Para receber o Boletim e/ou tornar-se sócio do GEPEM dirija-se ao GEPEM-USU, Rua Fernando Ferrari, 75 - Prédio VI - sala 208 - Botafogo - RJ ou ao MEM/USU - sala 1105

Tel.: (021) 551-5542 - ramal 264- ou 156

## Edição e Organização

ESTELA K. FAINGUELERNT

FRANCA COHEN GOTTLIEB

JANETE BOLITE FRANT

## Normas para apresentação de Trabalhos

O Boletim aceita artigos, comunicações, resenhas enviadas espontaneamente pelo autor, relatando experiências em sala de aula. Toda contribuição é importante.

O Conselho Editorial analisará a relevância dos trabalhos procurando abrir ao máximo o Boletim à comunidade.

Os trabalhos devem constar de 10 à 20 páginas datilografadas ou digitadas em espaço 1,5 em folha tamanho ofício. As figuras, desenhos ou gráficos serão escaneados.

Pede-se aos autores enviar três cópias de cada original ou um disquete contendo todo o artigo em Word.

Os textos assinados são de responsabilidade de seus autores.

# BOLETIM GEPEM

ISSN - 0104-9739

33

APOIO CAPES / PADCT / SPEC

# ÍNDICE

# APRESENTAÇÃO

Estamos trazendo aos nossos sócios este Boletim nº 33 que se refere ao ano de 1995.

Temos a esperança de ainda neste ano de 1996 podermos trazer o Boletim nº 34 e assim nos colocar em dia com as datas relativas à publicação deste nosso meio de comunicação com os sócios do *GEPEM.*

Iniciamos com um artigo do Prof. Arthur Powell que nos traz uma experiência feita com alunos de Cálculo da Universidade de Rutgers em Newark e enfatiza a importância dos registros da experiência feitos pelos alunos e em especial os feitos por um aluno - José A. López - que participa da autoria do artigo. A tradução foi feita durante a licença sabática do Prof. Powell transcorrida no Departamento de Matemática do Instituto Superior Pedagógico (ISP) de Maputo, Moçambique. Além do interesse que provém do reconhecimento da relação existente entre a compreensão de um conceito e o registro em linguagem corrente das dúvidas e redescoberta do aprendiz, o artigo tem um atraente perfume lusitano em sua ortografia, sintaxe e construção de frases.

Da Profª Franca Cohen Gottlieb da diretoria do *GEPEM,* membro do grupo *MEM / USU - Mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula* - e professora de Álgebra do curso de Licenciatura em Matemática da mesma Universidade, trazemos um relato da comunicação apresentada no V ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em Aracaju em Julho de 1995 sobre o problema do ensino da propriedade transitiva em um curso de Lógica.

O professor Eduardo Sebastiani Ferreira, do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação da Universidade de Campinas - IMECC/UNICAMP - nos fala sobre a necessidade de não construir em nossas salas de aula compartimentos-estanque e sim fazer com que o conhecimento humano que é um mas multifacetado seja formado de aportes provindos de todas as direções, criando para alunos e professores um espaço de descoberta e construção.

O Prof. Renato J. C. Valladares, também do MEM/USU nos traz um interessante artigo sobre intuição e proporcionalidade que por ser de agradável leitura não deixa de ser profundo e instigante em suas conclusões, uma vez que a proporcionalidade é uma idéia matemática que perpassa todos os níveis de ensino.

A Profª Estela Kaufman Fainguelernt, Presidente do GEPEM e Diretora de Pós-Graduação da Universidade Santa Úrsula, assim como professora de Prática de Ensino do Curso de Licenciatura em Matemática da mesma Universidade, nos fala de suas reflexões sobre a formação do professor de Matemática desenvolvidas ao longo de sua experiência como professora não só universitária mas também dos 1º e 2º graus nos mais diversos tipos de escolas que se diferenciam pelo nível sócio-econômico de seus alunos mas não pela potencialidade dos mesmos.

Enfim o Prof. Roberto Ribeiro Baldino, do Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas - IGCE - da Universidade do Estado de São Paulo - UNESP - e dos cursos de Mestrado e Doutorado em Educação Matemática da mesma UNESP, no campus de Rio Claro - SP, fala do Discurso da Ordem e da Ordem do Discurso, em um artigo permeado de reflexões filosóficas e psico-analítica sobre o significado da Educação Matemática.

Edição e Organização
ESTELA KAUFMAN FAINGUELERNT
JANETE BOLITE FRANT
FRANCA COHEN GOTTLIEB

# A ESCRITA COMO VEÍCULO DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: ESTUDO DE UM CASO*

*por Arthur B. Powell e José A. López,*
*Rutgers University, New Jersey, EUA*
*tradução por John Manuel Francisco e*
*Arthur B. Powell, Instituto Superior*
*Pedagógico, Maputo, Mozambique*+

*Esta tradução com uma bibliografia atualizada, foi produzida durante a licença sabática de Arthur B. Powwll pela Rutgers University no Departamento de Matemática do Instituto Superior Pedagógico (ISP), Maputo em 1993.

+Originalmente, "Writing as a vehicle to learn mathematics: A case study, "in P. Connolly & T. Vilardi (Eds.), Writing to learn mathematics and science (pp. 157-177), New York

> Há um perigoso mito segundo o qual aprende-se pela experiência... o melhor que se pode dizer é que existe a possibilidade de se aprender reflectindo-se sobre a experiência.
>
> D. Pimm (1987, p. 60, ênfase original)

Aprende-se reflectindo-se sobre a experiência — eis uma correção sábia e incontraversa do bem conhecido adágio. A afirmação é, no entanto, tão evidente que arrisca-se a estimular apenas um simples pensamento momentâneo em vez de transformações fundamentais e duradouras na nossa concepção do ensino e da aprendizagem. No modelo predominante do ensino da Matemática, apelidado por alguns de método do "giz e da fala", encontram-se poucas, se é que existem, situações em que se pede explicitamente que os estudantes reflitam sobre a matemática que estejam a "fazer", sobre o que pensam da Matemática ou mesmo sobre eles próprios em relação a disciplina. Pelo contrário, os resultados das reflexões de outras pessoas são narrados aos estudantes a quem se pede simplesmente para memorizá-los. Este método e os seus pressupostos sobre o ensino e a aprendizagem foi denominado por Freire (1970, 1973) de "método bancário" e por Gattegno (1971) de método tradicional de ensino.

Nesse modelo, a ausência duma exigência explícita para uma reflexão sugere que a aprendizagem ocorre à medida que a pessoa passa por uma sucessão linear de experiências (vide a Fig. 1.).

EXPERIÊNCIA$_1$ → EXPERIÊNCIA$_2$ → EXPERIÊNCIA$_3$ →...

*Fig. 1 — Modelo predominante de Educação Matemática que pressupõe que aprendizagem ocorre simplesmente à medida que a pessoa é transportada duma experiência para outra.*

Neste modelo, as "experiências" são situações didáticas nas quais se apresenta a Matemática duma forma pré-concebida, atomizada, e onde predominam as regras. Como conseqüência, a aprendizagem torna-se, em grande medida, uma atividade intelectual passiva na qual a necessidade de construção dum significado é minimizada. Além disso, e porque nesse modelo espera-se que Matemática produza respostas objetivas à perguntas quantitativas, os sentimentos estão fora de qualquer consideração.

Entretanto, a realidade objetiva do processo de aprendizagem sugere um modelo mais complexo e dinâmico e que tome em consideração as interligações entre a experiência e a reflexão. O modelo da Fig. 2 ilustra a ligação dialética existente entre a experiência e a reflexão e ainda entre estas e um outro tipo de reflexão — a reflexão crítica. Nos momentos didáticos deste modelo, as "experiências" são situações nas quais a pessoa se torna não só consciente do ambiente que o rodeia como também sente e atua sobre o mesmo. As reflexões sobre as experiências, por seu turno, são pensamentos sobre idéias, coisas ou objetos e sobre sentimentos. Estas reflexões são descritivas, comparativas, inferenciais, interpretativas e avaliativas. Tais reflexões envolvem também uma tomada de consciência das respostas afetivas da pessoa às experiências. A reflexão, portanto, tem dois componentes: o pensamento e o sentimento. Estes componentes se relacionam no sentido em que o afeto influencia o pensamento e o pensamento, por sua vez, tem um impacto no afeto.[1]

Além de serem componentes da reflexão, o pensamento e a afetividade são também aspéctos da reflexão crítica. A reflexão crítica é uma reflexão isenta duma imediatez em relação às experiências particulares. A reflexão crítica constitui ou é um pensamento sobre pensamentos que envolvam planificação, monitoração, recapitulação e revisão. Enquanto a cognição é uma componente da reflexão, a metacognição é uma componente da reflexão crítica. A segunda componente da reflexão crítica é o que se poderia chamar "meta-afetividade", pela qual se monitora as respostas afetivas às experiências. No modelo da Fig. 2, reconhece-se que a aprendizagem é um processo ativo em que a cognição e a afetividade se interrelacionam. Esta visão pressupõe a existência de educandos capazes de orientarem os seus recursos cognitivos e afetivos para a aprendizagem pela experiência.


*Fig. 2 — Modelo de aprendizagem ilustrando a interação dinâmica e complexa entre a experiência, a reflexão e a reflexão crítica.*

A escrita é um instrumento poderoso com o qual se reflete sobre a experiência e, tal como a Matemática, é um importante instrumento para o pensamento. Há mais de duas décadas, Brunner (1968) afirmou que tanto a escrita como a Matemática eram "dispositivos de ordenção de pensamentos sobre coisas e pensamentos sobre pensamentos" (p. 112). Esta concepção instrumental da escrita e da Matemática pode ser alargada até incluir a ordenação tanto do pensamento sobre o afeto como do pensamento orientado para a monitaração do afeto. É, por isso, legítimo que existam técnicas pedagógicas nas quais estes instrumentos funcionem juntos para o incremento da aprendizagem.

Há alguns anos que educadores matemáticos têm explorado as conexões existentes entre a escrita e a Matemática, particularmente, a escrita como um suporte da aprendizagem da Matemática. As razões, os fins bem como os diferentes métodos de implementação da escrita no ensino têm sido variados. Nessa variedade distinguem-se duas categorias de abordagens a saber: a do produto e a do processo-produto. Nas abordagens da primeira categoria, a escrita é usada como meio de demonstração de conhecimentos enquanto que nas da segunda categoria a escrita aparece como meio de conhecimento. Ainda nas abordagens da primeira categoria, os educadores matemáticos envolvem os educandos em atividades escritas para fins que incidem mais sobre a Matemática do que sobre os próprios educandos. A questão central é o que os educandos sabem no momento e não a evolução da sua compreensão dos conceitos matemáticos. O recíproco dessa afirmação é entretanto verdadeiro para as abordagens da segunda categoria — do processo-produto — onde a escrita é usada primeiro para focalizar os educandos e só depois, e por estes, como meio de reflexão sobre a Matemática. Resulta então que as atividades escritas, nas abordagens desta categoria, tendam a consistir de duas fases ou estágios de redação. Estes estágios proporcionam aos educandos oportunidades para concordarem sobre sigificados e para gerarem conhecimentos.

Abordagens diferentes requerem, conseqüentemente, que as produções escritas dos estudantes tenham diferentes funções. Essas funções variam entre a função expressiva e a função transacional[2] — duas das três funções da escrita formuladas por Britton et al. (1975). A escrita transacional é principalmente o tipo de escrita que se espera que os estudantes produzam nas abordagens da categoria do produto. Nestas abordagens, as atividades escritas são usadas para a avaliação e para o diagnóstico; nelas, os estudantes completam frases ou escrevem respostas curtas, quase perfeitas, a questões ou tópicos fornecidos pelo professor; também se pede aos estudantes que registrem todos os passos de procedimentos aritméticos (Azzolino & Roth, 1987; Geeslin, 1977; Goldberg, 1983; Jonhson, 1983; Nahrgang & Petersen, 1986; 1986; Pallmann, 1982; Watson, 1980) Porque estas atividades destinam-se principalmente a avaliação pede-se aos estudantes que produzam trabalhos escritos impessoais ou transacionais e não expressivos (vide também King, 1982)[3].

Mais pedagogicamente interessantes são as abordagens em que a escrita refleta um pensamento independentemente dos estudantes. As abordagens do processo-produto esforçam-se por consegui-lo e conseqüentemente a reflexão e a reflexão crítica são os focos pedagógicos das suas atividades escritas. Tais atividades tendem a requerer uma escrita exploratória e especulativa pela qual os estudantes exteriorizam algum conteúdo das suas mentes. A escrita é aqui usada principalmente como meio de aprendizagem da Matemática e de conhecimento da própria pessoa que escreve e não somente para medir a quantidade de informação adquirida.

Embora não necessariamente expressos segundo o modelo teórico de Britton et al., as atividades escritas do processo-produto transportam os estudantes ao longo dum contínuo expressivo-transacional. Isto é, as atividades da escrita expressiva proporcionam pontos de partida da aprendizagem pois, de acordo com Britton e outros, são "um tipo de matriz da qual se desenvolvem formas diferenciadas de escrita madura [poética e transacional] " (1975, p. 83). Nas abordagens do processo-produto, as atividades escritas expressivas proporcionam muitas vezes pontos de partida para a escrita transacional. Os estudantes escrevem para articular combinações de suas crenças sobre a natureza do conhecimento matemático com as respostas afetivas a questões matemáticas, escrevem também para construirem e negociarem sinificados, para refletirem e monitorarem a sua aprendizagem e afetividade (Buerk, 1982; Countryman, 1992; Frankenstein, 1983; Hoffman & Powell, 1989; Powell, 1986, 1993; Powell & Ramnauth, 1992a, 1992b). A partir destes pontos de partida e através dum processo que inclui o "feedback" e a revisão, os estudantes desenvolvem uma escrita sobre Matemática cuja função é transacional (Burton, 1985; Gopen & Smith, 1988; Kenyon, 1987; Mett, 1987; Stempien & Borasi, 1985).

Pode, de fato, a escrita ser usada como veículo de aprendizagem da Matemática? Pelos estudos da Psicologia Cognitiva (Bruner, Luria, Vygotsky), da Neuropsicologia (Gardner), da Sociolingüística (Hymes) e da Filosofia (Dewey, Polanyi), Emig (1977) argumentou teórica e convincentemente que a escrita é um "processo lingüístico" bi-hemisferal único e multirepresentacional conjuntamente com outras estratégias poderosas de aprendizagem; portanto, deve-se considerá-lo um processo acadêmico-chave. Um bom número de educadores matemáticos já defenderam que a escrita facilita a aprendizagem da Matemática; entretanto, apenas pouca evidência dum desenvolvimento conceptual ou duma maior maturidade matemática por parte dos estudantes já se produziu para sustentar a validade desta asserção. Os estudos empíricos visando medir os efeitos da escrita tanto no desempenho matemático dos estudantes como na sua atitude em relação à disciplina têm sido em si problemáticos. Entre outras dificuldades técnico-pedagógicas enfrentadas verificou-se que ou o período instrucional era muito curto, como no caso do estudo feito por Bell & Bell (1985), ou os instrumentos estatísticos produziam resultados confusos e contraditórios, como no caso do estudo feito por Selfe, Peterson, & Nahrang (1986).

Foi como uma primeira tentativa de questionar a validade desta afirmação que se iniciou o estudo deste caso tendo-se sempre em mente a seguinte questão: Que mudanças podem ser observadas na compreensão matemática dos estudantes e nos seus sentimentos em relação a Matemática devidas à escrita? As três questões seguintes estiveram também na base deste estudo:

1. Será que as produções escritas dos estudantes refletem o seu reconhecimento de padrões, relações e atributos na Matemática?
2. Será a escrita um meio pelo qual os estudantes podem chegar a um acordo sobre significados e gerar conhecimentos?
3. Usarão os estudantes a escrita para tirar conclusões, fazer conjecturas, formular questões e expressar os seus sentimentos em relação à Matemática?

## ORGANIZAÇÃO

Durante o primeiro semestre do ano letivo 1987-88, realizou-se este estudo junto duma parte dos estudantes do curso de Cálculo — Developmental Mathematics I — no Colégio de Arte e Ciência Newark da Universidade de Rutgers cujos estudantes na sua maioria não vivem no campus. O curso, baseado no modelo pedagógico de Joffman e Powell (1991a) o qual, por sua vez, afasta-se, nas suas linhas fundamentais, do modelo do "giz e da fala", inclui o estudo de frações, decimais, percentagens, problemas apresentados na forma escrita e uma introdução à Álgebra Elementar. O curso começou com 24 estudantes dos quais apenas dezoito concluiram-no. As aulas realizavam-se com uma freqüência de três vezes por semana durante catorze semanas. A maior parte dos participantes ao curso eram estudantes dos primeiros anos e eram admitidos ao curso com base no seu desempenho no Teste Estatal de Habilidades Básicas ministrado na Universidade de Rutgers do Estado de New Jersey ou com base num instrumento interno — o Teste de Colocação de Matemática. O conteúdo de ambos os instrumentos é o Cálculo Aritmético e a Álgebra Elementar.

A partir de situações escolares anteriores por que passaram, muitos estudantes do curso têm desenvolvido sentimentos e crenças negativas acerca da Matemática e acerca deles próprios em relação da sua aprendizagem como educandos de Matemática. Um estudante chegou mesmo a dizer que a "Matemática é algo que se faz e não que se compreende". A maior parte dos estudantes deste curso considera a Matemática não apenas um sistema simbólico impenetrável mas também um corpo imutável misterioso cujos segredos não podem ser revelados. Esta crença é não só compartilhada por outros estudantes em situações similares (Berk, 1982) como também é geral (McKnight et al., 1987, pp. 42-49). Os estudantes tem desenvolvido uma relação de distanciamento com a Matemática acadêmica: Este "distanciamento" manifesta-se em estratégias tendentes a evitá-la, que incluem uma passividade na aprendizagem, uma rotina de estudo inapropriada e uma relutância em participar ativamente na sala de aula.

