# BOLETIM

**7** abril/79

GEPEM

GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

GEPEM

BOLETIM 7 ABRIL/79

# E R R A T A

- Na página 3, onde lê-se professores, leia-se predecessores.
- Na página 23, onde lê-se independência, leia-se dependência.
- Na página 25, onde lê-se vez, leia-se ver.
- Na página 27, onde lê-se impotante, leia-se importante.
- Na página 29, acrescente-se A PROPÓSITO: e onde lê-se "bom conselho deve ser generalizado", leia-se "bons conselhos devem ser generalizados"
- Na página 33, antes do 1º parágrafo, acrescente-se: APRESENTAÇÃO DO TRABALHO FEITA PELOS AUTORES.
- Na página 35, antes do 3º parágrafo, acrescente-se: SINOPSE.

**GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA — (GEPEM)**

DIRETORIA

Presidente: Maria Laura Mouzinho Leite Lopes
Vice-Presidente: José Carlos de Mello e Souza
Diretor Cultural: Anna Averbuch
Secretário Geral: Franca Cohen Gottlieb
Secretário: Celena Maria Ferreira Cesar
Primeiro Tesoureiro: Wilson Belmonte dos Santos
Segundo Tesoureiro: Maria Helena Carvalho

ASSESSORES

ESTUDOS E PESQUISAS:
Maria da Conceição Gomes
Maria José Montes

TÉCNICO-PEDAGÓGICO:
Estela Kaufman Fainguelernt
Amelia Maria N. Pessoa de Queiroz

PUBLICAÇÕES:
Moema L. Mariani de Sá Carvalho
Vera Maria Rodrigues

INTERCÂMBIO INTERNACIONAL:
Franca Cohen Gottlieb

**ÍNDICE**

## APRESENTAÇÃO

Abrimos esse número com uma palestra de Albert Einstein sobre Educação, e com o capítulo "A Física e as Leis da Geometria", traduzidos, respectivamente, dos seus livros: "OUT OF MY LATER YEARS" e "La Théorie de la Relativité Restreinte et Généralisée (mise à la portée de tout le monde)" — Ed. Gauthiers — Villars — Paris — 1921.

A seguir publicamos:

- "A Matemática no Egito", artigo do Prof. José Eduardo Martins do Colégio Pio XII de Campinas (S.P.);
- "Observações sobre o desenvolvimento do Cubo", tradução do relato sobre uma experiência em Educação Matemática. Essa experiência foi realizada na França, pelo I.R.E.M. de Montpellier, nas séries que correspondem às nossas de 5.ª à 8.ª do 1.º grau, e foi relatada pelo grupo que a realizou. Em palestras informais, os professores Roumieu e Brousseau enriqueceram essa exposição com comentários esclarecedores.
- "A Propósito das Calculadoras em Educação Matemática", sobre algumas idéias e comunicações na 5.ª C.I.A.M., realizada em Campinas (S.P.), em fevereiro de 1979.
- "Uma Estratégia Integradora de Atividades Inter-disciplinares", transcrita da comunicação apresentada na 5.ª C.I.A.M. pelo Professor Sergio Lorenzato (Faculdade de Educação — Unicamp), registrado no primeiro documentário da referida Conferência.

Na seção de Notícias, reproduzimos as palavras encorajadoras, pela fé e esperança que traduzem, dirigidas pela Prof.ª Estela Fainguelernt a seus afilhados, os licenciados em Matemática de 1978, por ocasião de sua colação de grau na U.S.U.

Na seção Resenha de Livros, transcrevemos a Apresentação e a sinopse feita pelos autores da coleção "Guias de Estudo", para professores do 1.º grau (5.ª à 8.ª série) editada pela Secretaria de Educação do Município do Rio de Janeiro, em convênio com o GEPEM.

Agradecemos aos colegas as sugestões e colaborações.

## HOMENAGEM A ALBERT EINSTEIN NO CENTENÁRIO DO SEU NASCIMENTO

Albert Einstein não pertencia ao grupo de cientistas que se isolam em uma torre de marfim. Suas atitudes sociais, políticas ou filosóficas, revelam sua mente profundamente humana, merecedora de toda nossa admiração e respeito.

Ao ensejo do centenário do seu nascimento, nada melhor do que os seus próprios pensamentos reenfatizados, para exemplo, satisfação e orgulho da espécie humana que, só com esses sentimentos, poderá homenageá-lo à altura:

- Palestra sobre Educação, pronunciada em 1935, traduzida do livro "Out of my Later Years" como ilustração de suas várias intervenções no que diz respeito à causa da humanidade.
- "A Física e as Leis da Geometria" tradução do Capítulo I do Livro "La Théorie de la Relativité Restreinte et Généralisée (mise à la portée de tout le monde)" — Paris 1921 que interessa de perto aos professores de Matemática, ao revelar a sua visão crítica da Geometria na descrição do Universo.

## 1 — PALESTRA SOBRE EDUCAÇÃO

Um dia de comemoração em uma comunidade é, em geral, dedicado à recordação, especialmente, à memória dos personagens que tenham se distingüido no desenvolvimento da sua vida cultural.

Essa afetuosa atenção a nossos professores não deve ser negligenciada, particularmente porque a memória dos fatos significativos do passado estimula os bem-intencionados, e os encoraja em seus esforços. Isso porém deveria ser feito por alguém que, desde a sua juventude, tenha estado ligado à região e esteja familiarizado com o seu passado; não por quem, como um cigano, tenha errado pelo mundo, e adquirido suas experiências em toda sorte de países.

Assim, nada me resta senão falar sobre questões que sempre foram relacionadas com assuntos educacionais e que assim continuaram, independente de espaço e tempo.

Não posso me declarar uma autoridade no assunto, especialmente porque, em todos os tempos, homens inteligentes e bem-intencionados têm lidado com problemas educacionais, tendo expressado, com toda clareza, seus pontos de vista sobre esses assuntos.

De que fonte poderia eu, então, como um leigo no reinado da pedagogia, adquirir coragem para expor opiniões, sem fundamentos que não sejam os da experiência e convicções pessoais? Se se tratasse de um assunto realmente científico, provavelmente eu seria tentado a me calar, diante de tais considerações. No entanto, no que concerne às atividades humanas, o conhecimento apenas da verdade não basta; ao contrário, esse conhecimento precisa ser continuadamente renovado por esforços incessantes, para que não se perca. Assemelha-se a uma estátua de mármore no deserto, que esteja permanentemente ameaçada de ser soterrada pela areia; mãos ativas devem estar sempre trabalhando para que o mármore continue eternamente a brilhar ao sol. Junto a essas mãos as minhas estarão sempre.

A escola tem sido o meio mais importante de transferir a riqueza da tradição, de uma geração para a seguinte. Isso se verifica hoje em dia, cada vez mais do que antigamente, porque a família tem se enfraquecido como suporte de tradição e educação, pelas condições novas da vida econômica. A continuidade e a saúde da sociedade humana tornam-se portanto cada vez mais dependentes da escola.

Às vezes a vemos, simplesmente como o instrumento para transferir uma certa quantidade ótima de conhecimentos à geração em crescimento. No entanto, essa é uma visão errônea. Conhecimento é algo morto, sem vida, e a escola serve aos vivos. Deve desenvolver nos jovens aquelas qualidades e capacidades que sejam de valor para o bem-estar da comunidade. Não querendo dizer, com isso, que a individualidade deva ser destruída e o indivíduo transformado em mero instrumento da coletividade, como uma abelha, ou uma formiga. Porque a sociedade com indivíduos padronizados, sem personalidade original e objetivos pessoais, seria uma pobre comunidade, sem possibilidades de desenvolvimento. Ao contrário, o objetivo da escola deve ser treinar para a independência de ação e de pensamento os indivíduos que tenham, como sua mais alta aspiração, o serviço à comunidade.

Ao que me parece, o sistema educacional inglês é o que mais se aproxima da realização desse ideal.

Mas como se poderá atingí-lo? Pregando moral? Certamente não. Palavras são e permanecem um som vazio, e ideais que não vão além das palavras sempre acompanharam a estrada da perdição. Personalidades não se formam pelo que é ouvido ou dito, mas pelo próprio trabalho e suas atividades.

Nesse sentido, o método mais eficiente de educação sempre foi aquele em que o aluno é conduzido à ação. Isso se aplica tanto às primeiras tentativas de escrever, entre as crianças do primário, como às teses de doutoramente na Universidade, ou à mera memorização de um poema, a uma redação, à interpretação e tradução de um texto, à resolução de um problema matemático ou à prática de esportes.

