustradas.
Atualmente, o grupo, depois de rever os programas e os livros textos, enfrenta novas classes experimentais num Colégio da rêde oficial e num Colégio particular de Salvador. Agora a experiência envolve, também, processos de ensino destacando-se o ensino através de fichas.

ANOTAÇÕES PARA UM PANORAMA DO ENSINO DE MATEMÁTICA NO DISTRITO FEDERAL — Fevereiro de 1976

Relato apresentado no
SEMINÁRIO SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA
R. Janeiro, 12 - 14 de abril de 1976

FONTES — São escassos os dados disponíveis para o traçado de um perfil da situação do ensino de Matemática no Distrito Federal (D.F.). As considerações que seguem baseiam-se essencialmente em três estudos efetuados pela Secretaria de Educação e Cultura, em 1971, sobre rendimento escolar em nível Ginasial e Clássico, e em alguns trabalhos esparsos de investigação do desempenho de estudantes, realizados na Universidade de Brasília. Com referência ao 1º grau, não há qualquer tipo de informação sistemática.

1º GRAU — Conta o D.F. com cerca de 153.000 alunos no 1º Grau, cujo professorado apresenta ao menos a formação em Curso Normal. Neste, atualmente o conteúdo de Matemática (apenas uma revisão da matéria do 1º grau) se distribui por dois dos oito semestres de sua duração total. Acha-se em estudo, no Conselho de Educação do D.F., projeto no sentido de ampliar o treino que normalistas deverão ter na disciplina.

É razoável supor que, de um modo geral, o ensino de Matemática no 1º grau se apresenta muito deficiente, no D.F.. Duas razões principais contribuiram para isso: a adoção de currículos inadequados (citemos, os problemas levantados pela "nova matemática") e a formação precária dos professores.

No que concerne experimentação didática em Matemática, no 1º grau existem iniciativas significantes no D.F.

2º GRAU — Uma população de cerca de 30.000 alunos frequenta o 2º grau, no D.F.. Mais da metade do correspondente professorado não possui licenciatura.

Parece acertada a conjetura de haver piorado consideravelmente a situação que já se configurava no D.F., em 1969/71, no ensino de Matemática do 2º grau. A respeito, alguns pontos preliminares merecem destaque: i) a Matemática distingue-se como a campeã de médias baixas (de notas) e de altos índices de reprovação; ii) a média das notas em Matemática é tanto menor quanto mais avançada a classe; iii) em testes de múltipla escolha na disciplina, há frequentemente uma proximidade assombrosa entre a distribuição dos pontos obtidos e uma distribuição aleatória.

Deve-se ainda notar o efeito dos vestibulares sobre o conteúdo e a metodologia do ensino de 2º grau. A vasta maioria (99,4%) dos estudantes que estão a terminar o profissionalizante pretendem o ingresso nas universidades — matriculando-se, portanto, em colégios que oferecem as matérias constantes do vestibular. À vista da não oferta de Matemática (e Física e Química) no último ano de profissionalização, na rede do ensino oficial do D.F., a evasão para a rede privada é por conseguinte grande. Obviamente, prioridade é dada então ao "treino para passar em vestibular", e não à obtenção de conhecimento e aprendizado.

Ressente-se ademais, o ensino de 2º grau no D.F., da falta de entrosamento do seu corpo de professores com as universidades. Inexistem grupos permanentes e ativos de assessoria, investigação e debate, que poderiam ser constituidos com a ampla participação universitária.

No que se refere à formação do professorado em Matemática para o 2º grau, também não se nota maior criatividade e empenho por parte das universidades do D.F.. As instituições privadas atendem basicamente o interesse daqueles que, já labutando no magistério, procuram seus títulos por razões funcionais. A instituição pública volta suas atenções para os problemas de pesquisa e formação do pessoal para ensino superior — abrigando, em seu curso de licenciatura, essencialmente aqueles que desejam uma habilitação suplementar, para uso apenas eventual.

Finalmente, deve-se ainda mencionar as dificuldades inerentes a currículos mal projetados, cuja implementação é ademais feita com desvios e deformações. As reformas de conteúdo (por exemplo, a "modernização" da matéria) são também fonte de problemas diversos.

Acerca de experimentação didática, no D.F. não há atividade significante, em ensino de Matemática do 2º grau.