O curso — Developmental Mathematics I — foi escolhido por duas razões importantes: é o primeiro duma sucessão de três cursos, o último dos quais é um curso intermédio de Álgebra Elementar (Álgebra Colegial), cuja conclusão é um dos requisitos para concessão de grau acadêmico. Aproximadamente 50% dos estudantes admitidos respondem corretamente a menos de 40% dos itens de um dos dois testes de colocação. Estes estudantes são colocados num dos dois primeiros cursos da sucessão mencionada mais atrás. Em qualquer dos semestres, o índice de reprovação na cadeira de Álgebra Colegial é de aproximadamente 40%. Este índice é válido tanto para estudantes entrando diretamente para o curso como para aqueles que têm de freqüentar primeiro um ou dois cursos de "Developmental Mathematics." Conseqüentemente, há uma grande preocupação por parte dos administradores da univesidade em reter os estudantes que não tem, à entrada, o nível mínimo de desempenho matemático requerido.

Houve uma segunda e igualmente forte razão para a escolha desta organização. Os estudantes do curso — Developmental Mathematics I — provêm dos setores mais desfavorecidos da nossa sociedade e são, por conseguinte, vítimas de opressão racial, de gênero e de classe. O efeito total disto tem, de um maneira geral, um impacto negativo no desempenho acadêmico dos estudantes, em particular no matemático. (para uma abordagem mais detalhada dum modelo que tenta explicar a diferença do desempenho matemático dos estudantes com base na raça, sexo e estato sócio-econômico dos mesmos vide Reyes & Stanic, 1988). O método predominante de ensino de Matemática do "giz e da fala" contribui o distanciamento entre os estudantes e a disciplina e, por isso, é também outro elemento de opressão. Porque o escrever requere um envolvimento ativo e não passivo dos educandos este projeto tem em vista capacitá-los em duas vertentes: (1) promover uma tomada de consiciência da escrita como veículo de aprendizagem e das facilidades que elas lhes prorporcionam na aprendizagem; e (2) colocar os estudantes no centro da sua própria aprendizagem e dotar-los do controle da mesma enganjando-os na reflexão e na reflexão crítica das experiências matemáticas.

## MÉTODO

Durante a segunda semana do semestre, discutiu-se oralmente e por escrito com os alunos a natureza e os objetivos do presente estudo (vide a Fig. 3), tendo-se solicitado colaboradores para o projeto. Dos que responderam positivamente ao convite foram selecionados dois estudantes um dos quais, José, é não só co-autor do presente trabalho como também fez um trabalho que constitui a base de todo este estudo.

Dear Developmental Mathematics I Student:

This semester, I will conduct a research project for which I am looking for student collaborators. The goal of the research project is to discover whether writing about the mathematics that one is learning and doing can be helpful in learning mathematics. Let me tell what the project is about.

In this course, I will ask each of you to keep a journal about your learning and to do other types of short writing assignments related to the course. Most of the writings that you do I will collect and analyze, and to some writings I will respond. Those who collaborate with me may be asked to do a bit more writing than others. Each week, collaborators and I will meet as a research team to help me analyze their writings.

The central reseach question that I hope to answer by the end of this research project is: What types of thinking about mathematics are displayed in student'writing? In addition, there are three sub-questions that I will be asking about the writing that you do.

1 - Do students' writings display their recognition of patterns, relationships, and atributes in mathematics?
2 - Is writing a mean by which students can construct or negotiate meaning?
3 - Do students use writing to draw conclusions, make conjectures, ask questions, and express their feelings about mathematics?

Why do I ask students to write in a mathematics class? I belive that writing can be a powerful tool for developing or improving your critical and reflective thinking about mathematics. By critical thinking, I mean the type of thinking that is careful and reasoned. And by reflective thinking, I mean thinking that is inquisitive, thoughtful, and deliberate. Reflective thinking also can lead one to think about how one thinks. Both critical and reflective thinking can lead one to search for and find meaning and understanding. These, I belive, can be the benefits to you of this research project.

I intend to co-autor a paper, with those who collaborate with me, on the results and findings of this project. Let me know if you would like to work with me. The first meeting of the research team will be held in my office at 13:00 on Wednesday, 16 September.
Sincerelly,

Arthur B. Powell

** Fig. 3 - Carta aos estudantes explicando o projeto da pesquisa solicitando colaboradores para a mesma e indicando as vantagens do uso da escrita em aulas de Matemática*

Dentre as atividades escritas usadas no curso, duas — a escrita livre e a crônica da aprendizagem — foram analizadas no presente estudo. No princípio de cada aula ou exame, pedia-se aos estudantes que escrevessem, durante cinco minutos, sobre o que e como bem entendessem. Se não tivessem idéias nenhuma podiam também escrever tal fato. Disse-se aos estudantes que os seus trabalhos escritos não iriam ser avaliados nem recolhidos. Sugeriu-se, entretanto, que guardassem-nos para o seu próprio interesse e hipotetizou-se que a escrita livre era capaz de promover a reflexão e proporcionar um período de meditação durante o qual a pessoa dar-se-ia perspectivas. Como veremos, a escrita livre serviu para outro fim inesperado. Nenhuma tentativa foi feita para se monitorar a escrita livre, mas apesar de que o professor também escrevia livre, verificou-se que os estudantes escreveram durante todo o tempo regulamentar.

A crônica da aprendizagem constituiu a atividade escrita central e a mais produzida das duas. Com efeito, considerou-se inicialmente que ela seria a única atividade escrita da aprendizagem na qual se basearia o presente estudo. Pediu-se aos estudantes para escreverem diariamente, ou pelo menos para cada aula ou tarefa, sobre qualquer tópico ou questão ou relacionado com a aprendizagem da Matemática do curso, ou sobre os seus sentimentos em relação a esta, ou mesmo sobre o curso em si. Porque alguns estudantes têm a concepção de que a escrita é uma tarefa difícil e para eliminar ansiedades que muitos associam à quantidade de trabalho escrito produzida, aconselhou-se os estudantes que cinco minutos de atividade escrita era suficiente para cada artigo de crônica. Depois que se acostumaram à escrita de crônica a maior parte viu-se gastando mais do que cinco minutos para expressar os seus pensamentos. Uma lista de tópicos foi apresentada para estimular o pensamento e a reflexão (vide a Fig. 4).

You are asked to keep a journal on A4 sheets of loose-leaf paper. Generally, one or two sheets will be sufficient for a weeks' worth of journal writing. Neither your syntax nor grammar will be a concern or checked; my only concern and interest is what you say, not how you say it. You are asked to make, at least, one journal entry for each meeting that we have, and, as a rule of thumb, you need not spend more than five to ten minutes writing each entry. Each week, the latest journal entries will be collected and returned with comments.

The focus of your journal entries should be on *your learning* of mathematics or on the mathematics of the course. That is, your reflections should be on what you do, feel, discover, or invert. Within thid vontrxt, you may write on any topic or issue you choose. To simulate your thoughts and reflections, here are some questions and suggestions.

1. What did *you* learn from the class activity and discussion or the assignment?

2 -What questions do *you* have about the work *you* are doing or not able to do?

3 -Describe any discoveries *you* make about mathematics (patterns, relationships, procedures, and so on) or yourself.

4 -Describe the process *you* undertook to solve a problem.

5 -What attributes, patterns, or relationships have *you* found?

6 -How do *you* feel about your work, discoveries the class the assignment?

7 -What confused *you* today? What did *you* especially like? What did *you* not especially like?

8 -Describe any computational procedure *you* invent.

* *Fig. 4 - Instruções aos estudantes para a escrita de crônicas ("Journal").*

As crônicas eram recolhidas semanalmente e devolvidas com comentários sobre o que tivesse sido escrito. Estes, entretanto, não constituiam juizos de valor, muitas vezes consistindo de perguntas ou sugestões sobre tópicos, ideais, etc para encorjar uma maior investigação. O objetivo era usar as crônicas como instrumentos de aprendizagem da Matemática. Por isso, disse-se aos estudantes para que não se preocupassem com a gramática e com a sintaxe mas apenas com o que eles tivessem de escrever. Além dos incentivos intrínsicos, nenhuma penalização ou prêmio na forma de notas ou outro equivalente foram atribuidas aos estudantes. Tal daria a entender indiretamente aos estudantes que havia modos pré-concebidos pelos quais eles deviam "processar" conceitos e sentimentos. Os dezoito estudantes que concluiram o curso submeteram crônicas correspondentes a uma freqüência de 93%.

A escrita livre e a de crônica são duas de três atividades realizadas neste projeto de investigação. A terceira envolveu uma colaboração estudante-professor na análise tanto pelos trabalhos escritos pelos estudantes como da Matemática feita por estes e ainda na redação do presente trabalho. Como co-autores do artigo, tivemos encontros periódicos para a discussão e análise primeiro da produção em crônica de José e finalmente artigos seus de escrita livre. As observações destas discussões foram guardadas e mais tarde discutidas, enriquecidas e revistas. No fim do semestre, encontramo-nos muitas vezes para decidir sobre a forma deste trabalho e para escrever um rascunho do mesmo.

## RESULTADOS

### ESCRITA LIVRE

Na concepção inicial deste estudo não tencionávamos analisar a escrita livre de José. No fim do curso, contudo, ele sugeriu que a análise de artigos seus selecionados poderia ser informativa. De fato, foi-o e descobrimos que a sua escrita livre serviria para quatro objetivos, cada um inserindo-se na categoria da escrita expressiva. Primeiro: a escrita livre fora uma atividade meditativa, permitindo a pessoa não só estabelecer um contato com a sua realidade interior mas também controlá-la e fazê-lo se tornar mais confiante. Segundo: a escrita livre serviria como uma maneira de afastar preocupações de mente. Estas preocupações eram variadas, tendo os artigos incluindo discussões sobre sentimentos relacionados ou não com o curso e a Matemática; por exemplo, sobre tarefas a serem executadas;

sobre a ansiedade que precede as apresentações em frente à turma; sobre a escolha de carreira e a definição da vida futura; sobre avaliações de conteúdos do curso; sobre a estrutura e método de ensino; e finalmente sobre questões acerca da interação social. Terceiro: a escrita livre funcionou como meio de reflexão sobre processos matemáticos. Os extratos de artigos escritos por José abaixo indicados ilustram estas três funções da escrita livre (este extrato e outros que vêm a seguir são, salvo menção expressa do contrário, são autoria do estudante e co-autor, José):

> Ah! Aqui estou mais uma vez. Eu acho que o papel aborrece-se quando escrevo nele. Que fazer. Que fazer. O quê? Fiz várias observações sobre os padrões na tabela de multiplicação. Foi útil ouvir o "feedback" do grupo. Começa com as tarefas de Jones esta noite, estude para o exame de química, estude psicologia.

Escrito durante a sexta semana do semestre e depois de igual número de semanas de escrita livre, este foi o primeiro artigo a conter uma referência específica à Matemática ou a um processo matemático da mente (reconhecimento de padrões). Mais tarde, o artigo a seguir foi escrito e nele José detalha uma observação específica e um certo conhecimento profundo que tal engendrou.

> Aqui vamos nós mais uma vez. Hoje observei na turma enquanto trabalhava com expoentes que quando se passa da esquerda para a direita que o valor do expoente aumenta por uma unidade. Oh! Oh! Cheguei ao fim da página. Onde é que eu estava? Oh! Então o que eu disse na página anterior e o seu inverso é verdadeiro que quando se passa da direita para a esquerda. E também, o número de passo na multiplicação é o mesmo que do expoente quando se passa da direita para a esquerda e quando se passa da. Wow!

Às vezes, a natureza de prosa de circunstância dos trabalhos de escrita livre requer que a pessoa leia os artigos cuidadosamente e, poucas vezes, que extraia significados. Muitas observações interessantes são mencionadas no artigo acima referentes a tabela semelhantes à da Fig. 5 mais abaixo. Nele a frase comparativa de que o número de "passos na multiplicação" (realmente fatores da base) "é o mesmo que o do expoente" demonstra que o seu conhecimento anterior foi sintetizado com a informação observada diretamente na tabela. Tratou-se observar e conduzir para além das aparências.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | $2^{-3}$ | $2^{-2}$ | $2^{-1}$ | $2^{0}$ | $2^{1}$ | $2^{2}$ | $2^{3}$ | $2^{4}$ | $2^{5}$ | $2^{6}$ | ... |
| | \|\| | \|\| | \|\| | \|\| | \|\| | \|\| | \|\| | \|\| | \|\| | \|\| | |
| ... | \f (1,8) | \f (1,4) | \f (1,2) | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | ... |

** Fig. 5 - Uma tabela onde podem ser observadas as relações e os modelos das potências de dois com expoentes inteiros (positivos, negativos e zero).*

É interessante notar que nenhuma menção se fez de que este conhecimento não é válido para expressões a esquerda de $2^1$. Contudo, a escrita livre acima ilustra, por escrito, a luta de José com um novo conceito — o expoente negativo — da qual resulta que ele consiga uma compreensão em alguns níveis do significado do conceito. Adicionalmente, a penúltima frase do estrato acima indica que José adquiriu um conhecimento da relação entre dois conceitos: os conceitos de recíproco e de expoente negativo.

O quarto objetivo da escrita livre não estava inicialmente previsto. Muitas vezes um artigo de escrita livre do dia era revisto imediatamente antes de se escrever um artigo de crônica. Isto é, artigos de escrita livre eram usados como notas para o enriquecimento de artigos de crônica. Um exemplo de tal objetivo será dado depois duma discussão dos resultados gerais da escrita de crônica.

## CRÔNICA

Tal como no caso da escrita livre, as crônicas eram variadas mas limitadas em vários aspectos. Elas deviam ser uma espécie de apontamentos sobre o conteúdo e o próprio processo de aprendizagem do que meras prosas de circunstância e deviam tornar-se documentos públicos para serem lidos e comentados. Entretanto, elas retiveram quase sempre a sua função expressiva: as crônicas continham comentários sobre o curso bem como descrições de soluções e descobertas. Talvez por limitações particulares à escrita de crônica, esta proporcionou, mais do que a escrita livre, uma informação substancial sobre como e o que se aprendia e sentia. As crônicas provaram também serem veículos poderosos de diálogo entre estudantes e professores.

Com o decorrer do semestre do curso, a natureza dos artigos e tópicos das crônicas de José evidenciaram um crescimento na sua compreensão e no seu prazer em fazer matemática bem como uma maior confiança nas suas habilidades matemáticas. No princípio, contudo, os artigos versavam sobre como a turma ou alguns colegas da turma reagiam ao curso e, como tal, estes trabalhos escritos eram principalmente mensagens ao professor tal como o ilustra o seguinte extrato:

> Também noto que quanto mais trabalhamos com expressões de círculo (vide Hoffman e Powell, 1988, 1991b) mais confiantes nos sentimos em trabalhar com elas. Eu noto ou é uma opinião pessoal que os grupos de trabalho ajudam muita gente. Dá-lhes uma espécie de maior segurança trabalharem em grupos do que individualmente.

Sugeriu-se que os estudantes escrevessem crônicas que focalizassem a sua própria aprendizagem, os seu sentimentos, conhecimentos, descobertas, etc. Mais tarde, as crônicas de José tornaram-se, na sua maioria, resumos de discurssões na turma. Durante as primeiras duas semanas, estes resumos eram, na sua maioria, narrativas simples e rotineiras sobre encontros na turma.

> Hoje trabalhamos com o velho problema dos selos postais. Debruçamo-nos sobre informações anteriores relativas ao problema e também descobrimos novas coisas sobre o problema... Algumas conjecturas foram também sugeridas.

Os trabalhos escritos de José ainda não focalizavam o seu interior, mas com tempo tal passou a acontecer, começando a incluir reflexões que sustentavam que ele observava padrões e que descreviam sentimentos em relação à tarefa a executar.

> À medida que o tempo passa, está a tornar-se fácil para mim descobrir padrões no trabalho que estou a fazer. Sinto-me mais confiante no trabalho que estou a fazer...

Também havia frases de satisfação e prazer derivados da facilidade de resolução de problemas.

> Descubro, à medida que o tempo vai passando, que está a tornar-se fácil para mim resolver problemas matemáticos e que estou gostando mais da Matemática do que antes.

Nesta altura do semestre, as respostas afetivas mais positivas de José em relação à Matemática correspondiam tanto a uma maior especificidade nas suas frases dos resumos como a uma viragem em direção a uma reflexão, pela escrita, sobre a Matemática. Até certo ponto, esta viragem foi também estimulada pelas cutucadas do professor através dos comentários na crônica da semana: "Seria interessante ler sobre os padrões que você está observando. Se você escrever sobre eles, então a sua compreensão do material pode também aumentar." Logo após esta sugestão foi escrito o artigo abaixo indicado. O que é particularmente interessante é que o artigo contém um enriquecimento duma observação mencionada inicialmente num artigo de escrita livre produzido nos princípios daquela semana, demonstrando que artigos de escrita livre eram usados, às vezes, como "notas para o enriquecimento de crônica" (vide o extrato da Fig. 5). Este é uma função inesperada pela escrita livre que não fora prevista.