Por detrás de cada conquista existe a motivação básica, que é o seu fundamento e que, por sua vez, é reforçado e realimentado pela execução do empreendimento.

Residem aí as maiores divergências no que há de mais importante entre os valores educacionais da escola: a mesma tarefa pode dever a sua origem ao medo e coerção, à ambição de comando e desejo de se distingüir, ou a um interesse envolvente no seu objetivo, no desejo de alcançar a verdade e a compreensão, que traduz essa divina curiosidade que toda criança possui, e que, no entanto, é tão freqüentemente abafada bem cedo.

As influências educacionais que são exercidas sobre o aluno, através de um mesmo trabalho, podem variar amplamente, na dependência do que está no fundo da sua proposta: se medo de punição, paixão egoística, ou desejo de prazer ou satisfação pessoal.

Ninguém poderá sustentar que a direção de uma escola e a atitude dos professores não tenham influência sobre a formação das bases psicológicas dos seus alunos.

Para mim, o que me parece pior numa escola, é que ela trabalhe principalmente na base do medo, da força, do autoritarismo. Tal tratamento, destrói os sentimentos autênticos, a sinceridade e a autoconfiança do aluno. Produz um indivíduo submisso. Não é surpresa que tais escolas sejam a regra na Alemanha e na Rússia. Eu sei que neste país as escolas estão livres desse mal; assim também o é na Suíça e provavelmente em todos os países com governos democráticos.

É relativamente simples manter a escola livre desse mal pior de todos. Deixe-se ao professor o menor número possível de medidas coercitivas, de modo que os únicos motivos de respeito dos alunos pelo seu mestre sejam as qualidades intelectuais do mesmo.

O segundo motivo mencionado, a ambição, ou, em termos mais amenos, a ânsia de reconhecimento e consideração, está firmemente arraigado à natureza humana. A cooperação humana seria inteiramente impossível, na ausência de estímulos mentais dessa natureza; o desejo de aprovação de seus semelhantes é certamente um dos poderes mais importantes de coesão da sociedade. Nesse complexo de sentimentos, convivem bem vizinhas forças construtivas e destrutivas. O desejo de aprovação e reconhecimento é uma saudável aspiração; mas o desejo de ser considerado como o melhor, o mais forte, o mais inteligente, conduz facilmente a uma acomodação psicológica excessivamente egoísta, que pode se tornar prejudicial ao indivíduo e à comunidade. Portanto, a escola e o professor devem se resguardar do emprego do método fácil de despertar a ambição individual para conseguir que os alunos se apliquem na execução de um trabalho.

A teoria de Darwin da luta pela existência e a seletividade, trazida a esse terreno, tem sido citada por muitos, como uma autorização ao encorajamento do espírito competitivo. Dessa maneira, algumas pessoas têm tentado provar pseudo-cientificamente a necessidade da luta econômica destrutiva, de competição entre indivíduos. Isso, porém, não é correto; porque o homem deve a sua força na luta pela existência ao fato de ser um animal que vive socialmente.

Em termos de sobrevivência, tão insignificante para o formigueiro é a batalha de duas formigas, como o é para uma comunidade a disputa individual entre seus membros.

Portanto, é preciso que a escola se abstenha de pregar aos jovens o sucesso individual no sentido usual, como objetivo de vida; isto é, considerando como bem sucedido o homem que receba muito dos seus companheiros, incomparavelmente mais do que os serviços que lhes tenha prestado, de uma maneira geral. O valor de um homem, ao contrário, deve residir no que ele der, e não no que ele fôr capaz de receber.

O motivo mais importante para se trabalhar na escola é o prazer no próprio trabalho, no seu resultado, e a confirmação do valor desse resultado para a comunidade.

Vejo como a tarefa mais importante da escola o despertar e o fortalecer dessas forças psicológicas no jovem. Somente tal fundamentação psicológica conduz às mais altas aquisições do homem; o conhecimento e a habilidade artística.

Despertar esses dotes psicológicos produtivos certamente não é tão fácil como usar a coerção, ou estímulos à ambição individual; mas é mais valioso.

O importante é reconhecer e aproveitar a inclinação lúdica da criança e o seu desejo de consideração ou reconhecimento, e encaminhá-la aos setores importantes para a sociedade. Essa é a educação que se fundamenta principalmente no desejo de atividades bem-sucedidas e merecedoras de reconhecimento.

Se a escola se desempenhar com sucesso segundo essa orientação, esse fato será altamente reconhecido pela geração ascendente, e os objetivos que tenha proposto passarão a ser reconhecidos como uma espécie de dádiva.

Conheço crianças que preferem o período escolar ao período de férias.

Um tal tipo de escola exige que o professor seja uma espécie de artista em seu setor.

O que poderá ser feito para que tal espírito vença na escola?

Não existe para isso fórmula, tipo panacéia universal.

Há no entanto certas condições necessárias que precisam ser cumpridas.

Primeiro, os professores deveriam ser educados em escolas desse tipo.

Segundo, ao professor deveria ser dada inteira liberdade na seleção do material e dos métodos de ensino empregados por ele. Já que é verdade também para o professor que o prazer em moldar o seu trabalho é aniquilado pela força e pressão exteriores.

Quem acompanhou atentamente as minhas ponderações até agora, provavelmente, estará se interrogando sobre um fato. Falei amplamente sobre o espírito que deve orientar a educação da juventude, de acordo com o seu modo de pensar; mas nada disse ainda sobre a escolha dos objetivos da educação ou sobre métodos de ensino.

Deveria predominar o estudo da linguagem ou de uma educação técnico-científica?

A que respondo: Na minha opinião tudo isso é de importância secundária. Se um jovem treina os seus músculos e sua resistência física pela ginástica ou pela marcha, mais tarde ele estará apto para qualquer trabalho físico. O treinamento da mente e o exercício de habilidades mentais ou manuais apresentam resultados análogos. Nesse sentido, é válida a definição espirituosa dada a educação: "Educação é o que permanece quando se esqueceu tudo o que se aprendeu na escola".

Por essa razão é que não anseio tomar partido entre seguidores da educação filológica-histórica e os da educação mais voltada para as ciências naturais.

Por outro lado, quero me opor à idéia de que a escola tenha que ensinar diretamente o conhecimento especializado e as habilitações específicas que cada um tenha que usar mais tarde diretamente na vida. As solicitações da vida sãodemais multifacetadas para permitirem que se torne possível à escola fornecer treinamentos especializados.

Sobretudo, parece-me questionável tratar o indivíduo como uma ferramenta sem vida. A escola deveria ter sempre como propósito formar jovens com personalidade harmoniosa, e não especialistas. Em minha opinião isto se aplica, em um certo sentido, até em escolas técnicas, cujos estudantes já se destinaram a uma profissão bem definida.

O desenvolvimento da habilidade genérica de raciocício e pensamento deveria estar sempre colocado acima da aquisição de conhecimentos especializados. Aqueles que dominarem os fundamentos básicos dos seus conhecimentos, e que aprenderam a pensar e trabalhar com independência, seguramente irão encontrar o seu caminho, e saberão adaptar-se ao progresso e às mudanças, com maior facilidade do que os outros, cujo treinamento tenha consistido principalmente na aquisição de conhecimentos específicos.

Finalmente, gostaria de observar, uma vez mais, que tudo o que foi aqui dito, de uma forma mais ou menos categórica, não tem a pretensão de ser mais do que a opinião pessoal de um homem, fundamentada apenas na sua própria experiência acumulada, como estudante e como professor.

## — A FÍSICA E AS LEIS DA GEOMETRIA

Sem dúvida todos vocês já tomaram conhecimento, na juventude, do monumento que é a Geometria Euclidiana; e a lembrança desta ciência elevada, laboriosamente edificada em longas preleções de professores conscienciosos, traz-lhes ao espírito, provavelmente, mais respeito que prazer. Por outro lado, olharão com o maior desprezo alguém que ouse duvidar da mais insignificante proposição desta ciência. Entretanto, este sentimento de certeza absoluta não resistirá se lhes for dirigida a seguinte pergunta: "Que você quer dizer quando afirma que estas proposições são "VERDADEIRAS"? Guardemos esta pergunta.