ENSINO SUPERIOR; GRADUAÇÃO — Cerca de 3% da população do D.F. frequenta cursos superiores, totalizando 23.000 estudantes — 8.000 na Universidade de Brasília, instituição oficial, e os restantes em quatro outras entidades particulares. Desse total, uma vasta maioria toma disciplinas de Matemática, num ou noutro momento de sua formação.

O ensino de graduação apresenta no D.F. aqueles mesmos problemas que, provavelmente, ocorrem nas demais unidades da Federação. Citemos apenas alguns: i) dificuldade de aliciamento de pessoal docente qualificado; ii) classes com número excessivo de alunos; iii) classes de constituição heterogênea (diferente formação básica e diferentes opções); iv) descaso das tarefas didáticas, pelo corpo docente, devido a pressão financeira ou a contingências da estrutura acadêmica; v) mal aproveitamento generalizado (padrão inseguro, no que respeita o conteúdo; baixas médias de notas; altos índices de reprovação; etc.).

No setor de Matemática, atualmente não existe no D.F. qualquer experimentação e criatividade em ensino universitário. Na Universidade de Brasília, os esforços se concentram na formação de bacharéis e na pós-graduação, dentro de estilo tradicional. Também tradicionais são os métodos empregados para o treinamento, em Matemática, dos alunos nas diversas opções oferecidas pela Universidade (que conta hoje, por semestre, com cerca de 4.000 matrículas nas várias cadeiras de Matemática).

Nas instituições privadas, o quadro é como o antes apontado: titulação de uma perícia já consagrada e atuante no magistério secundário ou suprimento, em meio às dificuldades também já indicadas, de instrumental supostamente necessário aos diversos domínios de formação. Aliás, a procura dos cursos de licenciatura particulares tem decrescido, com a diminuição progressiva do pré-determinado universo de candidatos.

Deve-se mencionar, no entanto, que uma importante e válida experiência didática em Matemática (e Física e outras disciplinas) teve lugar na Universidade de Brasília, de 1970 a 1972: a aplicação, em massa, do método Keller de ensino personalizado (ver por exemplo "O Método de Instrução Personalizada na Universidade de Brasília: Aplicação, Análise e Comparação com o Método Tradicional", Luiz Felippe P. Serpa, Departamento de Física da UnB, Brasília, 1970).

ENSINO SUPERIOR; PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO — A Universidade de Brasília mantém, desde 1971, curso de Mestrado em Matemática, ora reconhecido pelo Conselho Federal de Educação. Os métodos ali empregados são ortodoxos: aulas expositivas, listas de exercícios, provas parciais e finais. Algumas dezenas de mestres foram titulados, desde a instalação do processo, e recentemente (1975) anunciou-se a abertura de um curso de Doutoramento.

O ensino de pós-graduação. Além de suas dificuldades próprias, **mutatis mutandis** apresenta aquelas listadas do item anterior, i) e de iii) a v).

Ainda no mesmo núcleo, desenvolve-se pesquisa em algumas especialidades (Grupos Finitos: Análise Funcional e Matemática Aplicada). A Biblioteca da Universidade conta com um acervo razoável, para nossos padrões, tanto em livros como em periódicos.

RELATO DE NOSSAS EXPERIÊNCIAS NO CAMPO DA RECUPERAÇÃO DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA DE ESCOLARIDADE NA ÁREA DE MATEMÁTICA.

APRESENTADO NO SEMINÁRIO SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA
R. Janeiro, 12 - 14 de abril de 1976

Constituímos uma equipe formada por professoras primárias e licenciadas em Matemática, que, há 3 anos, vem se dedicando ao trabalho de recuperação de crianças, que têm apresentado dificuldades em acompanhar classes de curriculum normal em escolas de nível médio. Atendemos a crianças que, desde o início de um estudo sistematizado de Matemática, encontram uma barreira que as impede de seguir seu curso normalmente.

A Observação, enquanto professores dirigindo classes, ou, como no caso da Professora Manhúcia, também como orientadora de Matemática, mostrou-nos que, quando um aluno apresenta dificuldades generalizadas nessa área, mesmo depois de feitos acompanhamentos individuais em tipos de aulas particulares em que a matéria é repetida, suas dificuldades permanecem.