> Hoje observei na turma a trabalhar com expoente que quando se passa para a direita o valor do expoente aumenta uma unidade. O inversos é válido se passa para a esquerda. Também observei que o número de passos na multiplicação é igual ao número do expoente. Quando passa para a esquerda, tomo o recíproco do valor positivo que encontrei quando passei para a direita. Quando se multiplica potência com a mesma base, mas expoentes diferentes, eu posso somar aos expoentes. Por exemplo, $5^3 \times 5^1 = 5^4 = 625$. Quando se divedem potências com a mesma base, mas expoentes diferentes, subtraio o primeiro expoente do sugundo. Por exemplo,
> $\frac{5^3}{5^1} = 5^{3-1} = 5^2 = 25$.

No extrato acima, José não só re-escreve mais claramente o que ele escreveu durante uma sessão de escrita livre nos princípios daquela semana, que é por si um indicativo dum certo grau de enganjamento intelectual no tópico, mas também continua com o resumo detalhado de novo material.

Outra mudança na natureza das crônicas de José evidenciou-se a meio do semestre. Novos elementos apareceram: resumos detalhados e ilustrações expressivas e ainda explorações de conceitos matemáticos e suas relações. Estes elementos podem ser vistos no seguinte artigo:

Hoje, na turma, observei mais regularidades nas propriedades dos expoentes. Há até agora seis maneiras de resolver equações exponenciais. São as seguintes:

PE1: Se $a$ é um número qualquer e $n$ e $m$ são expoentes, então $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

PE2: $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

PE3: $(a^m)^n = a^{m \times n}$

PE4: $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

PE5: $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

PE6: $(a^r \times b^s)^n = a^{r \times n} \times b^{s \times n}$

Quando se trabalha com frações a pessoa pode dizer que determinar o recíproco dum número é o mesmo que elevá-lo a primeira potência negativa inteira. Também, quando se eleva um número ímpar potência o resultado será negativo, e quando se eleva um número negativo a um número par o resultado será positivo. Por exemplo, $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$ e $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$.

Esta é uma crônica dum dia de trabalho. Na primeira parte, José resume seis propriedades dos expoentes (PE) que tinham sido discutidas em dias anteriores. Foi a primeira evidência de que a crônica era usada para resumir, em grande detalhe, e não simplesmente para mostrar o que foi aprendido. Tal como crônicas posteriores, o seu objetivo era assegurar à própria pessoa o que aprendia. Estes refraseamentos de ideais mencionadas na turma representam ideais com as quais José se sente agora mais confortável e dos quais reclama autoria. José usou a técnica do refraseamento para explorar e compreender novas idéias suas.

Na segunda parte da crônica acima, José menciona duas descobertas de sua autoria. A primeira é uma interpretação do significado duma situação invariante e foi feita independentemente. É interessante notar que esta descoberta representa uma re-entrada no tópico das potências negativas. Desta feita, outro aspecto foi descoberto: a relação entre determinar o recíproco duma fração e a primeira potência negativa inteira da mesma fração. A segunda descoberta de José expõe uma relação não discutida na turma, mas feita durante a reflexão sobre uma tarefa.

As crônicas foram também usadas para promover a reflexão crítica. Pediu-se aos estudantes que revissem crônicas anteriores, procurassem nelas exemplos onde tivessem usado a escrita para pensar sobre a Matemática, refletissem sobre esses casos e finalmente comentassem-nos por escrito. Durante tal exercício, o conhecimento, por parte de José, da equivalência entre "determinar o recíproco dum número" e "elevar esse número à primeira potência negativa inteira," até então válida para frações, alargou-se para incluir os números inteiros, números cujos denominadores são iguais a unidade.

Da mesma maneira que as crônicas detalhavam o que um estudante compreendera na lição ou tarefa, elas também revelavam falhas na compreensão e na concepção. Uma atenção adequada a estas indicações poderia tornar tais crônicas veículos dinâmicos para o desafio e o aumento do conhecimento matemático do estudante. Um exemplo no qual se usou a crônica para desafiar-se um falha de concepção ocorreu quando nós estudamos técnicas de determinação do Máximo Divisor Comum (MDC) e do Menor Múltiplo Comum (MMC). Numa tentativa de esclarecer e reclamar a autoria do primeiro destes dois conceitos, José escreveu:

Descobri que podia determinar o máximo divisor comum de dois

> inteiros, determinando primeiro os fatores comuns aos dois inteiros e depois escolhendo o maior de todos eles. Por exemplo,
>
> (24,30) : 1,2,3,6 M.D.C = 6 ou $2^1 \times 3^1$.

Mais tarde, ele tentou interiorizar ambos os conceitos e acomodá-los à sua compreensão dos fatores primos e da fatorização por fatores primos.

> A deteminação MMC de um grupo de inteiros consiste em tomar, nas fatorizações destes as potências de fatores primos comuns. Por exemplo, MMC (28, 36) = $2^2$, porque $28 = 2^2 \times 7^1$ e $36 = 2^2 \times 3^2$. Neste caso $2^2$ é o MMC.

Parece que a confusão de José adveio simplesmente do fato de ele ter usado o grupo errado de três letras, MMC em vez de MDC, e não duma falha de concepção. O problema foi apresentado e colocada uma questão. Subseqüentemente, a questão reiterada na primeira frase da crônica abaixo indicada foi respondida e ilustrada com alguns exemplos. José descreveu corretamente como determinar o MDC dum grupo de inteiros positivos e até discutir um caso especial.

> Hoje, tentei determinar o MDC e o MMC dum grupo de números a partir da sua fatorização em fatores primos. Descobri qua as duas respostas podem ser determinadas a partir da fatorização em fatores primos. A maneira pela qual se termina o MDC dum grupo de inteiros consiste em procurar os fatores primos comuns aos inteiros do grupo. Os fatores primos comuns são o MDC. Note que se não há fatores primos comuns aos inteiros do grupo, então o MDC é 1 (unidade). Por exemplo,
>
> MDC (60,12) = $2^2 \times 3^1$ MMC (5,12) = 1
> $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$; $12 = 2^2 \times 3^1$ $5 = 5^1$; $12 = 2^2 \times 3^1$

Contudo, na sua segunda parte, desta crônica, apresentada abaixo, está ainda evidente uma falha na compreensão matemática ou na linguagem.

O MMC pode ser determinado duma maneira semelhante. Contudo, quando se pretende determinar o MMC dum grupo de inteiros tomam-se as fatorizações primas comuns aos inteiros do grupo.
Por exemplo,
MDC $(60,12,15) = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 = 60$
$6 = 2^2 \times 3^1$; $12 = 2^2 \times 3^1$; $15 = 3^1 \times 5^1$

Embora José tenha calculado corretamente o MMC, nesta parte da crônica, a sua linguagem não lhe permitiu descrever com precisão a sua percepção e ação. Por outro lado, a parte da "confusão," relacionava-se em parte, com o que o adjetivo "comum" qualicava e com o que pode ver na fatorização por fatores primos de um grupo de inteiros. Para determinar o MDC, a palavra "comum" relaciona-se com o que a pessoa vê diretamente nas fatorizações por fatores primos. Dada uma fatorização em fatores primos dum grupo de inteiros, o MMC desse grupo não se relaciona com os elementos "comum" visíveis. Isto é, os múltiplos dos inteiros do grupo, não são visíveis numa simples observação das fatorizações.

José teve que procurar uma linguagem que correspondesse às suas percepções e ações. Quando se lhe pediu para refletir criticamente, bem como para rever e comentar sobre um grupo de crônicas contendo a crônica acima, ele conseguiu encontrar uma linguagem que descrevesse corretamente o método que ele empregara para determinar o MMC. Eis um extrato do tal artigo:

> Para determinar o MMC, o menor múltiplo comum, dum grupo de números tomam-se os fatores primos distintos do grupo que a pessoa tiver elevado à potência mais alta. Por exemplo,
>
> MMC $(2^5 \times 5^9 \times 3^3, 2^1 \times 5^3 \times 3^1, 7^1 \times 19^1 \times 13^1) =$
> $2^5 \times 3^3 \times 5^9 \times 7^1 \times 13^1 \times 19^1$

Há três aspectos interessantes neste extrato. Primeiro, os números inteiros não são representados na sua forma padrão como por exemplo 750, mas na sua fatorização em fatores primos como $2^1 \times 5^3 \times 3^1$, ficando evidente uma certa facilidade em usar uma representação mais abstrata. Segundo, a descrição do José da maneira pela qual se determina o MMC é geral e concisa. Ele conseguiu este nível de generalidade e concisão refletindo e refletindo criticamente através da escrita e da revisão das suas conceitualizações escritas. Terceiro, na descrição acima, se a palavra "tomam-se" fosse substituida pela palavra "multiplicam-se" e a frase "que a pessoa" pela frase "cada," que é, como se diz na prática, então a descrição de José pareceria uma tirada dum "James e James" (1963, p, 262) [ um dicionário matemático]!

## COLABORAÇÃO ESTUDANTE-PROFESSOR

Nos modelos convencionais de investigação, incluindo aqueles baseados nas salas de aula, há um investigador e um objeto da investigação. Mesmo nos modelos mais progressivos, tais como os baseados na sala de aula, o professor é o investigador e os estudantes os objetos da investigação. Nós rejeitamos tais modelos a favor de outro denominado participatório. Na concepção metodológica deste estudo, em termos de processo e produtos, o estudante e o professor trabalharam juntos na análise das produções escritas do estudante e para escreverem este relatório. No extrato a seguir, José faz uma reflexão sobre diversos aspectos e benefícios do seu envolvimento no projeto conjunto.

> Eu interessei-me no estudo devido às minhas fracas habilidades matemáticas. Senti que se eu desempenhasse um papel mais ativo na aprendizagem da Matemática, eu seria capaz de obter melhores resultados no curso. Durante todo o semestre, mantive crônicas em que detalhava as minhas observações sobre a turma, sobre o curso, sobre a minha aprendizagem da

Matemática.... Nós nos encontrávamos depois das aulas, e sempre que fosse possível, para discutirmos sobre o que eu pensava que ganhara como resultado da utilização da escrita numa aula de Matemática . O professor pediu-me que eu comentasse a experiência da utilização da escrita e as crônicas para se saber como fora exatamente que ganhara uma melhor compreensão da Matemática que eu estava a aprender. Eu deparei-me com muitas situações em que certas idéias e conceitos se tinham tornado para mim mais claros como resultado do fato de ter escrito sobre eles... Então, nós prosseguimos com a idéia de elaborarmos conjuntamente a nossa comunicação, enfocalizando o meu processo de aprendizagem e a minha compreensão dos conceitos matemáticos como resultado da utilização da escrita. Como resultado dos trabalhos escritos que eu produzira ao longo do semestre, eu senti-me mais confiante nas minhas habilidades de resolução de problemas e comecei a entender melhor os conteúdos. Eu me tornara não só mais eficiente e passara a entender melhor os conteúdos como também descobrira pela escrita sobre a Matemática que eu eliminara algumas das ansiedades que já tivera sobre a mesma. Como resultado, eu tive uma das duas notas mais altas tanto no exame como na classificação finais do curso. Antes eu não gostava da Matemática e o meu desempenho era pobre.

A decisão de José de participar no projeto foi um ato com vista a melhorar o seu desempenho matemático. De fato, o seu conhecimento matemático e a facilidade de fazer Matemática melhoraram. Estes melhoramentos foram acontecendo à medida que José conseguia superar as sua ansiedades matemáticas e o seu distanciamento em relação à disciplina. Uma atenção explícita à reflexão e à reflexão crítica foram os veículos da ocorrência de tais transformações.

## CONCLUSÕES

Neste estudo participatório, nós analizamos artigos da escrita livre e crônicas selecionadas de um estudante de primeiro ano, e também co-autor, que se inscreveu no curso de "Developmental Mathematics." Fez-se a análise das reflexões e das reflexões críticas neles contidas para se determinar o grau de validade da afirmação segundo a qual a escrita pode facilitar a aprendizagem da Matemática. Como se viu neste estudo, a escrita é um instrumento heurístico com o qual se negociam significados; nessa negociação a pessoa gera conhecimentos e aprende. Assim, a afirmação acima é mais do que racional. Além disso, nós tiramos outras conclusões embora estas sejam proferidas em termos gerais mais abaixo, nós dicutiremos limitações na sua interpretação. Finalmente, mencionaremos algumas questões sugeridas por este estudo.

As nossas conclusões são agrupadas em três áreas: comunicação estudante-professor, afetividade dos estudantes e aprendizagem dos estudantes. Quanto à comunicação estudante-professor, encoraja-se os estudantes que a escrevam expressivamente e estes têm-no feito espontaneamente. As crônicas são meios poderosos de diálogo entre o professor e o estudante. Além disso, este meio pessoal de diálogo pode servir para assegurar aos estudantes de que as suas preocupações são tomadas em consideração. Desta maneira, os professores têm uma oportunidade de proporcionar aos estudantes um "feedback" sobre as suas afirmações, interpretações, questões, descobertas e falhas de concepção. Apresentam-se assim oportunidades ricas para o encorajamento dos estudantes não só a reconsiderarem as suas conceitualizações como também a ampliá-los e a aprofundarem-nos. Além disso, a natureza reveladora da escrita expressiva dos estudantes proporciona aos professores um "feedback" sobre importantes dimensões da sua pedagogia.

A reflexão crítica pela escrita sobre a Matemática que os estudantes aprenderam proporciona-lhes uma maior capacidade de controle da sua aprendizagem e também permite-lhes estabelecer critérios de monitaração de seu progresso. O desenvolvimento de capacidades de controle e de monitoração engendra nos estudantes sentimentos de realização. Estes sentimentos, por seu turno, têm um efeito positivo nas suas respostas afetivas em relação ã Matemática que estiverem a aprender. Finalmente, como resultado da aquisição dum maior controle sobre a sua aprendizagem, do desenvolvimento de critérios de avaliação dos padrões pessoais de progresso e duma compreensão conceitual da Matemática em que estejam envolvidaos, os estudantes conseguem uma grande satisfação com o fato de eles próprios se tornarem educandos capazes de "fazerem" e compreenderem a Matemática.

A reflexão crítica por escrito sobre as experiências matemáticas pessoais pressupõe um educando ativo e não passivo. Esta ação, de parceria com a natureza reveladora da escrita refletiva, sugere que a escrita pode ter um impacto significativo na cognição e na meta-cognição. A partir da observação do que se escreve uma pessoa pode explorar relações, construir significados e manipular pensamentos; pode ampliar, enriquecer ou abandonar idéias; pode ainda rever, comentar e monitorar as suas reflexões. A escrita expressiva sustenta estes atos cognitivos e meta-cognitivos. Depois que a pessoa adquire uma certa confiança nas suas idéias torna-se-lhe quase natural passar duma prosa expressiva para uma prosa transacional. É o que aconteceu com o José à medida que ele se confrontava com as suas idéias sobre a maneira como se devia calcular o MMC dum grupo de números inteiros. Ele construiu e reconstruiu idéias. Ele escreveu e reviu as suas reflexões. O processo foi mediado por comentário do professor. À medida que José começava a expressar as suas idéias com clareza e confiança e começava a selecionar a linguagem com mais precisão, descrevia as suas preocupações e ações, a sua escrita passou do expressivo para o transacional.

Além deste caso, nós também conseguimos mostrar que a escrita ajuda os estudantes não só a adquirirem um vacabulário rico como também a usarem-no no contexto da sua compreensão matemática. Mayher, Loster, & Pradl (1983) abordaram este ponto em relação à aprendizagem em geral:

> A capacidade da escrita em colocar o educando no centro da sua própria aprendizagem pode e deve tornar-se um elemento facilitador importante da aprendizagem de tudo que envolva a linguagem. A escrita que envolve escolha de linguagem requer que quem escreve encontre as suas próprias palavras para expressar tudo que esteja a ser aprendido. Tal processo pode inicialmente servir para a revelação de mais falhas do que compreensão do estudante em relação a uma determinada disciplina, mas mesmo isso pode ser de grande valor diagnóstico tanto para o professor como para o educando. E à medida que o processo se repete, adquire-se um domínio real e duradouro da disciplina e do seu vocabulário técnico (p. 79).

Ao proporcionar aos estudantes oportunidades para trabalharem com conceitos e termos matemáticos na sua própria linguagem, a escrita ajuda-os também a tornarem-se mais confiantes na Matemática e a engajarem-se no material aprendido mais profundamente. A escrita como meio da aprendizagem da Matemática é transformativa não só para os educandos como também para os professores. As atividades escritas úteis são aquelas que enganjam os estudantes na exploração dos conteúdos das suas mentes; quer dizer, elas devem maximizar a medida do quanto os educandos escolhem a linguagem com que escrevem os seus pensamentos, as suas ações e as suas percepções. Tal como Mayher, Lester, & Pradl (1983) o descrevem, "a escrita que envolva escolhas lingüísticas mínimas tais como os exercícios em que se pede para se preencherem espaços em branco usando a linguagem duma outra pessoa — a dos manuais ou a do professor — são de valor limitado na promoção tanto da escrita como da aprendizagem" (p.78). Quanto mais o educandos se envolvem na escolha da linguagem, mais se engajam na constução e na reconstrução de significados e em tornarem a Matemática algo significativo para eles. Para os educandos desenvolverem as suas habilidades de reflexão crítica, o ambiente da aprendizagem deve promover, como o defendeu Freire, "atos de cognição e não tranferência de informação" (1970, p. 67).