A Geometria decorre de certas noções fundamentais que possuimos mais ou menos claramente, como o PLANO, o PONTO, a

RETA; decorre também de certas proposições simples (axiomas) que nos parecem "VERDADEIRAS", de acordo com a representação que fazemos destas noções. Demonstramos, em seguida, todas as outras proposições a partir destes axiomas, usando um método lógico do qual conhecemos o valor. Uma proposição é, então, exata, isto é, "VERDADEIRA", quando é deduzida destes axiomas pelo método admitido de um modo geral. Examinar a "VERDADE" dos diversos teoremas da Geometria leva, portanto, a examinar a "VERDADE" dos axiomas. Sabemos contudo, há muito tempo, que não somente esta última "VERDADE" não pode ser demonstrada pelos métodos da Geometria mas também que ela não tem sentido (por ela mesma). Assim não é possível perguntar se por dois pontos não passa mais que uma reta; podemos somente dizer que a Geometria Euclidiana trata de figuras denominadas retas, às quais ela atribui a propriedade de ser inteiramente determinada por dois de seus pontos. A idéia expressa pela palavra "VERDADEIRA" não é conveniente para a as afirmações da Geometria pura porque temos o hábito de designar com a palavra "VERDADEIRA" o que corresponde aos objetos REAIS. Ora, a Geometria não se ocupa de relações entre estas noções e os elementos experimentais; ocupa-se unicamente do encaminhamento lógico destas noções entre elas.

É entretanto fácil explicar por que somos levados a considerar as proposições da Geometria como VERDADEIRAS. De fato, existem na natureza objetos que respondem mais ou menos com exatidão às noções da Geometria e que, só eles, sem nenhuma dúvida puderam dar-lhes origem. A Geometria procura afastar-se desta origem a fim de encerrrar o seu edifício, o mais possível, no domínio da Lógica. O hábito, por exemplo, de definir uma reta por dois pontos marcados sobre um corpo praticamente rígido, está profundamente arraigado em nós. Fomos também habituados a considerar que três pontos estão alinhados quando podemos fazer passar um raio visual por estes três pontos desde que o ponto de mira seja bem escolhido.

Por outro lado, segundo nossos hábitos de pensamento, acrescentamos às proposições da Geometria Euclidiana somente a seguinte proposição:

A DOIS PONTOS DE UM CORPO PRATICAMENTE RÍGIDO CORRESPONDE SEMPRE A MESMA DISTÂNCIA (medida em linha reta) QUAISQUER QUE SEJAM AS POSIÇÕES OCUPADAS POR ESTE CORPO.

Transformamos, dessa maneira, as proposições da Geometria Euclidiana em proposições que dizem respeito às diversas posições relativas que podem ocupar os corpos praticamente rígidos.[1]

A Geometria completada dessa maneira pode ser considerada um dos ramos da Física. Temos agora o direito de perguntar se essas proposições geométricas assim interpretadas são "VERDADEIRAS" pois podemos questionar se são verificadas por objetos reais que fizemos corresponder às noções puramente geométricas.

De uma maneira aproximada, podemos então dizer que uma proposição geométrica é "VERDADEIRA" quando conduz a uma construção possível com régua e compasso.

A certeza da "VERDADE" das proposições geométricas, assim compreendidas não pode, naturalmente, apoiar-se sobre experiências tão imperfeitas. Vamos, contudo, de início admitir a VERDADE dessas proposições geométricas e, no último capítulo dessas poucas reflexões (estudando a teoria da relatividade geral) veremos que esta VERDADE não é absoluta mas os seus limites serão precisados.

[1] Damos apenas uma indicação incompleta, mas suficiente para compreender uma tal noção, fazendo corresponder à reta uma representação concreta: Três pontos A, B, C de um corpo sólido estão sobre uma mesma reta quando dados dois pontos A e C, o ponto B seja tal que a soma das distâncias AB e BC seja mínima.

# A MATEMÁTICA NO EGITO

2.º Grau Ciências Humanas — 1978

Prof. José Eduardo Martins
COLÉGIO INTEGRADO DE APLICAÇÃO "PIO XII"
Campinas, SP

As informações sobre o grau cultural de um povo são obtidas através de documentos: monumentos, calendários, pedras tumulares, documentos civis, militares e religiosos.

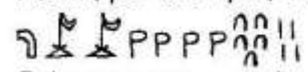
Por meio desses documentos, sabemos que, já na primeira dinastia, encontra-se o sistema decimal, (como o nosso), porém não era posicional. Tinham símbolos especiais para alguns números (potências de 10). Não tinham um símbolo especial para o zero. Quando surgia a necessidade para sua utilização, o escriba deixava um espaço em branco.

A seguir temos alguns dos símbolos utilizados pelos egípcios.

1 = | 10 = ∩ 100 = P 1000 = 

10000 =  100000 =  1000000 = 

Assim, por exemplo, o número 12454 era escrito da forma:



Sabemos que a pedra de Rosseta foi decifrada em 1822, porém, na matemática a chave do segredo só foi descoberta em 1877, por Eisenlohr, ocidentalista de Heidelberg, Alemanha.

A matemática até o século 19 só existia como ferramenta de outras ciências (matemática aplicada), faceta que existe até hoje ao lado da matemática pura. Desta forma é de se esperar que a matemática dos egípcios tenha se desenvolvido por necessidades práticas.

Assim a matemática aparece, por exemplo, no calendário egípcio.

Os egípcios observaram que a inundação anual do Nilo se iniciava logo depois que Sirius, a estrela do cão, se levantava a leste logo antes do sol. Observavam que isto ocorria, regularmente, num ciclo de 365 dias. Utilizando esses dados eles fizeram seu calendário constituído de 12 meses de 30 dias e mais 5 dias de festas.

Sabemos que o ano não tem 365 dias, exatamente, então, a cada ano que passava, o calendário se afastava da realidade das estações do ano, mas tudo voltava ao normal após um ciclo de 1467 anos.

Há estudos sobre a origem do calendário egípcio e conjetura-se que tenha sido instituído em 4228 A.C. ou em 2773 A.C..

Como sabemos, graças às inundações anuais do Nilo, o seu vale é extremamente fértil, e graças a esse fato é que a civilização egípcia pode se desenvolver às suas margens, porém essas inundações traziam um problema: após a inundação as demarcações de terra eram apagadas, trazendo um problema de redistribuição de terras, o que tornou necessário a existência de numeradores. (segundo Heródoto: "Sasóstris... repartiu o solo do Egito entre seus habitantes... Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem... o rei mandava pessoa para examinar, e determinar por medida a extensão exata da perda... Por esse costume eu creio, que a geometria veio a ser conhecida no Egito, de onde passou à Grécia").

Estes agrimensores, chamados "esticadores de cordas", utilizavam-se dos conhecimentos práticos do teorema de Pitágoras. Faziam, numa corda 13 nós, a intervalos iguais, amarravam as pontas, dobrando-a, convenientemente em 3 dos nós. Obtinham, assim, um triângulo retângulo. Isto lhe permitia, traçar perpendiculares e paralelas, necessárias às tarefas de agrimensura. Desta forma conseguiam, restabelecer os limites das terras dos diversos proprietários.

Os egípcios conheciam a relação entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento do seu diâmetro, e o consideravam igual a $\left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3{,}16$, valor notavelmente calculado para a época, (a Bíblia por exemplo faz $\pi = 3$).
(Obs.: o símbolo $\pi$ foi utilizado pela primeira vez por um matemático suíço de nome Leonhard Euler (1707-1783), porém a sugestão de que a razão do perímetro da base da "grande pirâmide" (de Khufu ou Quéops) para a altura foi conscientemente posta no valor de $2\pi$, não tem comprovação documentada, estando, pois, em desacordo com o que sabemos da matemática dos egípcios).

Há um limite de informações matemáticas que se pode obter de monumentos, calendários e pedras tumulares. As informações matemáticas mais precisas e amplas se obtém de papiros, escritos em couro ou madeira.

Os documentos mais importantes sobre a matemática dos egípcios que se conhecem são: o Papiro de Rhind, que é o documento n.º 1, no catálogo da literatura matemática mundial. O Papiro de Kahum; o Papiro de Berlim, duas pranchas de madeira de Akhnuim (Cairo) de cerca de 2000 A.C.; um rolo de couro, contendo listas de frações unitárias (numeradores sempre 1) e datando do fim do período dos hicsos e um importante papiro chamado Golonishev ou de Moscou, comprado no Egito em 1893 e divulgado ao mundo científico e cultural em 1931.