Acreditamos que isso acontece, porque sua recuperação é feita, apenas, em caráter de treino ou porque se exige dela uma abstração de que ainda não é capaz.

Com a difusão das teorias de Piaget sobre as etapas do processo de aprendizagem e com o conhecimento do detalhamento feito por Dienes dessas etapas, compreendemos que era urgente uma reformulação dos caminhos a seguir, se quiséssemos obter sucesso com crianças desse tipo.

Julgamos, também, ser a formação de um raciocínio lógico indispensável para todo o indivíduo, qualquer que seja o ramo de atividade a que se dedique. No entanto, o estudo da lógica é restrito, pouco ou quase nada desse estudo é desenvolvido pela escola primária, embora todo o conhecimento humano faça apelos constantes a conceitos lógicos e, muito cedo, a escola exija do aluno a aplicação desses conceitos que ainda não foram integrados no seu pensamento pedindo-lhe que realize trabalhos de relação, ordenação, e generalização.

Tendo em vista esses fundamentos e considerando que a maioria das escolas ainda não têm condições de atender a essas crianças, estabelecemos um planejamento que visa proporcionar a essas crianças recursos para vencer esses encargos.

Assim sendo, logo que uma criança é encaminhada para nós é necessário que nos situemos em relação à mesma, dominando as feições de seu pensamento pois o simples fato de não se dar bem na escola não quer dizer que tenha capacidade intelectual limitada. A experiência tem mostrado que a principal causa do seu fracasso está ligada a falhas na orientação de sua instrução, inadequada para proporcionar-lhe condições favoráveis para construção de conceitos.

Por isso todo o nosso trabalho destina-se a oferecer as mais variadas experiências através de materiais concretos, a fim de que percorram todos os passos necessários a abstração construtiva de um conceito. Só quando essa abstração foi conseguida através de suas próprias conquistas é que passamos a trabalhar com as propriedades dessa abstração.

Como conseguir que crianças trabalhem no sistema de numeração decimal sem lhes dar oportunidade de manipular materiais de outras bases, que auxiliarão na abstração das propriedades deste sistema?

É possível exigir que uma criança identifique termos semelhantes se não é capaz de discriminar atributos de materiais?

Crianças que são incapazes de perceber regiões do plano, serão capazes de entender, num gráfico, um conjunto com subconjunto do outro?

A resposta a essas perguntas justifica o cuidado que devemos tomar, para que não se queimem etapas do processo de aprendizagem.

Procuramos, portanto, refazer essas etapas sendo que o tempo gasto nesse trabalho depende essencialmente do aluno e não da sua idade cronológica ou da classe que frequenta.

Ao lado de um atendimento da parte cognitiva procuramos ligar a parte afetiva não esquecendo as necessidades de participação, afeto e segurança que têm essas crianças. Assim sendo, trabalham, sempre que possível, em grupos de alunos cujas dificuldades se assemelham, pois acreditamos que esse contacto auxilia a compreender e aceitar a si próprio e encontrar o equilíbrio entre o sucesso e o fracasso.

Temos percebido, gradativamente, o desabrochar dessas crianças e um desenvolvimento da autoconfiança à medida que se envolvem com as atividades e colaboram na resolução de problemas com o grupo.

Os resultados obtidos com o número de alunos participantes deste trabalho, justifica a sua continuidade.

É preciso notar que em muitos casos, fez-se necessário um acompanhamento psicológico como auxiliar da recuperação integral destas crianças.

Os relatórios que as escolas nos têm enviado mostram que há, inicialmente, uma mudança do comportamento que se faz sentir no interesse pelas aulas, no aumento da capacidade de concentração e até mesmo na ordenação de seu pensamento lógico. Depois de um certo período de trabalho, com variação pessoal, surgem resultados na área da Matemática.

Aprendemos, ao trabalhar com essas crianças, a aceitá-las como são, sentir prazer nos pequenos sucessos e ter satisfação em saber que um pequeno crescimento é tão significativo quanto um grande num indivíduo melhor dotado.

Equipe:
Manhúcia Perelberg Liberman
Maria Aparecida Silveira Guimarães
Olga Maria Dia de Gouvêa
Lígia Silveira Monteiro
Regina Lucia da Motta Wey