O que é que o estudo dum caso pode dizer-nos sobre a utilidade da escrita na aprendizagem em geral? Parece provável que a maior parte das conclusão apresentadas acima sejam verdadeiras duma maneira geral. Entretanto é também verdadeiro que não se pode generalizar a partir dum caso particular. Mais estudos tornam-se necessários para se determinar com precisão para quantos outros educandos as nossas conclusões são verdadeiras. Reciprocamente, educandos individuais não podem ser conhecidos apenas na base de generalizações derivadas do estudo de grupos. Um bom número das nossas conclusões apontam, contudo, para questões e padrões a serem procurados nas produções escritas dos aprendizes. Este estudo levanta um bom número de questões: como é que se pode estruturar as atividades escritas da melhor maneira possível para se promover a aprendizagem da Matemática? Serão tais atividades diferentes em função dos diferentes níveis matemáticos? Poderão as atividades escritas ser usadas para a promoção colaborativa? Que tipo de respostas dos professores estimulam os estudantes a escreverem mais significativamente e com maior clareza? De que maneira se pode usar a escrita como um instrumento de aprendizagem independente, reflectiva e examinarem estas e outras questões que envolvem os estudantes na escrita como veículo da aprendizagem da Matemática.

## AGRADECIMENTOS

Nós gostaríamos de agradecer a colaboração recebida do Centro de Estudo da Escrita de New Jersey, do Gabinete do Decano do Colégio de Artes e Ciências Newark da Universidade de Rutgers e do Fundo para as Oportunidades Educacionais do mesmo colégio. Também beneficiamo-nos dos comentários de Mark Driscoll, Marilyn Frankenstein, Dixie Goswami, William Jones, Anneli Lax, Paul Pedue, Molly Watt e Dan Watt.

## NOTAS

[1] A idéia de que os sentimentos são cruciais para a aprendizagem e para a compreensão da Matemática não tem sido, usualmente, tornada explícita pelos educadores matemáticos ou mesmos reconhecida pelos matemáticos. Henderson (1987), um matemático da Universidade de Cornell, afirmou introspectivamente que os sentimentos são uma componente essencial na compreensão Matemática: "Quando eu percebo alguma coisa a minha percepção do universo alarga-se, aprofunda-se... Para ser completa essa compreensão (percepção aumentada, significado modificado) tem de incluir as componentes do *conhecimento, sentimento, e da ação"* (p. 1, ênfase original). Vide também Mason, Burton, & Stacey (1985) para sugestões práticas sobre como considerar a afetividade para um melhor desempenho matemático.

[2] A escrita transacional usa uma liguagem que "faz cumprir recomendações: que informa as pessoas (diz-lhes o que elas precisam ou querem saber ou o que nós pensamos que elas devem saber), que aconselha ou persuade ou instrui essas mesmas pessoas." Ela é usada sempre que uma "referência exata e específica ao que se sabe sobre a realidade" é necessária. A escrita expressiva é "pensar alto no papel. Ela tem a função de revelar o falante, verbalizando a sua consciência... submete-se ao fluir livre de idéias e sentimentos..." (Britton et al., 1975, pp, 88-90).

[3] Alguns educadores, tais como King (1982), classificam e descrevem as atividades escritas como sendo ou expressivas ou transacionais. Contudo, isto tem resultado num esquema de classificação problemático devido principalmente a duas razões. Primeiro, como categorias da escrita, os termos expressivo e transacional referem-se à função duma parte escrita para o escritor e não às características duma tarefa escrita ou as expectativas do professor (Brtton et al., 1975, pp. 88-91). Entretanto o tipo de escrita a que o professor dá mais valor pode ser distinguido como expressivo e transacional. Segundo, como o descreveu o King, todas as atividades, incluindo aquelas que se classificam como "expressivas" são realmente do tipo abordagem-produto e, duma perspectiva desenvolvemental, são estáticos. O que acontece é que qualquer das atividades de King pode ser efetivamente usada para se passar duma escrita "próxima-do-eu," ou seja, a escrita expressiva para uma escrita do tipo abordagem-produto impessoal ou transacional.

## BIBLIOGRAFIA


Azzolino, A., & Roth, R. G. (1987). *Questionbooks: Using writing to learn mathematics. The AMATYC Review, 9(1), 41-49*

Bell, E. S., & Bell, R. N. (1985). *Writing and mathematical problem solving: Arguments in favor of synthesis. School Science and Mathematics, 85(3), 210-221.*

Britton, J. Burgess, T., Martin, N, McLeod, A., & Rosen, H. (1975). *the development of writing abilities (11 - 18). London: Macmillan.*

Bruner, J. S. (1968). *Toward a theory of Instruction. New York: W. W. Norton.*

Burton, G. M. (1985). *Writing as a way of kowing in a mathematics education class. Arithmetic Teacher, 33, 40-45.*

Coutryman, J. (1992). *Writing to learn mathematics: Strategies that* *work, K-12. Portsmouth NH: Heinemann.*

Emig, J. (1977). *Writing as a mode of learning. College Coposition and Communications, 28(2), 122-128.*

Frankenstein, M. (1983). *Teaching radical math: Taking the numb out of numbers. Science for the People, 15(1), 12-17.*

Freire, P, (1970). *Pedagogy of the oppressed. New York: Seabury.*

Gattegno, C. (1971). *What we owe children: The subordination of teaching to learning. New York: Discus.*

Geeslin, W. E. (1977). *Using writing about mathematics as a teaching technic., 70(2), 112-115.*

Goldberg, D. (1983). *Integrating writing into the mathematics curriculum. The Two-Year College Mathematics Journal, 14(5), 421-424.*

Gopen, G. D., & Smith, D. A. (1989). *What's an assignment like you doing in a course like this?: Writing to learn mathematics. In P. Connolly & T. Vilardi (Eds.), Writing to learn mathematics and Science (pp. 209-229). New York: Teachers College Press.*

Henderson, D. W. (1987). *What does it mean to understand a piece of mathematics? Unpublished manuscript.*

Hoffman, M. R. & Powell, A. B. (1988). *A multivalent tool for teaching computation. Mathematics in College, 43-51.*

Hoffman, M. R. & Powell, A. B. (1989). *Mathematical and commentary writing: Vehicles for student reflection andempowerment. In C. Keitel, P. Damerow, A. Bishop, & P. Gerdes (Eds.), Mathematics, Education, and Society (pp. 157-159). Paris: UNESCO.*

Hoffman, M. R. & Powell, A. B. (1991a). *Gattegno and Freire: A model for teaching mathematically underprepared, working-class students, In Political dimensions of mathematics education: Action andcrititque: Proceedings of the First International Conference, 1-4 April 1990, Revised Edition, eds. R. Noss, A Brown, P. Drake, P. Dowling,* *P. University of London.*

Hoffman, M. R. & Powell, A. B. (1991b). *Circle expression and equations: Multivalente pedagogical tools. In D. Pimm & E. Love (Eds.) Teaching an Learning School Mathematics. London: Hodder & Stoughton, 91-96.*

James, G., & James, R. C. (Eds). (1963). *Mathematics dictionary. Princeton, NJ: D. Van Nostrand.*

Johnson, M. L. (1983). *Writing in mathematics classes: A valuable tool for learning. Mathematics Teacher, 76, 117-119.*

Kenyon, R. W. (1987). *Writing in the mathematics classroom. New England Mathematics Journal (May), 3-19.*

King, b. (1982). *Using writing in the mathematics class: Theory an practice. In C. W. Griffin (Eds.), New Directions for Teaching and Learning: Teaching Writing in All Disciplines (pp. 39-44). San Francisco: Jossey-Bass.*

Mason, J. Burton, L. & Stacey, K. (1985). *Thinking mathematically (Revised ed.). Reading, MA: Addison-Wesley.*

Mayher, J. S, Lester N., & Pradl, G. M. (1983). *Learning to write/Writing to learn. Upper Montclair, New Jersey: Boynton/Cook.*

McKnight, C. C., Crosswrite, J. F., Dossey, J. A., Kifer, E., Swafford, J. O., Travers, K. L., & Cooney, T. J. (1987). *The underachieving curriculum: Assessing U. S. school mathematics from an international perspective. Champaign, IL: Stipes.*

Mett, C. L. (1987). *Writing as a learning device in calculus. Mathematics Teacher, 80, 534-537.*

Nahrgang, C. L., & Petersen, B. T. (1986). *Using writing to learn mathematics. Mathematics Teacher, 79, 461-465.*

Pallmann, M. (1982). *Verbal language processes in support of learning mathematics. Mathematics in College, 49-55.*

Pimm, D. (1987). *Fear safety and dangerous things: Reasons for belief. In*

*L. P. Mendoza & E. R. Williams (Eds.), Proceedings of the tenth Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, 29 May-2 June (pp. 60-61). Queens University, Kingston, Ontario.*

Powell, A. B. (1986). *Working with "underprepared" mathematics students. In M. Driscoll & J. Confrey (Eds.), Teaching Mathematics: Strategies that Work (pp. 181-192). Portsmouth, NH: Heinemann.*

Powell, A. B. (1993). *Pedagogy as ideology: Using Gattegno to explore functions with graphing calculator and transactional writing. In C. Julie, D. Angelis, & Z. Davis (Eds.), Political dimensions of Mathematics Education 2: Curriculum Reconstruction for Societ in Transition, 356-369. Cape Town: Maskew Miller Longman.*

Powell, A. B. Ramnauth, M. (1992a). *Beyond questinos and answers: Prompting reflectons and deepening understanding of mathematics using multiple-entry logs. For the learning of Mathematics 12(2): 12-18.*

Powell, A. B. Ramnauth, M. (1992b). *Multiple-entry logs: A writing tool for responding to, discussing, and lerning mathematics. In P. A. Malinowski and S. D. Huard (Eds.), Perspectives on Practice in Developmental Education, 46-49. New York: New York College Learning Skills Association.*

Reyers, L. H., & Stanic, G. M. A. (1988). *Race, sex, socioeconomic status, and mathematics., 19(1), 26-43.*

Selfe, C. L., Peterson, B. T., & Nahrangang, C. L. (1986). *Journal writing in mathematics. In A. Young & T. Fulwiler (Eds.), Writing Across the Disciplines--Reserch into Practice (pp. 192-207). Upper Montclair, New Jersey: Boynton/Cook.*

Stempien, M., & Borasi, R. (1985). *Student's writing in mathematics: Some ideas and experiences. For the learning of Mathematics, 5(3), 14-17.*

Watson, M. (1980). *Writing has a place in a mathematics class. Mathematics Teacher, 73, 518-519.*

# VAMOS RIR UM POUCO

Anônimo

Um meteorologista, um geógrafo e um matemático estão fazendo estudos em um balão.

De repente uma tempestade faz com que eles percam o rumo.

Baixam um pouco o balão para tentar se orientar.

Vêm um homem andando em uma estrada.

— Bom homem! Onde estamos nós? - perguntam.

O homem olha para cima, para os lados, coça a cabeça e diz:

— Vocês estão em um balão.-

— Que homem bobo! - dizem o meteorologista e o geógrafo.

— Nada disto - diz o terceiro - Ele é um matemático. -

— Por quê? -

— Vejam: a) Ele pensou antes de responder.

b) Sua resposta está absolutamente correta.

c) Sua resposta não serve para nada.

Ele só pode ser um matemático!-

DIFICULDADES NA ACEITAÇÃO DA PROPRIEDADE TRANSITIVA

*Relato de uma Experiência com Alunos de Lógica Simbólica**

*Franca Cohen Gottlieb*
*USU - Rio de Janeiro*

Minha experiência com o ensino de Lógica remota ao ano 1969, logo há 26 anos, quando entrei para o corpo docente da Universidade Santa Úrsula e comecei a lecionar as cadeiras da Álgebra. Antes disto fizera cursos de especialização em Lógica, disciplina que não era lecionada no meu curso de Graduação na Universidade do Brasil nos anos quarenta. Estudara com o professor Leónidas Hegenberg do ITA, e com o professor Sebastião e Silva da Universidade de Lisboa entre outros.

Lógica Simbólica ou Lógica Matemática pretende dar uma forma algébrica aos caminhos que a mente trilha quando se raciocina. A linguagem matemática e a linguagem natural são duas linguagens que usamos no nosso dia a dia. Existe uma relação entre elas mas elas não são equivalentes. Nem sempre uma corresponde exatamente à outra. Há nuances nas sentenças formadas com palavras que não podem ser transpostas na linguagem matemática. Esta é uma das dificuldades da versão e da tradução de uma das linguagens para a outra. Mas não é desta dificuldade que venho tratar aqui. Venho trazer uma experiência que se refere à bagagem de tradições que cada um de nós vem acumulando pela vida afora.

Uma definição em Matemática é dada por uma sentença que é geralmente mais compreensível quando expressa por uma condicional em linguagem simbólica. Mas qualquer que seja a linguagem usada, dizemos que tudo que goza de certa propriedade, e somente ele, tem o nome que queremos definir.

Por exemplo, dada uma relação R em um conjunto A, dizemos que:

R é transitiva $\Leftrightarrow \forall\ x \in A, \forall\ y \in A, \forall\ z \in A, x\,R\,y \text{ e } y\,R\,z \Rightarrow x\,R\,z$

Todos nós conhecemos esta definição e sabemos reconhecer se uma relação é transitiva ou não. Ou melhor, pensamos que sabemos reconhecer, mas às vezes nossa bagagem de experiência nos trai.

Vejamos o caso de nossa experiência.

Em um conjunto genérico de pessoas a relação definida por:

x é mãe de y

não é transitiva. A mãe da mãe de um indivíduo não é sua mãe, é sua avó. Mas se o conjunto não for genérico? Se estivermos em presença de um conjunto onde não haja avós? O que acontece com a transitividade? Devemos nos ater ao significado da senteça que define a relação ou ao valor lógico da sentença obtida quando, por uma instanciação universal, substituirmos as variáveis contidas no aberto que define a relação por todas os seus possíveis valores? Pensamos ser este o reciocínio certo uma vez que

*Trabalho apresentado no V VENEM em Aracaju em julho de 1995 representando a situação em um diagrama, por exemplo o de Venn, o siginificado verbal do aberto deixa de ter importância. Por exemplo:

Seja a relação M definida pelo aberto antes considerado

. x é mãe de y.

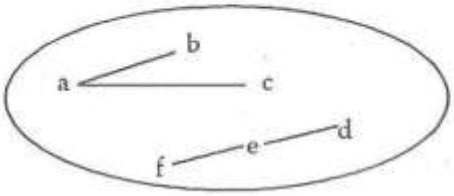
Pessoas: Amélia: a Beatriz: b Carla: c Daniela: d Ester: e
Franca: f

Consideremos que: *Amélia é mãe de Beatriz e Carla*
*Daniela é mãe de Ester*
*Ester é mãe de Franca*

Definamos a relação M em quatro conjuntos diferentes formados por algumas, ou todas as pessoas acima enumeradas.

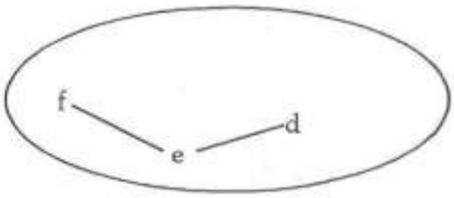
Conjuntos: A = {a, b, c, d, e, f}
B = {d, e, f}
C = {a, b, c}
D = {a, b, d, e}

A

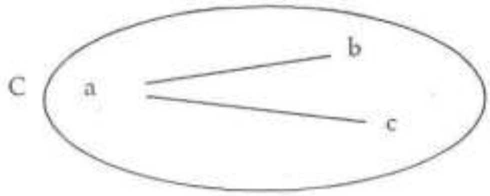



M não é transitiva

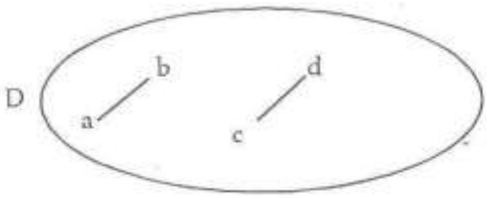
B




M não é transitiva




M é transitiva
$3^3 = 27$ possibilidades de valores x, y, z
(a, b, c para cada variável)




M é transitiva
$4^3 = 647$ possibilidades de valores x, y, z
(a, b, d e para cada variável)

Observando estes quatro exemplos percebemos que, desde que a definição de transitividade é uma condicional, a premissa sendo falsa a sentença condicional é verdadeira quaisquer que sejam os valores lógicos da conclusão.

Ministro Lógica em dois níveis: Graduação e Pós-Graduação. a questão da transitividade em conjuntos genéricos e em outros especiais surgiu em um trabalho com grupos de estudos na Graduação. Colocou-se a questão com os casos particulares acima descritos. Os alunos acharam estranho, discutiram muito, houve até quem fizesse sugestões de outros conjuntos particulares, no início com três elementos, depois em casos mais genéricos, mas sempre sem avós no conjunto. Houve quem não aceitasse de maneira alguma, achando que ser, mãe de, não é transitiva e ...pronto.

Observando a dificuldade que tiveram os alunos de Graduação, recém saídos de um curso secundário (Álgebra I é em geral dada no primeiro período) onde não se habitua os alunos a discutirem e sim a reproduzirem noções apreendidas, pensei levar o problema aos alunos de Pós-Graduação: Mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula. Os alunos são todos jovens professores de Matemática ou de disciplina afins habituados a discutir resultados, abertos a novas idéias, com muito interesse em aprimorar sua bagagem cultural.

Após um susto inicial, sentiram logo o quanto a definição do conjunto no qual é definida a relação é importante na avaliação das propriedades. Aceitaram com muita tranqüilidade o fato da relação ser transitiva ou não de acordo com a natureza do conjunto.

Relatei por acaso o fato a dois colegas muito conhecidos e conceituados pertencentes a uma geração para a qual os estudos de Álgebra e Lógica não eram tão corriqueiros, quando a importância era mais dada às sentenças que definem uma relação do que o conjunto no qual se trabalha. Qual não foi minha surpresa ao verificar que eles eram decididamente contrários à possibilidade da relação definida por .ser mãe de .ser transitiva.

Foi para mim uma experiência deveras chocante. Percebi o quanto as idéias sedimentadas pela vivência de muitos anos são difíceis de serem erradicadas, mesmo se o raciocínio lógico nos mostre sua incorreção.