O Papiro de Moscou contém 25 problemas de matemática, dos quais 23 são muito semelhantes aos problemas constantes no Papiro de Rhind (que veremos adiante), e 2 que tratam de asuntos que não constam desse papiro. O primeiro trata do cálculo do volume de um tronco de pirâmide de base quadrada e o segundo trata do cálculo da superfície e volume de um hemisfério.

O Papiro de Rhind ou Papiro de Ahmes, foi comprado em 1858 numa cidade à margem do Nilo, por um antiquário escocês, Henry Rhind; o escriba dessa papiro chamava-se Ahmes. Esse papiro contém 84 problemas de matemática, e tem as seguintes dimensões: 30 cm de altura e 5 m de comprimento.

A escriba utilizada por Ahmes foi a hierática, mais adequada para uso da pena e papel.

O Papiro de Rhind se encontra hoje no Museu Britânico, com excessão de alguns fragmentos que estão no Museu de Brooklin.

O escriba conta que o material, constante no papiro, provém de um protótipo do médio Império (2000 a 1800 A.C.).

O Papiro de Rhind não expõe regras gerais, mas sim casos particulares. Dá exemplos de problemas práticos, que envolvem conhecimentos de geometria, trigonometria, álgebra (equação do 1.º grau) e aritmética.

No papiro, Ahmes fornece uma grande tabela, com auxílio da qual se pode representar uma fração qualquer, como soma de frações de numeradores unitários(os egípcios, com excessão de $\frac{2}{3}$, representavam as frações sempre com numeradores unitários; por exemplo: $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$; $\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$)

A operação fundamental no Egito era a adição; não conheciam a multiplicação (só a duplicação) uma multiplicação de, por exemplo, 69 por 19, seria efetuada adicionando 69 com ele mesmo, para obter 138, depois adicionando a si próprio para alcançar 276, novamente duplicando para obter 552 e mais uma vez dando 1104, que é naturalmente 16x69, como 19 = 16 + 2 + 1, o resultado da multiplicação de 69 por 19 é: 1104 + 138 + 69, isto é: 1311.

Isto que apresentamos é uma síntese do que sabemos da matemática dos egípcios, na antiguidade; convém ressaltar que era um grande conhecimento para a época e que lá foram buscar informações os gregos, com as quais desenvolveram o seu conhecimento.

Lamentamos que esse povo só tenha apresentado um grau altíssimo de cultura apenas em épocas tão remotas, pois sabemos que a partir dessa época até os nossos dias os egípcios não apresentaram uma civilização avançada.

## BIBLIOGRAFIA


1. História da Matemática — Boyer, Carl B. — Edgar Blücher — USP.
2. The Historical Roots of Elementary Mathematics — Bunt, Lucon N.H. Jones, PHILLIPS. Bedient Jackd. Prentice Holl, INC.
3. Pequena História da Civilização Ocidental — Becker — Idal — Cia. Editora Nacional.

## ALGUMAS OBSERVAÇÕES FEITAS EM CLASSE A PROPÓSITO DO DESENVOLVIMENTO DO CUBO

Groupe RECHERCHE GEOMETRIE
I.R.E.M. de Montpellier

As observações a seguir relatadas foram feitas em outubro de 1978 por uma equipe compreendendo dois estudantes universitários de Matemática, nove professores do segundo grau, dos quais oito eram encarregados de classes do primeiro ciclo e um professor estagiário venezuelano. Essas observações se efetuaram em duas classes da sexta série, duas da quinta, duas da quarta e duas da terceira.(*) Em cada classe, o professor de Matemática era um membro da equipe:

Descrição do material e do método.

As observações se desenvolveram em duas seções de 45 minutos, com uma semana de intervalo. Para cada seção, o professor da classe e dois ou três outros membros da equipe estavam presentes.

**Primeira sessão:**

O professor distribui aos alunos coleções de 9 desenhos (anexo 1) e explica:

"Alguns desses desenhos são desenvolvimentos de um

(*) Nota do Tradutor: correspondem, respectivamente às nossas 5.ª, 6.ª, 7.ª e 8.ª séries do 1.º grau.

cubo, outros não. Toda vez que você tiver certeza de que um desenho seja o desenvolvimento de um cubo, escreva "sim" embaixo. Quando você tiver certeza de que o desenho não é o desenvolvimento de um cubo, escreva "não". Se você não souber, não escreva nada".

Quando necessário, o professor explicava o que queria dizer "desenvolvimento do cubo".

Depois de 15 minutos de trabalho individual, as crianças eram convidadas a se reunir em grupos de quatro pessoas para comparar seus resultados e discutir. Em geral, e em todas classes, 15 a 20 minutos eram suficientes para que o grupo reconhecesse sem erro os desenvolvimentos do cubo.

O professor distribuia então aos alunos a folha com questões sobre as faces opostas, as arestas, os vértices. (anexo 2)

Durante toda a fase do trabalho em grupo, cada observador se sentava perto de um dos grupos, para observar em detalhes seu trabalho e sua discussão. Além de observar, propunha questões para acompanhar melhor o encaminhamento do pensamento dos alunos.

**Segunda sessão:**

As crianças se distribuem em grupos. O professor distribui as folhas quadriculadas (espaços de 1 cm) e lhes diz:

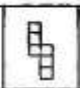
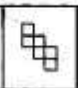
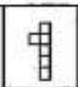
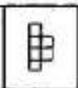
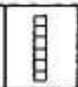
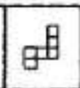
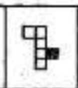
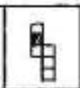
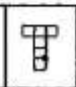
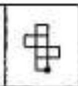
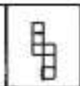
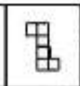
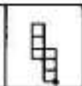
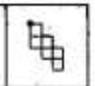
"Vocês hoje irão desenhar todos os desenvolvimentos de um cubo".

Depois da seção da semana anterior, a questão era quase sempre bem compreendida. Era explicada quando se fazia necessário. Cada observador acompanha um grupo e várias vezes é levado a se interessar pelo trabalho de uma criança em particular.

**Resultados estatísticos.**

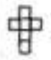
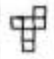
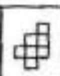
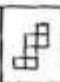
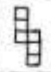
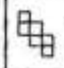
As duas classes de cada nível não são representativas do conjunto de alunos desse nível. Por outro lado, as condições de trabalho dos alunos, tanto individual quanto em grupo, não eram homogêneas. Não podemos portanto, reter desses resultados senão aqueles que sejam os mais expressivos.

**Quadro I (primeira sessão)**
**Porcentagem de resultados**

| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sexta | 98 | 96 | 84 | 38 | 38 | 93 | 87 | 91 | 67 | 93 | 89 | 71 | 58 | 69 | 60 | 4 | 2 |
| Quinta | 93 | 83 | 78 | 54 | 41 | 95 | 88 | 93 | 93 | 100 | 100 | 73 | 30 | 68 | 61 | 0 | 0 |
| Quarta | 93 | 90 | 81 | 45 | 50 | 93 | 88 | 90 | 67 | 98 | 100 | 60 | 48 | 76 | 74 | 29 | 29 |
| Terceira | 97 | 90 | 87 | 65 | 48 | 94 | 90 | 100 | 61 | 100 | 100 | 81 | 42 | 71 | 65 | 23 | 16 |

N.B. Os dois últimos itens não foram muitas vezes estudados por falta de tempo. Isso explica a porcentagem bem fraca de resultados.

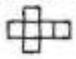
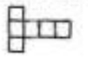
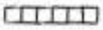
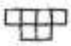
**Quadro II — Pesquisa de todos os desenvolvimentos do cubo — Porcentagem de crianças que obtiveram os desenvolvimentos indicados.**

| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sexta | 100 | 95 | 80 | 77 | 82 | 64 | 45 | 39 | 25 | 75 | 80 |
| Quinta | 100 | 100 | 78 | 93 | 100 | 90 | 46 | 15 | 32 | 71 | 95 |
| Quarta | 100 | 100 | 83 | 76 | 93 | 69 | 52 | 64 | 76 | 76 | 93 |
| Terceira | 100 | 97 | 90 | 97 | 90 | 84 | 68 | 68 | 55 | 84 | 81 |

## RESULTADOS

*Primeira parte* (reconhecimento do desenvolvimento do cubo).

As respostas às questões propostas são dadas após uma experiência que pode ser concretamente realizada (recortando e dobrando o "modelo" proposto) ou somente imaginada.

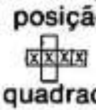
— Quase todas as crianças observadas, possuiam uma representação mental do cubo: a questão proposta era compreendida, certos desenvolvimentos (   ) e não desenvolvimentos (   ) eram reconhecidos por quase todos.

— Aproximadamente a metade das crianças observadas era capaz de imaginar a reconstrução do cubo por dobradura com segurança suficiente para responder corretamente a quase todas as questões. Essa proporção era ligeiramente mais elevada na terceira (nossa 8.ª série trad.) que na sexta série, mas pouco. Parece que essa capacidade de reconstruir mentalmente o cubo é adquirida na sexta série (nossa 5.ª série trad.) e mais tarde não se aperfeiçoa.

— A convicção adquirida não era segura: a experiência imaginada não se impunha com tanta força quanto uma experiência concreta à qual era seguidamente necessária recorrer para adquirir uma certeza.

— Cada aluno encontrava dificuldade em relatar a seus colegas a reconstrução mental do cubo; leve-se em conta a dificuldade de comunicação em cada grupo. Muitas vezes tornava-se necessário recorrer à experiência concreta para convencer os companheiros.

— Algumas crianças, poucas dentre elas, souberam encontrar e utilizar um simbolismo que facilitava a experiência imaginada e a própria comunicação:
  — desenho do cubo em perspectiva
  — flecha indicando as dobraduras
  — cruzes ou algarismos para marcar as faces
  — desenhos esquemáticos do tipo └ ou └┘ indicando certas dobraduras

— Para um bom número de crianças, a reconstrução mental do cubo permaneceu ligada a uma certa posição do mesmo. Por exemplo, para o desenvolvimento  essas crianças acreditavam que somente os quadrados marcados com x poderiam servir de "base". Conquanto soubessem muito bem que o cubo, uma vez reconstituído, pode ser colocado sobre a mesa com qualquer uma de suas faces servindo de base. Tais crianças coordenavam mal a reconstrução mental do cubo e seus deslocamentos no espaço.

— Observações tais como:
  — duas faces opostas não têm em comum, nem aresta nem vértice
  — um vértice pertence a três faces diferentes e a três arestas diferentes
  — uma aresta pertence a duas faces diferentes

poderiam ajudar a responder às questões relativas a faces opostas, aos vértices, às arestas. Permitiriam também explicar, nas questões relativas aos vértices, porque seria preciso colorir um ponto no primeiro caso, e dois pontos no segundo.

Raros foram os alunos que utilizaram essas observações. Seu conhecimento do cubo não era suficientemente teorizado para isso.

*Segunda parte* (pesquisa de todos os desenvolvimentos do cubo).

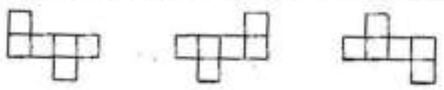
Essa pesquisa exige um método baseado nas propriedades da figura plana que traduzam propriedades topológicas combinatórias simples do cubo. A descoberta dessas propriedades põe em execução a operação de construção mental do cubo e a operação inversa.

— No trabalho de algumas crianças não transpareceu método algum. Simplesmente reencontraram, em suas memórias, alguns desenvolvimentos descobertos na primeira sessão. Essa falta de método é bem mais freqüente na 6.ª série (onde a sua necessidade não se faz sentir), que na 3.ª série, onde a necessidade do método é sentida, porém não é alcançada.

— Nenhum desenvolvimento do cubo contém 5 quadrados em alinhamento. Se um desenvolvimento contém 4 quadrados em alinhamento, os dois outros quadrados deverão se encontrar de um lado e de outro desse alinhamento. Essas propriedades pareciam tão evidentes a um bom número de crianças, que elas não chegavam a ser formuladas. Eles espontâneamente colocavam no seu trabalho os 4 quadrados em alinhamento e em seguida um de cada lado. Mas sob solicitação do observador, essas propriedades eram claramente formuladas.

— As duas observações anteriores permitem a procura sistemática dos 6 desenvolvimentos contendo 4 quadrados em alinhamento. Essa procura sistemática é iniciada por várias crianças, mas poucas a levam espontaneamente até o fim. Os que a levam a termo, o fazem de uma maneira exaustiva. Têm certeza de terem descoberto todos os casos possíveis.

— A dificuldade principal que as crianças encontram é a identificação dos desenvolvimentos assimétricos, por exemplo:



Algumas crianças os identificam bem rapidamente e com segurança; outras mal as reconhecem, mesmo quando lhes são mostradas.

Essa dificuldade pode ser interpretada de duas maneiras, dentre as quais nos é difícil estabelecer uma separação:

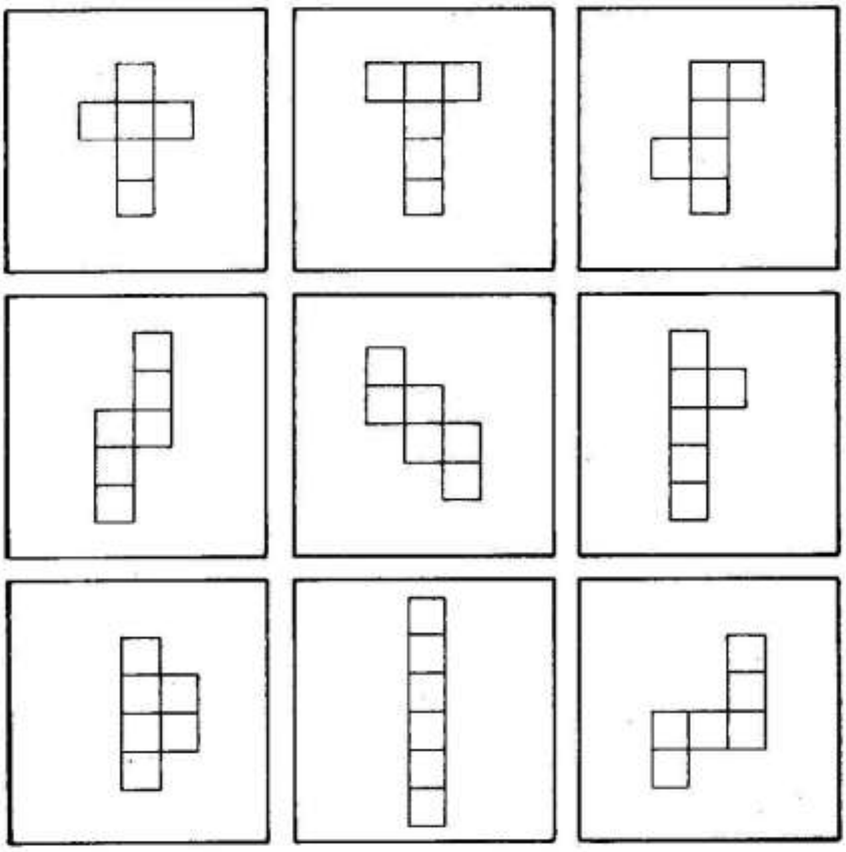
a) dificuldade real de percepção da simetria das figuras planas.

b) a reconstrução mental do cubo não se faz da mesma maneira com dois desenvolvimentos simétricos em relação a uma reta. Se o desenvolvimento do cubo — figura plana — não é separado da operação de reconstrução, é natural considerar que dois desenvolvimentos simétricos sejam diferentes.

Outros índices — por exemplo, questões propostas aos alunos sobre o interior do cubo — mostram que o desenvolvimento do cubo se mantém muito ligado à operação mental de construção.

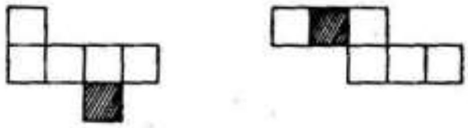
— As crianças que obtiveram os 6 desenvolvimentos contendo 4 quadrados em alinhamento, procuraram em seguida os desenvolvimentos contendo no máximo 3 quadrados em alinhamento. Acharam alguns desses desenvolvimentos, e alguns grupos, obtiveram assim os 11 desenvolvimentos do cubo. Mas nenhum conseguiu elaborar um método que exaurisse o problema.