## BIBLIOGRAFIA

— Hegenberg L. (1966) Lógica Matemática

— Alencar Fº. E. (1986) Iniciação à Lógica Matemática

# UMA METÁFORA PARA A TRANSDISCIPLINARIDADE

*Eduardo Sebastiani Ferreira*
*IMECC - UNICAMP*

## § 0.INTRODUÇÃO

Antes de discorrer sobre minha metáfora, quero explicitar como entendo os termos interdisciplinaridade e transdisciplinaridade. Quando estou na sala de aula, ministrando algum conteúdo matemático, não importa o método que escolhi, estou usando giz e quadro-negro, falando em português, vestido de acordo com o clima, uso óculos para correção de minha miopia, algumas vezes uso o retroprojetor, etc. Sou então interdisciplinar, pois todo meu proceder determina o país que estou, em que época, usando processos químicos e físicos como suportes metodológicos, etc. Mas se o meu falar se restringir à matemática e só ela, então não sou transdisciplinar, ou seja, não transcedo a minha disciplina. Para que eu seja transdisciplinar eu tenho que sair das "amarras" da matemática e fazer sua ligação com conteúdo de outras disciplinas. Só assim eu ultrapasso as demarcações da própria disciplina e sou capaz de me "elevar acima" dela, como muito bem o Dicionário Aurélio se refere a um sinônimo para a palavra transceder (elevar acima de).

## § 1. A METÁFORA

A metáfora é uma expressão simbólica, que consiste em exprimir o sentido de uma coisa por uma imagem. Vou usar aqui a ruptura semântica (metáfora) viva, isto é, que não tem significado no dicionário, mas vou tentar este significado no presente discurso.

O processo atual de restauração feito pelo arquiteto é totalmente diferente do processo de alguns anos atrás. Quando antigamente um arquiteto tinha nas mãos um prédio antigo e com a proposta de construir algo novo, sua iniciativa era derrubar tal prédio antigo e construir no local um outro com características ditas "modernas". Com isto ele, além de apagar toda uma história, deixava no lugar um "elefante branco" que, sem nenhum traço que o ligava ao lugar, destoava totalmente com seu entorno. O melhor que poderíamos dizer é que seria mais funcional.

Da mesma maneira a escola tradicional quando recebe um aluno , com toda sua história de vida, que levou séculos para ser construída, totalmente coerente com seu meio social, ela "derruba" toda esta construção e tenta colocar no lugar também um "elefante branco mais funcional". Quando consegue é alguém destoado no seu contexto e despersonalizado, e na maioria das vezes alguém revoltado e sem perspectiva para o futuro. Como os prédios ditos modernos que têm uma duração efêmera se tornando logo ruínas sem história, pior que um sítio arqueológico.

Por outro lado a educação não escolar se esforça em educar este ser dentro dos preceitos do seu meio, dentro de sua história. Coerente com o seu entorno social mas sem lhe dar nada de novo. Isto eu comparo com uma restauração onde o prédio retoma suas características antigas, e na maioria das vezes mesmo com materiais da época.

A nova concepção arquitetônica para a restauração de um prédio é conservar toda sua história, sua estética e seu estilo. Completar com elementos da arquitetura novos, que não devem de forma nenhuma destoar com a construção antiga, pelo contrário de valorizá-la, nem tão pouco destoar no contexto onde se situa.

Para mim é também como o professor deve tratar seu aluno, recebê-lo com sua história, suas características étnica, sua cultura e dar a ele elementos da ciência dita institucional, para que o complemente como um elemento novo dentro da sociedade, sem destruir em hipótese alguma toda sua cultura, e mais importante ainda, estes elementos novos, que lhe serão ensinados, devem realçar e valorizar os antigos.

O novo prédio deve ter as características do que hoje os arquitetos solicitam, que além de ser funcional tenha via própria integrada a concepção de vida humana. Para isto é indispensável um espaço interno, muitas vezes jardinado, para o qual todos os andares estão voltados. Este espaço, chamado pelos arquitetos de "espaço para sonhar", é indispensável e deve ser passagem para qualquer outra dependência, e também ser visto toda vez que se desloca no prédio.

Se eu pensar que cada andar corresponde na minha metáfora as disciplinas escolares, eles todos devem estar voltados ao "espaço de sonhar" do meu aluno. Os sonhos deste aluno deve ser passagem obrigatória para qualquer deslocamento entre as disciplinas. Este sonhar deve ser visto por todas as disciplinas curriculares. É o coração do prédio e deve ser também o coração do ato pedagógico. A sobrevivência do aluno como ser humano deve respeitar seus sonhos, e mais ainda proporcionar que seus sonhos sejam vistos como parte essencial de sua educação.

Voltando ao nosso prédio onde cada andar corresponde a uma disciplina acadêmica, a transdisciplinaridade se faz com ligações entre estes andares. Estas ligações hoje são feitas por escadas-rolantes ou elevadores translúcidos e suaves, sempre à vista para o "lugar para sonhar". Nos prédios antigos as ligações entre andares eram por escadas e elevadores escondidos, quase como lugares vergonhosos. Na educação clássica a ligação entre as disciplinas era sempre vista como algo "vergonhoso", "escondido" também.

Uma vez meu professor de matemática do primeiro grau falava sobre a esfera, eu perguntei a ele o que era latitude e longitude, pois eu já sabia que tinha que ver com a forma da Terra. a resposta veio rápida - "Isto não é assunto de matemática, pergunte ao seu professor de geografia". Acho que todos nós tivemos experiências como esta.

A transdisciplinaridade deve então ser passagem de uma disciplina a outra feita suavemente por escadas-rolantes ou elevadores transparentes e sempre voltados para os sonhos de nossos alunos.

# INTUIÇÃO E PROPORCIONALIDADE

*Renato J. C. Valladares*
*MEM / USU.*

## 1 - SITUAÇÃO 1: A TERRA, A MOEDA E O GATO.

Abrimos um livro [2] e logo em seu prefácio ao estudante, lá está uma advertência quanto ao uso da intuição na aprendizagem da geometria. Por um lado é classificada como arma indispensável ao estudo; por outro lado, levanta-se dúvida quanto à sua confiabilidade. Dando substância a advertência, o autor continua.

"Faça você mesmo um teste: imagine uma moeda de 10 centavos com um barbante amarrado à sua volta, bem ajustado. Imagine também um barbante amarrado e bem ajustado em volta da Terra, à altura do Equador (haja imaginação!). Se aumentarmos de 1m o comprimento de cada um dos dois barbantes, eles dexarão de estar bem ajustados; haverá então uma folga entre a moeda e seu barbante, assim como entre a Terra e seu barbante. Pergunta-se qual é a folga maior? Se você já está desconfiado e não quer dar a resposta óbvia, com medo de errar, responda a esta outra pergunta: a folga entre a Terra e seu barbante é suficiente para deixar passar um gato? E a folga entre a moeda e seu barbante?"

Ao final do prefácio aparece a resposta, que após alguns cálculos, mostra que ambas as folgas são iguais, medindo cerca de 16cm e, portanto, suficiente para dar passagem a um gato.

Estamos de pleno acordo com o autor quando ele diz que a intuição é uma verdadeira faca de dois gumes para a compreensão da matemática em geral e da geometria em especial. Estamos mesmo convencidos que estes dois gumes são ainda maiores e mais afiados, sendo que um deles "corta do lado certo", contribuindo decisivamente para a percepção dos fenômenos em estudo, tornando-se por isto, um excelente auxiliar no processo de ensino/aprendizagem. Temos que ter cuidado, entretanto, com o outro gume que "corta do lado errado", induzindo a erros, impondo simplificações descabidas e mascarando fatos cruciais ao perfeito entendimento do assunto em estudo.

Estes cuidados devem ser ainda maiores, pois a distinção entre o "gume bom" e o "gume ruim" é por vezes bastantes sutil como veremos na seqüência, onde a história da Terra, da moeda e do gato, será devidamente complementada com outras situações.

Por fim, na última seção deste artigo, a análise que faremos sobre as situções desenvolvidas, deixará bem clara a importância da noção de proporcionalidade como um dos fatores que pode, de acordo com o que se deseja, enfatizar ou negar a intuição. Verifica-se assim, mais uma vez, que a propocionalidade é uma das noções básicas do conhecimento matemático (diríamos mesmos, do conhecimento humano). Assim, esta noção pode (e deve) ser uma das prioridades fundamentais da Educação Matemática em todos os níveis.

## 2 - SITUAÇÃO 2: TRAVES, GOLEIROS, E GIRAFAS.

Afastemo-nos por ora de situações imaginativas como barbantes envolvendo a Terra e situemo-nos na realidade factível de um jogo de futebol. Lá está o campo devidamente marcado por muitos retângulos. Dentre estes, dois se destacam, por serem os únicos verticais. Sim, ninguém duvida que seja retangular cada gol formado pelas balizas, pelo travessão e pela linha de gol, aquela risca branca marcada no chão, entre as traves, sob o travessão.

Assim, se um campo de futebol tiver sido bem construido; se as duas balizas que delimitam cada gol forem rigorosamente verticais; se tiverem exatamente a mesma altura e se o campo for bem plano, então acreditamos que o travessão e a linha de gol serão horizontais e coincidirão em comprimento, o que nos dá a convicção de que cada um dos gols é retangular (existe aí uma simplificação - aceitável - que não prejudicará os raciocínios desenvolvidos, como será visto na observação ao final desta seção).

Sabemos ainda que o goleiro passa livremente sob o travessão, sem risco de bater a cabeça. Usando agora a imaginação (só um pouquinho), não é difícil conceber uma estrutura semelhante ao gol, só que agora alta o suficiente para que sob ela passe uma girafa. Embora não tenhamos muito conhecimento sobre a altura destes animais, não temos a menor dúvida que um deles, por maior que seja, passará com muita folga sob um super-gol com 16m de altura.

Assim, todos nós acreditamos que seja possível construir uma estrutura retangular com dois lados verticais e dois horizontais, com altura de 16m, suficiente portanto para dar passagem a uma girafa. Nunca é demais reafirmar nossa crença que o lado que está apoiado no chão e o outro que está 16m acima, têm exatamente o mesmo comprimento.

Quanto à largura desta estrutura, acho que também concordamos que pode ser aumentada, possibilitando a passagem simultânea de quantas girafas quisermos. Sem dúvida nenhuma, continuamos a acreditar que por mais largo que fique este super-gol, o lado de baixo e o de cima continuarão coincidindo em comprimento.

Usando novamente a imaginação (agora em dose bem maior) podemos supor que este "retângulo" seja tão alargado que termine por dar uma volta completa à Terra. Será que neste caso, o lado de baixo e o de cima ainda terão o mesmo comprimento?

É claro que a questão agora suscita dúvida. O lado inferior e o superior do "retângulo" transformaram-se em circunferências concêntricas, a primeira ajustada à Terra e a segunda com uma folga de 16m. Seus comprimentos, portanto, não devem ser iguais. Entretanto, a diferença entre eles não pode ser grande, afinal, quando os retângulos tinham larguras factíveis, esta diferença não existia... ou... ou melhor, existia mas era irrelevante, como veremos a seguir.

OBSERVAÇÃO: Rigorosamente falando, nem o gol do campo de futebol nem o super-gol para girafas, são retangulares, uma vez que as retas verticais, por se encontrarem no centro da Terra, não são paralelas. Assim, as traves (verticais) também não são paralelas, logo não podem ser lados opostos de um retângulo. Ainda sob este ponto de vista rigoroso, não é difícil ver que o travessão é sempre mais comprido que a linha de gol. Isto explica porque quando aumentamos o super-gol das girafas até dar uma volta na Terra, evidenciou-se que o travessão era maior que a linha de gol. Como o leitor já deve ter notado, estes fatos não invalidam os raciocínios feitos nesta seção.

## 3 - A GIRAFA, O GATO E SUAS PASSAGENS.

Assim, se tomarmos duas circunferências, uma ajustada à Terra e outra, concêntrica com a primeira, a uma altura suficiente para dar passagem a uma girafa, acabamos de ser convencidos com auxílio da intuição, que os comprimentos destas duas circunferências devem ser praticamente iguais. Os cálculos a seguir confirmam isso.

Chamando de a e b, respectivamente os raios da circunferência menor e o da maior, e de c e d seus respectivos comprimentos, sabemos que

$$c = 2a\pi \quad e \quad d = 2b\pi;$$

como b-a = 16m, segue-se que a diferença em metros entre os comprimentos será

$$d-c = 2(b-a)\pi = 32\pi$$

ou seja, a diferença entre os comprimentos será de aproximandamente 100 metros, o que - convenhamos - é muito pequena, tendo em vista as grandezas envolvidas.

Assim, não é difícil aceitar que se ajustarmos uma circunferência ao Equador terrestre e, a seguir, aumentarmos um pouco o comprimento desta circunferência, criaremos uma folga suficiente para passar uma girafa.

Conseqüentemente, para criar uma folga que dê passagem a um gato, precisamos de um acréscimo ainda menor. Como acreditamos que uma folga de 16cm seja suficiente para passar um gato, cálculos similares aos feitos acima, mostram que um acréscimo de cerca de 1m é suficiente para criar esta passagem.

OBSERVAÇÃO: Estes últimos cálculos são dispensáveis pois se (em números redondos) uma folga de 16m é obtida alongando a circunferência ajustada à Terra em 100m, é natural que um alongamento de 1m (100 vezes menor) produza uma folga de 16cm (também 100 vezes menor).

Retornando agora à situação 1, vemos que é exatamente isto que está escrito lá. Mais ainda, as situações 1 e 2 tratam exatamente do mesmo assunto, qual seja, a relação entre o comprimento e o raio de uma circunferência. Entretanto, a abordagem da primeira situação fere a intuição geométrica. Enquanto a da segunda, apoia-se nela.

Num primeiro momento, pode parecer que a primeira situação feriu a intuição porque colocou o problema de forma global, contrariamente à segunda situação, que supondo inicialmente o problema em dimensões pequenas, enfatizou a intuição.

Isto não é exato, como deixará claro a situação 4 a seguir, que dará um tratamento global à questão sem, entretanto, quebrar os aspectos intuitivos.

## 4 - SITUAÇÃO 3: A MURALHA DA CHINA E O MURO DO EQUADOR.

Em conversa com amigos sobre fatos curiosos, soubemos que o material utilizado na construção da Muralha da China seria suficiente para construir um muro de 2m de altura dando uma volta completa na Terra, sobre a linha do Equador. Imaginando este muro construído, poderíamos fazer a seguinte pergunta:

Se medirmos o muro por cima e depois por baixo, será que encontraremos comprimentos iguais ou diferentes?

Num primeiro momento, levando em conta nossa experiência com muros mais razoáveis, nossa intuição diria que os comprimentos são iguais. Entretanto, refletindo um pouco, vemos que mais uma vez, estamos lidando com duas circunferências concêntricas, formadas pela base e pelo topo do muro. São circunferências enormes, a primeira ajustada à Terra e a segunda com uma folga de dois metros. Assim, o comprimento da segunda deve ser pouca coisa maior que o da primeira. Fazendo os cálculos (similares aos da seção 3) vemos que o comprimento do topo do muro deve ser cerca de 12,5 metros maior que o de sua base. Sem dúvida uma diferença mínima, tendo em vista o tamanho do muro.

Mais uma vez, vemos de forma bem intuitiva que uma folga de 2m (suficiente para passar um boi) pode ser obtida aumentando muito pouco o comprimento de uma circunferência ajustada à Terra. Assim, uma folga de 16cm (para passar um gato) pode ser obtida com um aumento bem menor no comprimento da mesma circunferência.

É claro que a situação presente, bem como a 1 e a 2, tratam exatamente do mesmo assunto que, como já foi dito na seção anterior, é a relação entre o raio e o comprimento de uma circunferência. Todos concordamos que na presente situação bem como na 2, a intuição geométrica foi potencilizada, colaborando de forma decisiva para o entendimento do problema, enquanto na situação 1, ocorreu justamente o contrário.

## 5 - A MOEDA E OS PASSAGEIROS DO TREM.

Antes de mais nada, é bom destacar o aspecto extremamente inverossimil das diversas situações em que se ajustaram circunferências à Terra. Como a intuição tem um forte componente de realidade, as situações descritas acima por serem completamente irreais, puderam ser concebidas de maneira a potencializar ou a negar a intuição; criando uma expectativa de erro ou acerto, de acordo com o que pretendeu quem formulou cada problema.

Como o objetivo de quem formulou a situação 1 foi justamente o de alertar contra o gume ruim da intuição, ela foi concebida de encomenda para criar a expectativa de que inexistiria folga no barbante da Terra. De certa maneira foi reproduzido o jogo do trem, muito comum nas brincadeiras de perguntas e respostas, onde quem formula a pergunta começa contando a história de um trem com 25 passageiros que pára numa estação onde embarcam 5 passageiros e desembarcam 12; na outra estação, embarcam 14 e desembarcam 9. Assim segue o trem, parando em muitas estações nas quais sempre embarcam e desembarcam passageiros em números explicitados de tal forma que se cria a expectativa de que a pegunta será sobre uma das quantidades envolvendo os passageiros. Com esta expectativa criada, o jogo é encerrado com a pergunta praticamente irrespondível:

– Em quantas estações o trem parou?

Se voltarmos à situação 1, vemos que a moeda e seu respectivo barbante têm um papel muito semelhante ao dos passageiros embarcados ou desembarcados no trem. Isto é, sua principal função é esconder a resposta certa.