ANEXO 1

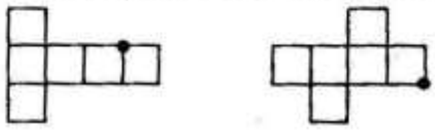


ANEXO 2

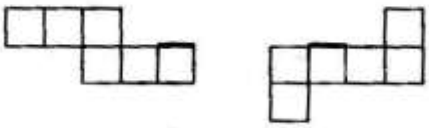
1) Hachure a face oposta à que está marcada.



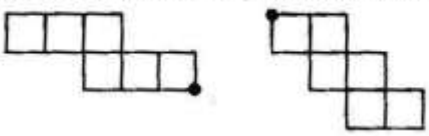
2) Faça um colorido em todos os pontos que irão coincidir com o ponto marcado, quando se construir o cubo.



3) Trace em cor todos os segmentos que irão coincidir com o segmento marcado, quando se construir o cubo.



4) Trace em cor todos os segmentos que deverão se encontrar no ponto marcado, quando se construir o cubo.



## A PROPÓSITO DAS CALCULADORAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

(Sobre Algumas Idéias e Comunicações apresentadas na 5.ª C.I.A.E.M. — Unicamp, Fevereiro — 1979)

— 1 —

Por serem comuns em todos os países críticas ao uso de máquinas eletrônicas, como sendo geradoras de:

" I — dependência
II — perda de habilidade
III — atrofia intelectual"

o Prof. Jaime Michelow (Chile), em um dos painéis da 5.ª CIAEM na Unicamp, rebate essas críticas, argumentando:

"Quanto ao primeiro argumento, o da dependência, é certo que se produzirá um hábito que deixará em situação desconfortável quem não disponha, em um dado momento, de uma calculadora e deva realizar certos cálculos. Porém não é análoga a situação com o relógio ou com o lápis e o papel? Quem sabe se está ou não atrasado se esqueceu o relógio? Quem pode multiplicar 3,142 por 9,87 sem lápis e papel? Criticaríamos estes objetos dizendo que devemos evitar a dependência claramente existente? Esta reflexão destrói completamente a objeção apresentada.

"Quanto ao segundo ponto, o da perda de habilidades, é certo que se perderá a habilidade de efetuar as operações aritméticas com rapidez, tal como o homem perdeu tantas habilidades úteis outrora: a de saber a hora olhando o sol, a de acender uma fogueira esfregando pauzinhos. Há habilidades que se tornam obsoletas e não devemos lamentar perdê-las. Devemos desenvolver no homem habilidades humanas e não habilidades para fazer algo que uma máquina pode fazer melhor.

"Em relação ao terceiro ponto, o da atrofia intelectual, este é em parte o mais difícil de contestar. Se se usa uma calculadora para obter o valor de uma função em vez de usar uma tábua, cremos que ninguém critique a substituição de uma tarefa que o nosso intelecto não faz por outra que o desenvolva; a objeção se baseia fundamentalmente na crença de que o operar aritmeticamente desenvolve o intelecto.

"Para contestar esta objeção necessita-se uma análise mais detalhada. Tomemos por exemplo a operação soma (no caso de somar dois inteiros) e analisemos matematicamente o problema.

"Dadas duas sucessões de algarismos (0 a 9)

$$\begin{array}{ccc} a_n & a_{n-1} & \ldots a_1 \\ b_n & b_{n-1} & \ldots b_1 \\ \hline \end{array}$$

obter uma sucessão de algarismos

$c_{n+1} \quad c_n \quad c_{n-1} \quad \ldots c_1$

"Para obtê-la dispõe-se de uma tabela de dupla entrada e de um algoritmo.

"Numa primeira etapa, as únicas habilidades requeridas são:

a) a capacidade de reconhecer símbolos (algarismos)

b) a capacidade de aplicar um algoritmo (ler um diagrama de fluxo ou uma lista com instruções)

c) a capacidade de usar uma tabela de dupla entrada.

"Numa segunda etapa é necessário que o operador possua:

d) a capacidade de memorizar a tabela e o algoritmo.

São as capacidades a, b, c e d desejáveis?

"Obviamente sim, queremos que o indivíduo possua certa capacidade de memorização (senão teria que estar permanentemente lendo a informação que necessita), de reconhecer símbolos (senão não poderia ler), de efetuar processos descritos por um algoritmo (senão as mais simples operações da vida diária como falar ao telefone seriam impossíveis).

"É o operar aritmeticamente ano após ano a melhor maneira de desenvolver as desejáveis características a, b, d?

"A resposta claramente é *não*. Devemos desenvolver estas características na escola ainda que a *a* e a *d* não sejam responsabilidade do professor de Matemática, sendo sim de sua responsabilidade, a *b*.

"Se o professor de Matemática desenvolver no aluno a capacidade de efetuar processos algoritmos variados, também poderá facilmente, quando seja necessário, efetuar os processos aritméticos, que aliás não precisariam ser os mesmos que conhecemos. O indivíduo usará o processo aritmético que lhe ensinarem ou a máquina, dependendo de qual sistema lhe dê o resultado mais facilmente. Ou seja, ninguém calculará 2 + 3 = 5 na máquina porque esta operação é mais trabalhosa".

"Quando o homem possuía como única fonte de energia, a energia animal, havia uma clara divisão entre o que o homem queria fazer ou podia querer fazer e o que efetivamente era realizável. Uma sólida barreira se interpunha entre os desejos e imaginações do homem e o que era realizável; esta barreira, que chamo "BARREIRA ARITMÉTICA", caiu.

(...)

"De pronto, uma situação que se apresenta, é não ser o aluno preparado para realizar eficientemente (aliás nunca se fêz) tarefas que uma máquina possa fazer melhor; trata-se de preparar o aluno para manejar as máquinas e fazer o que a máquina não pode fazer: pensar, planejar, entender, propor, *resolver situações matematicamente*.

"Não usar o indivíduo como substituto da máquina que precisamente existe para liberar o indivíduo de tarefas que não lhe são próprias. Porém aceitar que a máquina só é mais rápida, infatigável, e que não comete erros; não aceitar, nem permitir que a máquina saiba (ou possa) fazer coisas que o homem não possa fazer. Não aceitar tão pouco a possibilidade de que a máquina nos diga e tenhamos que acatar, sem ter a possibilidade de controlar, de vez, se o que nos diz é correto. Ou seja, a máquina é nossa escrava, nosso inferior, o homem domina a situação.

"É óbvio que se apresentam novas possibilidades de ação, devido à queda da BARREIRA ARITMÉTICA. Podemos agora considerar algoritmos que, pelo grande número de operações aritméticas, eram anteriormente impraticáveis.

"Como já não insistiremos para que o aluno aprenda algoritmos de cálculo aritmético e pratique-os interminavelmente para obter, supostamente, uma eficiência mínima do manejo deles; como já não ensinaremos o uso de tábuas para obter o valor de certas funções (logaritmicas, trigonométricas, etc.) muito tempo ficará disponível, o que nos obrigará a buscar novo material para incluir.

"Por tudo isto teremos que considerar no currículo assuntos como:

— algoritmos facilmente compreensíveis (não necessariamente eficientes) para efetuar as quatro operações aritméticas básicas.

"Neste caso inverteremos o problema: o ensino dos algoritmos aritméticos é um imperativo porque a máquina pode fazê-lo e devemos controlá-la, não devemos ser menos do que ela.

— algoritmos para calcular $\sqrt{x}$, $x^y$.

— algoritmos para calcular sen x, cos x, arc sen x, arc cos x.

"Não se perderá tempo apresentando as fórmulas trigonométricas em forma logarítmica.

— algoritmos para calcular $e^x$, ln x.

"Profetizamos, aliás, que o logaritmo comum (base 10) desaparecerá por não ser necessário.

— algoritmos para calcular $\pi$ e e.

— tópicos de trigonometria esférica para resolver problemas práticos.

— fórmulas como a de Stirling:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\, e^{-n} n^n$$

já que muitos problemas combinatórios usuais necessitam do cálculo de n!

— situações da vida real que possam ser apresentadas matematicamente.

— a sensibilidade de um resultado quando variam os parâmetros dos problemas.

— o grau de aproximação existente em quase todos os cálculos.

— o desenvolvimento da habilidade de avaliar mentalmente a ordem de grandeza de um resultado como uma maneira de examinar criticamente o mesmo (o que sempre se deveria fazer).

Esta lista, de início, não tem nenhuma pretensão de ser completa.