Como se não bastassem as dificuldades inerentes àquela situação para perceber a existência da folga no barbante da Terra, ainda foi introduzida a moeda que agindo como elemento de comparação enfatizou o aspecto desprezível que a folga do barbante da Terra assumia quando comparada à folga do barbante da moeda. Criou-se assim, no leitor, a expectativa de que se estavam cosiderando grandezas relativas, o que desviou a atenção da questão central, que era relacionada a grandezas absolutas.

## 6 - BANANAS, MERCEDES, DESCONTOS E PROPORCIONALIDADE.

Ainda com respeito à situação 1 é interessante notar que a idéia de proporcionalidade que escondeu o fato geométrico de que as folgas eram iguais, não apareceu apenas quando se falou na moeda e seu barbante. Em verdade, ela permeou toda a situação 1, como o leitor bem pôde perceber.

Num certo sentido, aquela situação é similar a uma outra em que se comparem os descontos obtidos por duas pessoas que em suas compras tenham conseguido ambas, uma mesma redução de um real no preço pago. A primeira, comprou bananas enquanto a segunda comprou um luxuoso Mercedes-Benz zero quilômetro. É claro que o fato dos descontos terem sido extamente iguais - 1 real - desaparece ante a evidência enfatizada pela noção de proporcionalidade, de que o desconto obtido na compra das bananas foi muito maior que aquele obtido na aquisição do automóvel.

Por outro lado, as outras duas situações puseram-se a favor da noção de proporcionalidade. A do super-gol das girafas fez isso quando constatou que numa estrutura de largura factível inexistiam (praticamente) diferenças entre os comprimentos do travessão e da linha de gol. A partir daí, não foi difícil concluir que as circunferências em que se transformaram estes elementos, diferiam (proporcionalmente) muito pouco em comprimento.

Já no caso do muro, a percepção de que as diferenças entre os comprimentos do topo e da base era (proporcionalmente) pequena se deu porque ao falarmos em muros, nos vêm logo à lembrança uma infinidade deles (bem menores, é claro) onde os topos e as bases têm o mesmo comprimento (praticamente).

Para concluir este artigo, gostaríamos de destacar o aspecto fundamental que tem a noção de proporcionalidade na percepção dos fatos em geral e, em especial, dos fatos matemáticos. Em verdade, este aspecto basilar já foi há muito percebido pela mídia que (por exemplo) há longo tempo vem ilustrando a propaganda de casas, apartamentos e terrenos, com plantas, maquetes ou esquemas de localização, onde a noção de proporcionalidade (que está na essência destes recursos) é sistematicamente utilizada para enfatizar as qualidades do imóvel oferecido.

Mais recentemente, a propaganda de alguns carros também tem se valido da noção de proporcionalidade para mostrar as vantagens do preço do produto à venda, quando divide por trinta o valor da prestação mensal e anuncia que o comprador terá um desembolso bem pequeno... por dia.

Nos festejos do ano novo (95/96) no Rio de Janeiro, pôde-se acompanhar pela imprensa que um dos artista contratados para o show na Praia de Copacabana, conseguiu sentir-se humilhado por haver recebido um cachê de "apenas" 350 salários mínimos, pelo simples fato de outros artistas haverem recebido o triplo. O seu aborrecimento decorreu da constatação de que proporcionalmente aos outros, ele valia três vezes menos.

Assim, fica claro que a noção de proporcionalidade é muito bem compreendida por uma enorme quantidade de pessoas, independentemente da formação matemática que tenham. Este fato, se devidamente explorado, pode facilitar a compreensão de vários tópicos nas mais diversas etapas do conhecimento matemático. Assim, ele deve ser trabalhado e aprimorado em todos os níveis de ensino, de tal forma que se incorpore não somente à formação matemática que se pretenda dar, mas que se integre à cultura geral das pessoas como uma das muitas contribuições que a matemática tem a dar na formação humana. Esta, sem sombra de dúvida, é mais uma dentre as muitas tarefas que tem pela frente a Educação Matemática.

Para finalizar, vamos relacionar alguns das noções (matemáticas e gerais) que se baseiam na idéia de proporcionalidade. Evidentemente, não temos a pretensão de sermos completos. Divisão; média; desconto; ângulo; longevidade; porcentagem; comissão; mapa; planta; maquete; miniatura; economia de escala; ampliação; lucro; imposto; juro; correção monetária; seguro; risco; fração; número racional; comparação; esquema gráfico; fotografia; radiografia; amostra; probabilidade; caro; barato; muito; pouco; grande; pequeno; inclinação; derivada...

Sobre esta última, é interessante observar que com o auxílio dos limites, a derivação termina por contornar a impossibilidade aritmética, da divisão por zero e assim criar uma nova etapa no conhecimento matemático, cuja relevância é do conhecimento de todos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:


[1] Averbuch, Anna e Gottlieb, Franca C.
*Curiosidade - Bol. GEPEM nº 20 PP 27 e28 - 1987.*

[2] Boulos, Paulo e Oliveira, Ivan C.
*Geometria Analítica - McGrow - Hil*
*São Paulo - 1986.*

[3] Jornais e revistas com circulação no Grande Rio, nos primeiros dias de 1996.

[4] Material publicitário de venda de imóveis e automóveis.

# A PRÁTICA DE ENSINO E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.

*Estela Kaufman Fainguelernt*
*Diretora de Pós-Graduação da*
*Universidade Santa Úrsula*
*Presidente do GEPEM*

A questão da formação do professor de Matemática é na maioria das vezes considerada como competência exclusiva da área da educação.

A metáfora abaixo nos revela a necessidade de um professor dessas competências.

Papert (1994) no seu livro "A Máquina das Crianças" nos leva a imaginar uma viagem no tempo onde um grupo de cirurgiões e um grupo de professores de Matemática do século XVIII atravessassem a barreira do tempo e viessem nos visitar ao final o século XX em plena era da informação e comunicação com o mundo todo em função da rapidez no desenvolvimento tecnológico.

É fácil imaginarmos o quão maravilhados e boquiabertos ficariam os cirurgiões num centro cirúrgico moderno todo equipado. Além disso seria muito difícil, senão impossível, para eles acompanhar uma cirurgia onde o computador, o laser e outras inovações estejam em uso como por exemplo a tomografia computadorizada. Por outro lado, o grupo de professores de Matemática seria capaz de acompanhar uma aula de Matemática com facilidade e certamente poderiam até substituir o professor da turma, caso fosse necessário.

A sociedade atravessou a era industrial e ingressou na era da Informática. Neste caminhar o crescimento científico-tecnológico impôs e implementou mudanças em diversas atividades. No entanto, para que o médico usufrua de uma "tomografia computadorizada", é necessário que cientistas da computação, matemáticos, engenheiros, médicos e desenhistas trabalhem de forma integrada. Esta é a nova característica do profissional.

A sociedade não deseja mais contratar aquele trabalhador que sabe apertar parafusos muito bem mas não consegue saber para que e nem por que os aperta desta forma. Hoje no mercado de trabalho é valorizado o trabalhador holístico, aquele que tem capacidade para aprender rapidamente coisas novas e sugerir novas idéias, que tem uma visão voltada para o futuro sem perder de vista o passado e o presente e tem coragem para ousar.

Há necessidade do trabalho em equipe não seqüencial e repetitivo como ocorre na linha de montagem.

Os novos professores de Matemática devem ser formados para atender à demanda da sociedade diante de toda evolução tecnológica e para ajudarem na formação dos futuros profissionais das diferentes áreas ou nas gerações futuras, não apenas para elas se adaptarem à era da Informática, mas para darem o pontapé inicial numa nova era. Eles devem também serem preparados para poder fornecer aos alunos conteúdos ligados a sua realidade tendo cuidado especial na aprensentação da linguagem matemática.

Torna-se clara a necessidade de mundança tanto na postura e atuação do professor como na do aluno. O professor deve ser considerado como um profissional de respeito a quem se oferece um espaço de reflexão e discussão acerca de sua praxis, grupos de estudo, cursos de formação contínua, participação em pesquisa a fim de se tornar possível a superação da divisão entre o trabalho intelectual e o de execução presentes nos diferentes níveis de ensino (Carvalho 1990) e o aluno que tem que ser considerado como alguém dot . o de capacidades exploratórias, criativas e de descoberta.

Segundo Beatriz D'Ambrósio, há uma necessidade dos novos professores compreenderem a Matemática como uma disciplina de investigação e não de conteúdo pronto e acabado. Uma disciplina em que o avanço se dá como conseqüência do processo de investigação e de resolução de problemas.

É importante que o professor de Matemática entenda que a Matemática não é disciplina de conteúdo físico pronto e acabado, ela é um espaço de ação e criatividade. A Matemática que deve ser estudada tem que ser de alguma maneira útil aos alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade.

É importante diante desta visão que os alunos vivenciem legítimas experiências matemáticas, levando aos processos de redescoberta, caracterizadas pela identificação de problemas, solução desses problemas, argumentando sobre a legitimidade das soluções propostas, tendo possibilidade de refletir sobre o seu fazer matemático para construir o saber matemático.

No ambiente de sala de aula, os alunos devem propor, explorar e investigar problemas de Matemática. Estas atividades podem vir tanto de situações reais como lúdicas, como de investigações e que levem a discussão e a argumentações para propiciar a construção do conteúdo matemático.

Para isso é necessário mudar a dinâmica de sala de aula de tal maneira a propiciar um ambiente de pesquisa matemática onde a curiosidade e o desafio servem de motivação intrinseca aos alunos.

O Professor de Matemática deve ser formado para poder atender a esta demanda. Ele deixa principalmente de ser um detentor do saber e passa a ser um membro integrante dos grupos de trabalho que tem mais experiência e possibilidade de propor atividades disparadoras que motivem os alunos. Portanto a sua contribuição para o trabalho será a visão do que vem a ser a atividade matemática.

Para isso ele deve ter uma formação que prepare pare enfrentar os desafios das modernas propostas curriculares e da sociedade.

As pesquisas sobre a ação de professores mostram que em geral o professor ensina da maneira como lhe foi ensinado; é fundamental que este paradigma seja modificado e que este professor seja capacitado a trabalhar a Matemática de maneira alternativa, é necessário acreditar que o processo de aprendizagem da Matemática se baseia na ação dos alunos em investigações e explorações de situações que os intrigam.

O futuro professor no seu aprendizado de disciplinas como Análise, Álgebra Linear, Geometria e Probabilidade no ensino superior deve ser levado a agir, a investigar, e explorar situações e aplicações que o levem a construir o seu próprio conhecimento, assim como ser levado a realizar uma análise histórica, sociológica e política do desenvolvimento da disciplina.

Baseada na nossa experiência em ministrar cursos para professores de Matemática e trabalhando há mais de quinze anos em Prática de Ensino na Universidade Santa Úrsula relataremos a seguir os resultados das reflexões que foram obtidas através das constações e das ações realizadas durante esta praxis.

Existem quatro perguntas que sintetizam as preocupações que deve ter um professor em sala de aula, que já foram mencionadas no artigo por mim publicado, em Temas e Dabates nº 7-1995.

I - A quem ensinar?

O ensino não pode depender apenas dos conteúdos a serem ensinados, mas devem atender, antes de tudo, ao indivíduo a quem se prentende ensinar. Um mesmo assunto deve ser exposto de maneira diferente de acordo com o nível e a idade dos alunos com quem se vai trabalhar. Devemos ter sempre presente que o ensino de Matemática não depende somente do conteúdo em si, mas, principalmente do aluno, ao qual se ensina.

Os fatores decisivos que devem nortear o professor a estender-se além dos limites prescritos ou reduzir o assunto nas partes que julgar indicadas são a reação da turma e a sua maior ou menor rapidez de compreensão e assimilação.

Nós professores devemos observar os nossos alunos, captar seus interesses e reações.

II - O que ensinar?

O que importa não é ensinar muito, mas ensinar bem, utilizando uma metodologia adequada, evitando fatos e problemas puramente especulativos, estabelecendo uma integração entre o saber matemático escolar, o saber matemático aplicado e o saber matemático do cotidiano.

III - Como ensinar?

Podemos utilizar diferentes processos de ensino como o estudo dirigido, aulas teóricas, o método da redescoberta, fichas de trabalho, oficinas e laboratório de Matemática, cada um deles acompanhado de sua metodologia adequada à turma com que se vai trabalhar, não perdendo de vista a importância de se abordar diferentes representações de um mesmo conceito levando o aluno a estabelecer conexões entre eles.

IV - Para que ensinar?

Antes de mais nada devemos refletir os valores do ensino de Matemática em cada grau de ensino. Destacaremos alguns desses valores:

a) sua utilidade na vida cotidiana;

b) sua utilidade em diferentes áreas de saber;

c) sua utilidade no desenvolvimento mental;

d) sua integração à cultura humana.

Os objetivos do ensino de Matemática devem ser formulados em termos de aquisições dos alunos, quanto ao conhecimento, à ação, ao pensamento, à expressão e ao sentimento, visando à melhoria da formação e informação do estudante.

Em resumo, o bom ensino exige do professor que ele não saiba apenas o que ensinar, mas também a quem ensinar, para que ensinar e como ensinar, levando em conta as diferenças e especificidade de cada turma.

Nós talvez não temos consciência de que o mundo está passando por uma revolução intelectual - cultural da mesma magnitude da revolução industrial. Portanto a formação do professor em geral e da Matemática em particular tem que sofrer modificações para poder acompanhar o desenvolvimento rápido das informações e comunicações e a mudança de paradigma necessária e fundamental para os processos ensino-aprendizagem privilegiando o estudo, o trabalho e a pesquisa.

Além disso a profissão de professor vem nesta última década sendo desrespeitada. Qualquer profissional de qualquer área se julga capacitado a exercê-la. A profissão de professor é também exercida por indivíduos que não encontram trabalho dentro de sua formação universitária específica ou ela é procurada por pessoas que não tenham opção de escolha.

Por outro lado as escolas e/ou universidades não estão acompanhando o desenvolvimento atual e não estabelecem relações entre a Matemática da escola, a Matemática aplicada e a Matemática do cotidiano.

Constata-se que um grande número de professores se aposentam ou mudam de atividade e que existe atualmente um desinteresse na procura dos cursos de formação de professores em geral e, especificamente dos cursos de licenciatura em Matemática.

A identificação de alguns atributos indispensáveis para a formação do professor está alicerçada em uma experiência de quarenta anos de magistério, trinta anos trabalhando em escolas estaduais no curso de formação de professores e no laboratório de currículos da SEE/RJ na capacitação e atualização de professores do primeiro segmento do primeiro grau e professores de Matemática, além de participação em congressos, grupos de estudo, projetos de pesquisa e seminários.

A minha experiência de quinze anos lecionando e trabalhando na disciplina prática de ensino na licenciatura em Matemática permite-me identificar alguns atributos indispensáveis para a boa formação do professor educador matemático. Para uma melhor compreensão esses atributos serão apresentados em três grupos inter relacionados:

a) Conhecimento matemático.

Cabe aqui citar os dois primeiros mandamentos para professores do prof. George Polya:

"1 - TENHA INTERESSE POR SUA MATÉRIA
2 - CONHEÇA SUA MATÉRIA."

Mandamentos esses que devem ser interpretados assim:

- Dominar profundamente o conteúdo específico que vai ensinar.
- Ter um conhecimento e uma visão crítica para adequar:
    - I) Os conteúdos do curso à realidade dos estudantes.
    - II) As metodologias e as estratégias que ele vai aplicar, atendendo a um compromisso sincero com a realidade sócio-cultural com que ele vai se deparar.
- Preocupar-se constantemente em se atualizar e renovar, sem modismo, aprofundando seus conhecimentos.

b) Possuir conhecimento geral nas áreas de :

- Psicologia
- Filosofia e História da Ciência
- Antropologia

• Sociologia

• Língua Instrumental.

c) Vocação

• Ter o desejo e o compromisso da missão de educar e conseqüentemente despertar nos estudantes a vontade de fazer e de estudar Matemática.

• Interpretar e analisar os erros dos estudantes, para transformá-los em um novo caminho de compreensão e de aprendizagem.

• Propiciar a descoberta de diferentes caminhos para resolver problemas em Matemática.

• Criar atividades que levem os alunos, através de suas ações, a explorar e investigar situações que os intriguem.

• Identificar claramente os objetivos e finalidades do ensino de Matemática bem como não desenvolver rotinas na sua praxis que reduzam o ensino de Matemática ao conhecimento de proposições e teorias.

Com a avaliação e a reflexão sobre as ações que venho desenvolvendo com o correr dos anos ao lecionar a Prática de Ensino de Matemática assim como a necessidade de proporcionar ao aluno-mestre condições de treinamento que possibilite vivenciar o dia a dia em que vai atuar tanto em escolas como em instituições de ensino não formais, foram propostas nos estágios diferentes tipos de ações.

O estágio apresenta quatro etapas:

I - Acompanhar durante um ano o trabalho em Matemática desenvolvido em uma série do 1º ou 2º graus, a sua escolha, trabalhando junto com o Orientador Educacional, com o professor de Prática de Ensino de Matemática e o professor de Matemática desta turma, no Colégio de Aplicação da Universidade, participando das seguintes atividades:

- elaboração de plano de aula
- elaboração do planejamento anual
- elaboração de atividade em sala de aula e extra-classes

- recuperação paralela
- elaboração, aplicação e correção de fichas de trabalho ou testes.

II - **Observação:** O aluno-mestre observa três aulas seguidas de Matemática em cada série, desde a 5ª série do 1º grau até a 3ª série do 2º grau.

III - **Leitura e análise crítica de:**

- coleções de livros textos de Matemática do 1º e 2º graus adotados nas turmas do colégio em que ele está estagiando.
- Livros para-didáticos que serão trabalhados em sala de aula.
- Artigos na área de Educação Matemática.
- Publicações que tragam contribuições e que se relacionem com os assuntos que estão sendo estudados pelos alunos.