Quanto às mudanças nos métodos de ensino que serão também de importância, mencionaremos por enquanto os seguintes:

— a Matemática se aproximará das ciências experimentais nas quais as leis correspondentes podem ser demonstradas por experiências levadas a efeito usando instrumentos especiais. A Matemática diferia no sentido que suas leis (teoremas) requeriam provas formais e pouquíssima evidência experimental poderia garantir a plausibilidade das mesmas. Agora, ao contrário, as máquinas de cálculo permitem uma fácil e abundante verificação numérica, sendo o equivalente (para os matemáticos) dos complexos laboratórios dos que cultivam as ciências naturais. Em um grande número de casos, a experimentação vai tornar as fórmulas mais aceitáveis e mais compreensíveis para os estudantes, que entenderão melhor como a fórmula "funciona", considerando diversas situações numéricas.

— métodos iterativos vão ser comuns e populares, substituindo inclusive os métodos elementares incorporados tradicionalmente ao ensino. Por exemplo, preferir-se-á, sem dúvida alguma, empregar $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n})$ para construir uma sucessão que nos dê $\sqrt{a}$ em vez do tradicional método, trabalhoso e difícil de lembrar.

— Ao propor um problema aos alunos, não mais se esperará apenas *uma resposta* como também uma *garantia* de que o resultado que se dá é *correto*, sendo esta última condição, a parte mais impotante do problema. Que enfoque é mais rico e instrutivo? A resposta é óbvia.

Por último, consideremos as mudanças na ênfase do ensino.

Os professores de Matemática estavam conscientes da aversão e, freqüentemente, da incapacidade dos alunos para usar métodos em que teriam que lidar com números. Inclusive fazia-se um esforço para escolher problemas que conduzissem a fórmulas em que interviessem unicamente números simples. Desta maneira se OCULTAM e se NEUTRALIZAM inclinações computacionais dos alunos. Problemas práticos e interessantes são deixados de lado por exigir o USO de números desagradáveis de lidar.

Os alunos estão conscientes disto, e quando em suas tarefas encontram números que não são simples, tomam isto como uma indicação de que cometeram um erro.

...

— Ao usar máquinas eletrônicas, problemas reais e interessantes não serão evitados, podendo perfeitamente acontecer que quando o aluno encontrar resultados simples, acreditará que o processo de resolução apresenta algum erro.

— Porém, fundamentalmente, o liberar-nos da *distração* da operação nos permitirá concentrar-nos na *compreensão* do que estamos estudando.

Qual é melhor? Dividir com rapidez e mecanicamente ou estar consciente, por exemplo, que ao dividir 6 por 2 estamos respondendo a duas perguntas:

a) quantos conjuntos de dois elementos podemos formar com seis elementos ou

b) se com seis elementos formamos dois conjuntos (com o mesmo número de elementos cada um) quantos elementos terá cada conjunto?

Quantos alunos entendem perfeitamente isto? Quantas vezes vê-se que os alunos, ao tratar de resolver um problema, não sabem se devem multiplicar ou dividir?

E, de que serve a calculadora se ao darmos números como resposta, não sabemos como interpretá-los?

O resolver um problema, aplicando um conceito, faz parte da compreensão do conceito. As máquinas eletrônicas permitirão maiores aplicações dos conceitos sem a barreira aritmética que constituia um impedimento tanto para professores quanto para alunos.

Encontramo-nos, então, frente a uma situação de mútuo reforço: a calculadora permitindo um melhor entendimento dos conceitos e por sua vez conceitos mais firmes fazendo com que o aluno tire mais proveito da calculadora".

— 2 —

As professoras Maria Thereza Cyrino Mortari e Maristella Poli Polidoro (Instituto de Matemática da Universidade Estadual de Campinas) informam sobre uma pesquisa educacional na comunicação que fazem à 5.ª C.I.A.E.M., sob o título "O compromisso das mini-calculadoras com o Ensino da Matemática". Comentam o trabalho que executaram em uma turma de 8.ª série do 1.º Grau no Centro Educacional "SESI 404", Valinhos (S.P.).

"O objetivo deste trabalho foi a verificação das implicações do uso da mini-calculadora no ensino da Matemática, enfocando o aluno, o professor e o método de ensino. (...) Desenvolveu-se esse projeto num total de 10 aulas-atividades, revisando tópicos de Matemática das séries anteriores (...) O método de ensino adotado foi o da descoberta para que cada aluno seguisse dentro do seu próprio ritmo. Uma preocupação constante foi unir teoria e prática, onde a mini-calculadora teve o papel de *instrumento auxiliar*. Desta pesquisa concluiu-se que o professor que pretende usar a mini-calculadora em sala de aula, deve encarar o aluno como um elemento ativo, introduzindo em seu método atividades cuja exigência primeira seja o raciocínio e não apenas o manuseio de fórmulas e contas como no método tradicional tão usado por nossos professores".

— 3 —

Julgamos oportuno salientar que tão bom conselho deve ser generalizado, não se limitando apenas aos que usam calculadoras.

Não é somente "*o professor que pretende usar a mini-calculadora em sala de aula*" que "*deve encarar o aluno como um elemento ativo introduzindo em seu método atividades cuja exigência primeira seja o raciocínio e não apenas o manuseio de fórmulas e contas*", como foi observado.

Todos os professores devem ter esse procedimento como norma, utilizem eles ou não as calculadoras em sala de aula.

"*O resolver um problema, aplicando um conceito, faz parte da compreensão do conceito*", como diz muito bem o Prof. Michelow.

No entanto, de modo análogo não precisamos esperar pelo uso das calculadoras para incorporar tais normas à nossa didática.

Esses tipos de procedimento devem e podem anteceder o uso disseminado e sistemático das calculadoras, cuja incorporação ao nosso ensino esperamos que seja feita de maneira natural e oportuna, quando resultante de nossa própria fabricação, e ao alcance do poder aquisitivo da população a que se destina.

## UMA ESTRATÉGIA INTEGRADA DE ATIVIDADES INTERDISCIPLINARES

Sergio Lorenzato
(Faculdade de Educação — Unicamp — BRASIL)

Nem sempre se consegue nas escolas uma integração de atividades entre diferentes disciplinas, embora tal integração seja freqüentemente recomendada. Dentro dessa perspectiva foi desenvolvida em 10 escolas de 1.º grau localizadas em São Carlos (SP), Rio Claro (SP), Cruzeiro (DF), Taguatinga (DF), Sobradinho (DF) e Brasília (DF), uma proposta integradora de atividades interdisciplinares intitulada "O Jornal de Matemática" e que consiste no seguinte: auxiliados pelos professores de Matemática, os alunos coletam informações sobre história, falácias, justificativas a certos itens de conteúdo (por quês), curiosidades, aplicações (para quês), todos eles referentes à Matemática. Os professores de Ciências Sociais colaboram de modo especial com a história e os de Ciências com as aplicações; então os alunos se dividem em grupos de acordo com suas preferências, elaboram os rascunhos de seus jornais e os submetem aos professores de português, que os auxiliam na redação, e aos de educação artística, que orientam a apresentação escrita. Sempre que possível, "O Jornal de Matemática" é empregado durante as aulas das várias disciplinas. Considerando-se somente os alunos para os quais não se deu mudança de professores 10 meses antes ou depois do início do emprego da estratégia, os resultados observados nas escolas em que a experiência se deu, foram os seguintes: a) os professores procuraram melhorar os critérios de medição do conhecimento cognitivo (devido a publicação das provas no Jornal); b) 32% dos alunos aumentaram seu interesse pela leitura; c) 58% dos alunos acusaram uma melhor aceitação da Matemática (domínio afetivo); d) 68% dos alunos demonstraram aumento de interesses pelas atividades escolares.

DISCURSO PROFERIDO PELA PROFESSORA ESTELA KAUFMAN FAINGUELERNT, PARANINFA DA TURMA DE LICENCIADOS EM MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE SANTA ÚRSULA, POR OCASIÃO DA SOLENIDADE DE FORMATURA EM 3 DE JANEIRO DE 1979.

Exmo. Sr. Decano do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Santa Úrsula, Prof. Antônio Braga Coscarelli
Colegas professores
Minhas senhoras, meus senhores.
Meus caros formandos.

Antes de tudo quero agradecer a vocês, meus já agora, jovens colegas, o terem me escolhido para paraninfo. Esta escolha me sensibilizou muito e só mais tarde vocês poderão avaliar o que de compensação isto representa na carreira de um professor. Meu muito, muito obrigada.

Caros jovens. Há algum tempo temos visto, em automóveis circulando pela cidade, preso aos vidros, um adesivo plástico com os dizeres: "Hei de vencer, mesmo sendo professor".

A frase se presta a algumas considerações. Confesso que me desagrada, principalmente pela sua ambigüidade. Pergunta-se a quem a criou e a quem a usa: O que significa *vencer* na carreira de um mestre? E porque vencer *apesar* de professor?

Se nos detivermos no aspecto da sobrevivência pura e simples, ou seja, considerarmos como vencer o receber um salário melhor, ou ter em casa mais algumas quinquilharias que se tornou imprescindível possuir, talvez a carreira de professor não seja a mais indicada. A esperança estaria, portanto, em deixar de ser professor, optando por algo mais fácil e lucrativo.

Não sendo este o caso vejamos o que a carreira de professor pode proporcionar em termos de compensação. Aí a perspectiva se torna fascinante: *O professor é o único profissional que se defronta, a cada ano, com um interlocutor, que mantém a idade, enquanto ele próprio envelhece*. Qual é o empresário ou administrador de empresa de meia idade que mantém ainda algum contato com jovens? Nenhum. A sua vida vai se fechando cada vez mais entre pessoas de sua própria geração e cada vez mais se distancia das gerações ascendentes.

Este contacto constante com a mocidade é um desafio extremamente estimulante, que obriga a uma atualização permanente de conhecimentos, a saber ouvir e a saber falar, a um esforço constante de compreensão dos jovens que chegam às escolas e que, no futuro irão gerir os destinos da humanidade.

O professor é o primeiro a receber o impacto dos novos pensamentos, a conhecer as novas concepções e idéias, os novos valores, até mesmo as gírias, os jeitos e trejeitos das novas gerações. É um elo de ligação entre as lideranças atuais e as futuras. Grandes erros se cometem quando não é ouvido.

Porém, para o magistério é preciso estrutura, idealismo, compreensão, tolerância, que, pelo menos no nível exigido, dificilmente se necessita em outras profissões. O professor é, ao mesmo tempo, um forte, um humilde, um curioso, um justo.

É mal pago financeiramente? Sim, e muito. Infelizmente. Nossa sociedade exige resultados imediatos, cobra benefícios rápidos sobre os investimentos feitos e ensino é coisa de resultados subjetivos e a longo prazo. Daí a sua injusta desvalorização.

Eu tomaria, portanto, a liberdade de propor uma nova frase em substituição à que me referi. Seria: "Já venci pois escolhi ser professor".

Vencí a acomodação, a vida fácil, vencí a corrida desenfreada à exibição e à conquista de bens materiais.

Venceu em mim o amor ao próximo, a vontade de me manter jovem entre jovens, a disposição para a troca de idéias, a procura permanente.

Congratulo-me com vocês, novos professores, pela escolha feita. Sejam felizes e que Deus os abençoe.

## RESENHA BIBLIOGRÁFICA

GUIAS DE ESTUDO PARA PROFESSORES DO PRIMEIRO GRAU (5.ª à 8.ª série)

Anna Averbuch, Franca Cohen Gottlieb, José Carlos de Mello e Souza, Maria Laura Mousinho Leite Lopes, Moema Lavínia Mariani de Sá Carvalho. Equipe do GEPEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, Rio de Janeiro). Trabalho executado para a SEC do Município do Rio de Janeiro.

Agradecemos à Secretaria de Educação e Cultura do Município do Rio de Janeiro o convite para elaborar "Guias de Estudo", para o professor da 5.ª à 8.ª série do primeiro grau, num trabalho de sensibilização e ajuda na consolidação dos conhecimentos de Matemática.

Estamos conscientes de que deve haver alguma coisa de falho em relação não só ao ensino da Matemática como à educação escolar, em seu sentido mais amplo. Este é um problema que atinge integralmente a sociedade, e que deve, portanto, ser enfrentado por ela como um todo.

Por isso, aceitamos o convite, mesmo não alimentando a presunção de possuirmos em nossas mãos as chaves que resolvam totalmente esse problema.

Temos, isso sim, confiança nos colegas aos quais se destinam esses volumes, e esperança de que se inicie uma troca de estímulos, experiências e idéias, que possam influenciar no aperfeiçoamento do nosso processo educacional.

Parece-nos que nosso primeiro passo deve ser uma tomada de consciência do papel que, como professores, desempenhamos na sociedade.

Se o professor não reconhece, ele mesmo, a importância desse papel, não pode esperar que outros o façam, tampouco que seus próprios esforços frutifiquem.

Professor educa e instrui, abre janelas, amplia a visão. Cria condições para que se desenvolva no estudante a capacidade básica de compreender e de assimilar conhecimentos, sem negligenciar a integração da criança ao seu meio e a afirmação de sua personalidade.

É bom que se saliente que, durante o processo educacional, tanto pode acontecer

- que seja estimulado no aluno o desenvolvimento auto-confiança, do raciocínio, da criatividade, da intuição,

como, por falta de meios no ambiente escolar, ou mesmo, descaso e incúria, pode acontecer.

- que se enraize na criança uma atitude passiva, com sua criatividade, intuição e curiosidade sufocadas.

Infelizmente, não são poucas as vezes em que o professor se vê envolvido nessa segunda alternativa. O fato é que se essa segunda alternativa se torna habitual, seus efeitos se propagam muito além da atuação direta da escola.

Se formos perquirir entre adultos causas e efeitos de seus desajustes e frustrações, é provável que cheguemos à sua escolaridade deficiente, onde a pedra de toque é a figura do professor.

Talvez, então, compreendamos essa não valorização da escola que predomina em certos meios.

No entanto, todos nós sabemos que qualquer criança normalmente dotada poderá se transformar num profissional competente, tornando-se um adulto confiante e de visão ampla, pelo simples fato de ter habituado a pensar.

Como professores, portanto, conscientizados do alcance de nossa atuação, devemos tentar inserir cunhas retificadoras nessa seqüência que se repete:

- escolaridade deficiente
- adulto carente
- escola desprestigiada

Sem dúvida, uma sensibilização para o problema e uma atualização constante em conteúdos e métodos, nos auxiliarão a romper essa seqüência.

Neste sentido esperamos que esta publicação seja de alguma utilidade; sua eficiência, é claro, dependerá diretamente de cooperação dos colegas.

Nossa intenção é apresentar nestes volumes idéias básicas, sugestões didáticas, incluindo convites para reflexão e estímulos para o desenvolvimento de critérios seletivos de conteúdo programático e de material didático.

Cada volume conterá exposição de conteúdo matemático, trazendo sugestões para atividades paralelas. Sua finalidade é estimular o desenvolvimento de um tipo de pensamento mais criador e mais liberto; levar a um entrosamento com outros aspectos do dia-a-dia e com projeções imediatas ou futuras do próprio conteúdo matemático.

Chamamos a atenção para o fato de que detalhes de conteúdo, de um ou outro item, em qualquer época poderão ser facilmente completados por aqueles que tenham adquirido o hábito de pensar e de consultar a bibliografia adequada.

Serão recebedidas, como contribuições enriquecedoras para trabalhos futuros, as críticas e sugestões enviadas pelos colegas.

O texto, cujo conteúdo é um reforço às raízes elementares da Matemática, sem perder de vista o seu aspecto global, induz o leitor a ser um agente ativo na aprendizagem. Os conceitos básicos são por ele próprio construídos através de exemplos e exercícios apresentados a priori. Expectros amplos de aplicação dos conceitos merecem destaque. Os títulos dos cinco volumes informam os assuntos abordados: Linguagem de Conjuntos, Elementos, Relações, Lógica Simbólica (Vol. I) — Conceito de Função, Número Natural, Indução Finita (Vol. II) — Os Inteiros e os Racionais (Vol. III) — O Conjunto R dos Reais, Funções em R (Vol. IV) — Estruturas Algébricas, Grupos de Transformações, Morfismos, Geometria (Vol. V). São objetivos do trabalho: aperfeiçoar o embasamento teórico dos professores; abrir perspectivas amplas dos conceitos abordados; estimular a criatividade, a projeção de resultados obtidos, a transferência de conhecimentos de uma área para outra, e consulta bibliográfica; ativar métodos de pesquisa e crítica, e reforçar o "tecido conjuntivo", unificando vários tópicos que são com freqüência vistos isoladamente.