IV - **Relatórios:** O aluno-mestre faz e apresenta relatório sobre todas as atividades que desenvolveu em seu estágio.

Durante os seis primeiros meses de atividades o aluno-mestre se limita a observar, acompanhar, participar de seminários, reuniões, elaborar atividades e somente no meado do segundo semestre, ele dá aulas nas diferentes séries do 1º e 2º graus sobre diferentes conteúdos, aulas essas que são uma das componentes de sua avaliação.

Estes estágios são realizados atualmente nas seguintes instituições:

- Colégio Santa Úrsula (Colégio de Aplicação da USU) - clientela: alunos de classe média alta.
- Rede de Escolas Estaduais e Municipais do município do Rio de Janeiro - clientela: alunos de classe social mais baixa.
- Favela da Mangueira - clientela: alunos de uma escola não formal.
- Centros de Assistência para meninos carentes - alfabetização em Matemática.
- Diferentes instituições industriais ou comerciais, para treinamento de

pessoal em serviço.

- Espaço Ciência Viva.

Após acompanhamento e avaliação da disciplina Prática de Ensino nos anos anteriores foi introduzido no início de 1993, uma dinâmica para se chegar a conhecer as espectativas dos alunos em realção a essa disciplina possibilitando uma reformulação que atendesse às suas angústias e propiciasse um melhor aprveitamento.

No primeiro dia de aula, pedimos aos alunos-mestres que respondessem, por escrito, à seguinte questão:

Quais são as espectativas em relação à disciplina Prática de Ensino?

Síntese de algumas respostas:

"vencer a insergurança quanto ao domínio do conteúdo a ser ensinado, quanto à duração da aula e à metodologia".

"busca de experiência".

"Desejo de sentir o que é ser professor".

"Integração entre o curso de Didática Geral e a Prática de Ensino"

"Ajuda para ordenar suas idéias para poder perceber a relação entre a Prática de Ensino e as demais disciplinas cursadas na licenciatura".

Durante o curso as componentes da avaliação do desempenho do aluno-mestre são as seguintes:

- Seminários apresentados pelo aluno-mestre sobre os conteúdos com os quais está trabalhando na turma que está acompanhando, identificando diferentes abordagens.
- Relatórios das atividades. Toda a atividade é acompanhada de um relatório para familializar o aluno-mestre a registrar a sua prática.
- Crítica de livros. Os alunos-mestres são divididos em grupos de três e, no primeiro dia de aula de Prática de Ensino após apresentação do planejamento anual, cada grupo recebe uma coleção de livros textos de Matemática de 5ª à 8ª séries do 1º grau. Lêem durante um tempo

determinado pelo grupo, fazem a crítica por escrito, apresentando as suas conclusões durante a aula de Prática onde se abre um espaço de discussão. O mesmo se faz com a coleção do 2º grau.

Aulas de Estágio. Como já foi dito, ao final do ano cada aluno-mestre dá um certo número de aulas iniciando pela turma em que ele estagiou.

- Auto-avaliação. Ao final do curso realizado, cada aluno-mestre escreve um texto sucinto sobre sua atuação.
- Avaliação do Curso - Cada aluno-mestre responde a um questionário preparado para este fim.
- Observemos uma síntese das respostas das avaliações realizadas pelos alunos-mestres:

  Surpresa pela grande quantidade de trabalho e informação que permeia o curso, sugerindo que esse curso fosse ministrado em dois anos.

  Consciência da importância dos conteúdos adquiridos no curso de formação.

  Afirmação da necessidade de integrar os conteúdos específicos do curso de licenciatura em Matemática com o ensino de 1º, 2º e 3º graus, sendo estes conteúdos apresentados com diferentes abordagens.

O somatório destes resultados dá a avaliação do aluno.

De 1989 à 1992 tivemos um aumento no número de estudantes que escolheram as licenciaturas em Matemática e em seguida um decréscimo e atualmente estamos revertendo esse processo após reestruturação do curso de licenciatura em Matemática.

Os estudantes egressos dos nossos cursos de licenciatura têm tido promoções em seus empregos, têm passado, bem classificados, em concursos públicos para o magistério e muitos estão sendo aproveitados em Universidades e outras ganham bolsas de estudo das agências de fomento para fazer o doutorado em Educação Matemática, fora do país.

Escolas e outras instituições contactam a USU para contratar os alunos egressos da nossa licenciatura em Matemática. Como exemplo temos o Colégio Santa Úrsula, Colégia Pedro II, CEFET, Santo Inácio, entre outros.

Estamos notando um crescimento na procura do nosso Curso de Licenciatura em Matemática.

## 7 - BIBLIOGRAFIA.


ADLER. I. - 1972 - *Iniciação à Matemática De Hoje - Ao Livro Técnico SA. - Rio de Janeiro - Brasil.*

BUNT. L.N.H, YONES. P.S. E BEDIENT. Y.D - 1976 - *The Historical Roots Of Elementary Mathematics - Prentice Hall Inc. - New Jersey - USA.*

D'AUGUSTINE C.H. - 1976 - *Edição Brasileira - Métodos Modernos Para O Ensino Da Matemática - ao Livro Técnico SA. - Rio de Janeiro - Brasil.*

FERNANDES D. E OUTROS - 1994 - *Resolução de Problemas: Processos Cognitivo Concepção de Professores e Desenvolvimento Curricular. - Instituto de Inovação Educacional - Lisboa.*

MACHADO N.J. - 1987 - *Matemática e Realidade - Cortez Editora - Brasil*
1990 - *Matemática e Língua Materna- Cortez Ed. - Brasil*

MALBA TAHAN (JULIO CESAR DE MELLO E SOUZA) - 1983 - *As Maravilhas Da Matemática - Edições Bloch - RJ - Brasil.*

1991 - *Matemática Divertida e Curiosa - Editora Record - Reedição - Brasil*

1965 - *Didática da Matemática - Dois volumes - Editora Saraiva - 2ª edição - São Paulo - Brasil.*

PIAGET. J. E INHELDER B. - 1976 - *Da Lógica da Criança à Lógica do Adolescente - Livraria Pioneira Editora - S. Paulo - Brasil.*

PONTES J. P. e outros - *Viver a Inovação Viver a Escola - Projeto DIC Dinâmicas de Inovação e Processos de Formação. Associação de Professores de Matemática - 1993.*

RATHS L. E, ROTHSTEIN A. M., JONAS A. E WASSERMANN S. - 1977 - 2ª EDIÇÃO - *Ensinar a Pensar - Editora Pedagógica e Universitária, EPU S. Paulo - Brasil.*

REVUZ A. - 1967 - *Mathématique Moderne, Mathématique Vivante - OCDL. - Paris.*

*ROXO. E. - 1937 - A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO SECUNDÁRIA - COMPANHIA EDITORA NACIONAL (S. PAULO - RIO DE JANEIRO - RECIFE - PORTO ALEGRE).*

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO DISCURSO DA ORDEM À ORDEM DO DISCURSO[1]

*Roberto Ribeiro BALDINO*
*Prof. Dr. do Departamento de Matemática,*
*IBGE, UNESP, Rio Claro (SP)*

Começo agradecendo à Professora Ana Maria Kaleff pelo convite que me fez para proferir esta palestra, rever alguns amigos na UFF e ter a oportunidade desses momentos agradáveis de convívio com vocês.

## O PRÉ-REFLEXIVO

Inicialmente, creio ser conveniente lhes dar uma idéia das questões que têm me preocupado há algum tempo e que funcionaram como domínio pré-reflexivo no esforço de organizar minha exposição perante vocês. A questão fundamental que tem emergido de nossa atividade comum de educadores matemáticos é a seguinte: Por que, apesar de todos os esforços desse movimento mundial conhecido como Educação Matemática, alguns aprendem e outros não? Essa questão nunca respondida, é fonte de três impulsos que, em sucessão temporal, têm animado as pesquisas em Educação Matemática, cada um recebendo o bastão do anterior, sem contudo deixar de correr ao lado dele. Como organizar a apresentação da matéria? Como organizar a sala de aula e as situações de aprendizagem? Como organizar a vontade do aluno para aprender?

A preocupação com a apresentação remete ao campo da didática, cujo impulso provém da prática científica da Matemática e penetra no movimento da Educação Matemática pela ação de matemáticos que passam a se dedicar ao que denominam "ensino", evitando cuidadosamente a palavra "educação". A organização das situações de aprendizagem, onde a didática é investida, remete ao campo da pedagogia, cujo impulso provém da prática política de reprodução ou transformação da sociedade. Finalmente, a preocupação com o desejo do aluno remete ao campo da psicanálise onde está situado o sujeito na situação de aprendizagem em que é investida a didática.

Sinto-me inclinado a pensar a necessária inserção da situação de aprendizagem no jogo humano da fala objeto da psicanálise, sob a categoria de discurso, pois, como diz Michel Foucault, *a psicanálise mostrou que o discurso não é simplesmente o que manifesta ou esconde o desejo, é também aquilo que pode ser objeto do desejo. As proibições que atingem o discurso revelam suas ligações com o desejo e com o poder.*

O "discurso troglodita", se essa expressão tem algum sentido, era o brado que reforçava o golpe. Depois o discurso passou a integrar e reforçar os rituais, de justiça, religiosos, etc. De Hesiodo a Platão, a atenção desloca-se do ritual do discurso ao sentido de seu enunciado. Esse deslocamento permite ver que a função essencial do discurso da ordem é mantida através de mecanismos cada vez mais sutis que 25 séculos depois Michel Foucault designaria genericamente por "ordem do discurso".

Recentemente, quando a mídia nos agride com sua dialética de exibições e escamoteações, veiculando a perfidia das justificativas oficiais para as ações de dominação, das locais às internacionais, das guerras ao sigilo bancário, fico pensando que talvez o discurso nunca tenha se elevado acima de seu estágio troglodita.

Cabe, então perguntar: em que sentido estamos empurrando a roda da História quando somos nós a veicular esse discurso, definitivamente implantado em escala mundial que se denomina "Educação Matemática"? Como nossas ações se relacionam com a destruição planetária? Com a escalada fascista européia deste final de século? Com a liquidação das sociedades não capitalistas? Talvez venhamos a concluir que, do brado troglodita a todas essas sutilezas da ordem do discurso, incluindo a Matemática e a

Educação Matemática, tratou-se sempre do discurso da ordem. Nesse caso, a categoria de discurso poderá ser dialeticamente superada, mas terá sido inútil.

## REFERÊNCIAS

Com a derrota do socialismo real e o desaparecimento do marxismo de dominação, a dimensão de crítica ao capitalismo da obra de Marx pode finalmente emergir em toda sua nitidez, liberta dos compromissos estabelecidos em acordos, dos quais o de Yalta foi o representante maior, que permitiam a convivência dos dois regimes no mesmo planeta.

Pode-se então perceber essa mesma dimensão crítica em autores que integram o que hoje se pode denominar o estruturalismo francês dos anos 60, embora alguns nunca se tenham dito nem tenham sido considerados marxistas. Em vários, a dimensão crítica se revela particularmente aguda: Louis Althusser, Michel Foucault, Saül Karsz, Pierre Raymond, Pierre Bourdieu, Jean Claude Passeron, Roland Barthes, Jean Baudrillard, Yves Chevallard e Jacques Lacan. Ultrapassando a fronteira geográfica, pode-se incluir nesta lista, Rolando Garcia e, em alguns aspectos, conhecendo-se algumas críticas que lhe são feitas por alguns dos autores já mencionados... Jean Piaget.

Direi que a unidade da obra desses autores pode ser reconhecida pelo sentido de crítica do discurso da ordem que suas obras evidenciam, em dois pontos. Primeiro, no contraste que estabecem com as versões oficiais superficiais das quais tomo, como expoente maior, caricaturado mas não exagerado por J. Orwell em seu 1984, a Enciclopédia Britânica. Por exemplo, a História da Antigüidade Clássica aí apresentada por entre preocupações com detalhes, precisão das fontes e acuidade das datas é verdadeiramente indecifrável. Já a versão de um autor insuspeito de ser considerado marxista, Foustel de Coulanges, cujo livro *A Cidade Antiga* data de 1864, permite compreender, por exemplo, por que a Matemática, a Filosofia e o crédito bancário nasceram juntos.

O segundo ponto que nos permite perceber a mencionada unidade da crítica é a natureza das oposições que as obras desses autores despertaram. Por esse prisma somos levados a incluir Freud, junto com Lacan, na lista dos críticos ao discurso da ordem. Muitas dessas obras, especialmente as de Althusser, não são facilmente encontradas nas livrarias brasileiras, o que talvez deva ser tomado como um "índice de verdade" de seus discursos.

## UM CONVITE

Para o objetivo do que lhes tenho a dizer, destaquei dois desses autores: Jacques Lacan e Michel Foucault. Desses autores selecionei respectivamente *O Seminário de Jacques Lacan* - Livro 11: *Os quatro conceitos fundamentais da psicanálise*, referente ao ensino de Lacan na École Normale Supérieure durante 1964, editado em português por Jorge Zahar e *A ordem do discurso*, que foi a aula inaugural do ensino de Foucault no College de France, proferida em 2 de dezembro de 1970, editada em Francês por Gallimard e da qual ponho à disposição de vocês uma tradução feita por minha mãe, como distração da idade avançada.

Para articular esses dois autores, lanço mão de uma metáfora proposta por Lacan que simultaneamente me permitirá ajudá-los a compreender o que lhes vou propor em relação à Educação Matemática. Imaginem uma criança numa estação ferroviária, de costas para nós, voltada para as duas portinhas sobre as quais se lê: "Homens" e "Senhoras". O significante, diz Lacan, não é constituído só por esses dois conjuntos de sinais, gravados na louça, como queria a lingüística. Ele inclui o aplauso de toda a *procissão da nave superior*, ou seja, todas as instâncias do preconceito. Diante de significantes como esse a criança constitui sua história; a grosso modo, nos intervalos do que é dito ela vai buscar a constituição do desejo e no que fica não-dito, excluído da linguagem, vai construir o inconsciente.

Imagine agora que a criança se volta para nós e pergunta: *Por quê?* O significante também não é só o conjunto de sons que ela profere. Lacan, escutando a fala da criança, diria: *A interpretação tem por efeito fazer surgir um significante irredutível... feito de não-senso. O que é essencial é que ela, veja, para além dessa significação (da interpretação) a qual significante - não-senso, irredutível, traumático - ela está, como sujeito, assujeitada.* Foucault, olhando as duas portinhas diria que é preciso *acabar com a monarquia do significante* e dá seqüência a essa proposta analisando o iceberg cuja ponta aí aparece, ou seja, a formação discursiva que ele chamou *Hitória da Sexualidade.*

*Se substituirmos esses "Homens", "Senhoras" por "Matemática" e "Educação Matemática"* e pusermos nossos alunos e – por que não? – nós mesmos, no lugar da criança, talvez possamos formar uma imagem do que lhes tenho a propor. Pensar a Educação Matemática sob a categoria de discurso, implica empreender simultaneamente a análise de uma formação discursiva (segundo Foucault) e a análise de uma formação inconsciente (segundo Lacan). Convido-os a fazer deste, um projeto para todos nós nos anos vindouros. Estaremos aí produzindo nossas próprias séries discursivas e estaremos sujeitos aos mecanismos de controle do discurso que Foucault evidencia. Certamente nos perguntarão que direito temos nós de procurar tais coisas, especialmente num país dito de terceiro-mundo a que tratam de impor a vocação de plantar bananas. Será preciso responder como Picasso, citado por Lacan: *Eu não procuro; eu acho.*

## A ORIENTAÇÃO DE FOUCAULT

Folcault se demarca de uma certa concepção linear vigente na história das idéias, fundada nas noções de <u>criação</u>, <u>unidade</u>, <u>originalidade</u> e <u>significação</u>.

Podemos imaginar uma história da Educação Matemática contada segundo essa concepção, preocupada em *descrever o desenrolar contínuo de uma necessidade ideal*. Do ato inaugural da criação da International Conference of Mathematical Instruction (ICMI) em 1908, a grande *unidade* dos esforços pela melhoria do ensino da Matemática desencadeados desde então, seria bem documentada, a *originalidade* das contribuições dos grandes autores seria bem avaliada, registrada e datada para saber com certeza quem fez o quê e quando, tudo com muito cuidado para não se cometerem injustiças. Finalmente seria procurado o *tesouro indefinido das significações escondidas* desse movimento ao ramificar-se neste pelo mundo, até atingir, por exemplo uma certa UFF em 1991 e aí materializar-se neste Encontro por ocasião do qual estamos aqui reunidos.

Essa hitória pretende saber muito mais de nossas salas de aula que nós mesmos, quando não termina por nos expulsar dali. Recentemente ela nos traz uma empolgante novidade: a Matemática, com ênfase no "a", teria "nascido" na Mesopotâmia e não na Grécia! Que injustiça cometemos, durante todos esses séculos, com o camarada Nabucodonosor!

Embora, para os autores citados, os conceitos não sejam passíveis de definição mas se constitui por seu funcionamento na análise de situações concretas, para facilitar-lhes o entendimento adianto os seguintes enunciados como concepções provisórias. O discurso deve ser pensado como série de acontecimentos discursivos. Essas series são contínuas em si e descontínuas umas em relação às outras. Elas se cruzam, se fundem, se ignoram ou se opõem. Um acontecimento pode ser pensado como um ponto nodal na matéria social, com materialidade mas sem corpo ou substância próprios, sobredeterminante de seu contorno. Um acontecimento tem caráter discursivo na medida em que seu efeito é a produção de significado.

Em sua aula inaugural Foucault enucia a hipótese fundamental do trabalho que realizaria no College de France nos anos seguintes: *suponho* *que em toda sociedade, a produção do discurso é simultaneamente controlada, selecionada, organizada e redistribuida por um certo número de procedimentos que têm por papel conjurar-lhes os poderes e os perigos, dominar-lhes o surgimento aleatório e esquivar-se de sua pesada, temível materialidade.*

Nessa ocasião, Foucault enuncia quatro princípios metodológicos , para a análise das formações discursivas: de interversão (renversement), de descontinuidade, de especificidade e de exterioridade.

O princípio da interversão deve ser investido em análises que sigam uma diretriz crítica visando os procedimentos que procuram envolver a emergência discursiva em formas de controle. Esses controles abrangem três grupos de processos. Os processos de exclusão visam conjurar o poder do discurso. Entre eles estão a proibição da palavra (da qual são exemplos o tabu do objeto, o ritual da circunstância e o privilégio do orador), a distribuição da loucura e a vontade de verdade. Os processos de delimitação visam impedir o acaso no discurso. Incluem-se aí o comentário, o autor e a disciplina. Os processos de rarefação visam limitar o número de falantes. Contam-se aí as sociedades de discurso, a doutrina e a educação. Os outros três princípios (descontinuidade, especificidade e exterioridade) devem ser investidos em análises que sigam a diretriz, genealógica, que visam a estudar a formação afetiva do discurso, o seu poder de afirmação na constituição de domínios de objetos e de positividades objetivas diante das quais as proposições terminam classificadas como verdadeiras ou falsas.

Quatro noções deverão funcionar como princípios reguladores, eu diria demarcadores, dessas análises: a de acontecimento, oposta a de criação, a de série, oposta a de unidade, a de regularidade, oposta a de originalidade e a de condição de possibilidade, oposta a de significação.

(..) *tratar não das representações que possam haver por trás do* *discurso mas dos discursos como séries regulares e distintas de acontecimentos (..) é um pequeno deslocamento,* diz Foucault, que permite introduzir na própria raiz do pensamento, o acaso, a descontinuidade e a materialidade.

Durante sua vida Foucault conseguiu levar a cabo várias análises de formações discursivas que constituiram outros tantos acontecimentos discursivos materializados em livros, todos disponíveis em Português: *As Palavras e as Coisas* (Martins Fontes, orig. 1966), *Arqueologia do Saber* (Forense, orig. 1969), *História da Loucura* (Perspectiva, orig, 1972), *Vigiar e Punir* (Vozes, orig. 1975), *Microfísica do Poder* (Graal, orig. 1976), *História da Sexualidade* (Graal, orig. 1984).

## INVESTINDO A CONCEITUAÇÃO DE FOUCAULT NA CONSIDERAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL.

No tempo de que disponho, posso apenas lhes dar breves indicações para mostrar-lhes a viabilidade do convite que lhes fiz para pensar a Educação Matemática sob a categoria de discurso. A massa de acontecimentos discursivos a nosso dispor é vasta. Além da recente literatura especializada, como livros, revistas, teses e dissertações, temos as atas de congressos, especialmente a partir da criação da ICMI em 1908, artigos nas revistas especializadas em Matemática, veiculando concepções de matemáticos sobre ensino, conferências de matemáticos sobre ensino da Matemática, organizações curriculares de Matemática com suas justificativas e propostas de alteração.

Recentemente tem sido produzida apreciável literatura sobre a história recente da Matemática sob pontos de vista filosóficos que poderíamos dizer "não-enciclopédicos". A esses, podem-se acrescentar acontecimentos discursivos a serem ainda registrados pelo próprio trabalho de pesquisa, tais como a história das instituições de ensino e de pesquisa.

Nelas ocorreram as diferenciações de Matemática e Física e, recentemente, de Matemática e Educação Matemática, esta sob nomes de "didática", "ensino", "instrução", "pedagogia", etc. Recentemente têm havido esforços para determinar a emergência matemática nos discursos que acompanham as diferentes práticas profissionais, inclusive no discurso da mídia.

O princípio da *interversão* deve ser investido em análises que sigam uma diretriz crítica visando os procedimentos que procuram envolver a emegência discursiva em formas de controle. Com este princípio Foucault nos sugere que, ali onde a tradição pensa reconhecer a fonte abundante do discurso da Educação Matemática e as figuras que desempenham papel positivo, como o autor, a disciplina, a vontade de verdade e a educação, é preciso reconhecer a rarefação do discurso provocada pela incorporação dos mecanismos de controle. Na medida em que nós, aqui reunidos, estamos certamente enganjados na produção de significações, constituimos um acontecimento discursivo e participamos como exemplo vivo da função de tais mecanismos.

Os processos de exclusão visam conjurar o poder.

*A proibição da palavra* refere-se a que nem todos podem falar de não importa o quê, uma razão a mais para me sentir honrado com o convite da Professora Ana Maria Kaleff pelo qual eu, neste momento, desfruto do *privilégio do orador*. Porém, todo o poder que essa condição me dá, vem do fato que vocês me escutam. Como vocês podem ver, o *ritual da circunstância* foi bem montado para essa escuta, a ponto de minhas lâminas de transparência não se mostrarem a altura dele. No entanto, vocês não estarão dispostos a ouvir não importa o quê. Eu devo falar sobre isto que se denomina Educação Matemática. Ao evocar Foucault e Lacan neste ritual, eu arrisco violar o *tabu do objeto*, entrando no domínio da Psicanálise no qual a *palavra* me está, certamente, *proibida*, pois me falta uma "formação".

*O caminho do sujeito,* diz Lacan, *passa entre as muralhas do impossível.* Se, em minha ousadia eu abusar da paciência de vocês e vier a colidir mais ou menos violentamente contra essas muralhas, dizendo coisas verdadeiramente incompreensíveis, sempre haverá um último recurso; o processo de distribuição da loucura permitirá que vocês voltem para suas casas tranqüilos e se dispensem do trabalho de buscar algum significado para o que eu tiver dito. Essa função da loucura é recente, diz Foucault. Antigamente a palavra do louco era escutada como uma promessa de verdade. O discurso que aqui constituimos, tal como toda a série de acontecimentos discursivos da Educação Matemática, está inevitalvelmente marcado por tais controles.

Podemos nos voltar para as pequisas e imaginar ver ali a fonte abundante do discurso verdadeiro, garantido pelo testemunho das bancas, pelo ritual das defesas, pelo reconhecimento da instituição e, principalmente, pelo rigor do método. Foucault nos adverte contra essa tentação. Há muito, no transcorrer da hitória da Grécia Antiga, na medida em que o discurso deixou de enunciar o desejo e exercer o poder, o discurso passou, ele próprio, à condição de objeto do desejo e instrumento do poder, de modo que a verdade que ele enuncia não pode mais reconhecer a vontade de verdade que o atravessa e que o faz acontecer como discurso.

Essa vontade de verdade que apresenta a verdade como uma força doce e insidiosamente universal, devemos aprender a reconhecê-la como uma poderosa maquinaria destinada a excluir, a determinar o que pode ser pesquisado em Educação Matemática, quais as instituições respeitáveis e quais os métodos de pesquisa válidos. Devemos ver na "metodologia", não a garantia da verdade mas principalmente o ponto que será exibido como "fraco", caso as conclusões da pesquisa não satisfaçam a vontade de verdade que atravessa a instituição. Todos os que tentarem pôr em evidência essa vontade de verdade, diz Foucault, lá onde justamente a verdade tentava justificar a proibição e definir a loucura, deve, agora nos servir de exemplos altaneiros.

Os processos de delimitação visam impedir o acaso.

Temos o hábito de ver, diz Fouacult, na fecundidade de um autor, na multiplicidade dos comentários e no desenvolvimento de uma disciplina os recursos infinitos da criação de discursos. É provável que não possamos dar conta de seu papel positivo e multiplicador se não levarmos em conta sua função restritiva e constrangedora. Há muitos exemplos de incursões de grande sucesso feitas por proeminentes cientistas nos campos da epistemologia e da educação. Cito apenas dois, de influência recente entre nós através da RPM: George Pólya e Élon Lima. Nesses casos, será preciso avaliar em que medida a valorização dessas contribuições para a Educação Matemática se deve à reputação de seus autores, adquirida no domínio da Matemática. Em qualquer caso, a referência obrigatória a autores Fundamentais tende a funcionar como obstáculo na formação discursiva da Educação Matemática, a ponto de o "levantamento bibliográfico" absorver toda a possível energia criativa de alguns estudantes de Pós-Graduação.

O papel do comentário na delimitação do discurso é bem visível no sistema tradicional vigente de ensino e se apresenta como um jogo entre o novo e o velho. O professor propõe-se a expor o velho, isto é, o que está no livro. No entanto sua aula, isto é, seu comentário, é novo e único: em nome do velho, apresenta-se a novidade segundo a necessidade do momento. Por outro lado a novidade da interpretação que ele anuncia, já estava contida no texto que lhe perimitiu o comentário: em nome da novidade a necessidade do momento reforça aquilo que ela escolhe para destacar no velho. Foucault vê nesse jogo, uma maneira de impedir a emergência do acaso. Desta maneira o ensino tradicional vigente evita que perguntas ingênuas dos alunos abram problemas que o professor não saiba resolver ou que a instituição não queira considerar.

A forma mais eficaz de controlar as emergências casuais é a constituição das disciplinas que fixam os limites da produção discursiva pelo jogo de uma identidade que tem a forma de uma reatualização permanente das regras. Certas tentativas de constituição de desciplinas chegam ao ridículo, como a idéia de uma disciplina interdisciplinar, proposta pela precipitação de certa aliança promocional. Outras são mais sérias e até inevitáveis, como os esforços mais notados nos países industrializados para constituir a Educação Matemática em disciplina, transformando-a em mais uma técnica de reprodução de novidades.

Os processos de rarefação visam limitar o número de falantes.

Pode-se pensar que o ato de escrever, tal como é institucionalizado hoje no livro, no sistema de edição e no personagem do escritor, ocorre numa "sociedade de discurso", difusa, talvez, mas constrangedora certamente. Os editores só publicam o que tem "valor comercial"... Não vou retê-los nisso, cujos detalhes estamos cansados de saber. Apenas chamo a atenção para uma prática que não faz parte da experiência de alguns de vocês e sobre a qual pouco se tem falado: a prática científica da Matemática tal como é exercida hoje. Quando os artigos chegam a ser publicados, eles já estão circulando há dois ou três anos entre os grupos de pesquisa especializados. Há um conjunto de regras implícitas, mas muito precisas e implacáveis, para a troca e circulação dessas informações. Sem ser admitido nessa sociedade de discurso não se pode fazer pesquisa de primeira linha.

Sobre a educação como mecanismo de rarefação dos sujeitos falantes, Foucault é bem explícito: Todo sistema de educação é uma maneira política de manter ou de modificar a adequação dos discursos com os saberes e os poderes que eles carregam consigo. Sobre o ensino ele não é menos preciso. O que é, enfim, um sistema de ensino, senão uma reatualização da palavra; senão uma qualificação e uma fixação dos papéis para os sujeitos que falam; senão a constituição de um grupo doutrinal, ao menos difuso; senão uma distribuição e uma adequação dos discurso com seus poderes e seus saberes? Essas palavras devem nos alertar contra as tentativas de considerar a Educação Matemática como uma "educação" levada ao domínio da "matemática" por educadores que vão cumprir a missão de "bem educar".

A pertença doutrinal põe em questão simultaneamente o enunciado e o sujeito que fala, um através do outro... por um duplo assujeitamento: dos sujeitos falantes aos discursos e dos discursos ao grupo, ao menos virtual, dos indivíduos falantes. O conceito de doutrina permite evidenciar, no movimento da Educação Matemática, uma série discursiva cujo caráter doutrinal se revela na medida em que os que dela participam não se expõem ao debate nos foros abertos para isso.

Essa série discursiva, à qual passarei a me referir como a doutrina, funda-se em concepções tais como: ênfase na formação matemática dos professores com desprezo pela formação pedagógica, julgada desnecessária ao professor universitário. Crença em que uma boa formação matemática não só é necessária mas é suficiente para o ensino. Emprego das palavras "ensino".e "instrução" com eclipse de palavra "educação". Ênfase no aspecto didático e expositivo da sala de aula com eclipse da organização pedagógica. Preocupação com o ensino, sem referência à aprendizagem. Preocupação com o cumprimento dos programas com desconsideração do aluno real. Concepção epistemológica de que se aprende vendo e se ensina mostrando. Concepção de interdisciplinaridade como reunião de disciplinas e não como estudo de um objeto transdisciplinar. Proposta de pós-graduação em Matemática com opção em ensino, em vez de pós-graduação em Educação Matemática. Proposta de Licenciatura "3+1" (três anos de Matemática e um de Pedagogia), em vez de uma proposta pensada sobre o perfil do profissional que se quer formar.

A doutrina emerge também, em conversas informais e conferências não publicadas, através de aforismos como os seguintes, cujos autores eu prefiro não lhes dizer. A Matemática é a Matemática e quem entende dela são os matemáticos. Se os professores soubessem mais Matemática não se sujeitariam a ganhar tão pouco. Primeiro se aprende os conteúdos, depois os métodos. Esse negócio de metologia não é lá muito importante. Matemática é questão de talento, nem todos têm condições de aprender a tocar violino. Quem não dá para o Bacharelado, faz a Licenciatura. O estudante tem que estudar e não se preocupar com política. O professor deve preparar bem as aulas e o aluno deve prestar atenção. O aluno tem que aprender a olhar a Matemática mais de cima. Democracia tem limite.

Os outros três princípios, descontinuidade, especificidade e exterioridade, devem ser investidos em análise que sigam a diretriz, genealógica, que vão estudar a formação do poder de afirmação do discurso, sua positividade efetiva.Essas análises deverão revelar a participação dos discursos da Matemática e da Educação na formação do discurso da Educação Matemática. O primeiro se articula sobre o menor número possível de variáveis, liminarmente declaradas sem siginificação e, na medida em que varre de seu enuciado todo vestígio do desejo, permite, mais facilmente, sua apropriação pelo desejo. Já o discurso da Educação Matemática procura construir-se pela consideração do maior número possível de variáveis, entre as quais as que parametrizam essa apropriação do discurso matemático pelo poder e pelo desejo.

No empreendimento de análise genealógica, o princípio de descontinuidade nos adverte contra a tentação de, após nos darmos conta dos mecanismos de controle a que o discurso é submetido, imaginarmos qua bastaria levantá-los para descobrir um grande discurso ilimitado, contínuo e silencioso que se encontraria por eles reprimido ou repelido e que teríamos a terefa de fazê-lo surgir, devolvendo-lhe, enfim, a palavra. Não há um não-dito próprio da Educação Matemática.

O princípio da especificidade nos alerta contra a tendência de introduzir significações "a priori" na análise dos discursos. Deve-se conceber o discurso como uma violência que nós fazemos às coisas, em todo o caso, como uma prática que lhes impomos; é nessa prática que os acontecimentos de discurso encontram seu princípio de regularidade. Pode-se notar essa regularidade quando pessoas, representativas da SBM (Sociedade Brasileira de Matemática) promovem a hospedagem de colegas nossos em hotéis de 5 estrelas para ali assistirem a exposições de professores ditos "de 5 estrelas", exatamente durante o período em que a SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) realiza seu Encontro Nacional bienal.

O princípio de exterioridade nos adverte contra a tendência de nos perdermos procurando um núcleo interior escondido no discurso e nos convida a irmos na direção da periferia, procurando suas condições exteriores de possibilidade. Penso que análises futuras poderão apontar uma das condições de possibilidade do discurso da Educação Matemática nesse arrepio de revolta que vocês sentiram ao ouvirem as máximas da doutrina que li, há pouco.

O fundo dessa revolta estará, provavelmente, em que ali reconhecemos o reforço de tendências no ensino que sabemos superadas, repressivas e das quais sofremos as conseqüências, de um ou outro jeito. Vou lhes dar três exemplos de situações de aprendizagem para a compreensão das quais a doutrina se revela totalmente insuficiente e diante das quais, mesmo o discurso da Educação Matemática, silencia.

## A CASA DOS POMBOS

A questão do resultado periódico da divisão de inteiros surgiu naturalmente durante uma aula de disciplina de Análise na Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, em Rio Claro, quando conversávamos sobre números racionais. Como alguns alunos tivessem dificuldade de explicar por que ocorrem as dízimas, sugeri-lhes que pensassem na questão da casa dos pombos, imaginando que estava lhes dando uma indicação decisiva. Para minha surpresa, a tentativa de auxílio confundiu-os mais. A questão ficou para a aula seguinte, depois da EPEM (II Encontro Paulista de Educação Matemática). Durante esse tempo, pude trabalhar o problema com outra aluna, T. Tive o cuidado de relatar por escrito o encaminhamento e a conclusão. Quando os alunos pediram minha compreensão sobre o problema, dei-lhes a ler o relato.

A questão teminou redigida na forma do seguinte problema:

1) Quando se divide um inteiro por outro, por que sempre dá dízima (ou dá resto nulo)?

2) Quando 16 pombos entram em 15 casas de pombos, o quê se pode afirmar?

3) Que relação há entre (1) e (2)?

Os partidários da "doutrina" que por ventura se encontrem aqui, talvez estejam pensando que abordar um problema do curso primário numa disciplina de análise, depõe contra o curso de que faz parte essa disciplina... Preciso dizer-lhes que pedi a meus alunos que apresentassem esse problema a tantas pessoas com quantas tivessem oportunidade de entrar em contato durante o II EPEM. Da vintena dos questionados, alguns se disseram "ocupados no momento", outros prometeram: "vou pensar"... Apenas um, Gelso Lezzi, voltou com a solução.

É que a Educação Matemática vai mal, dirão os partidários da doutrina. Então, preciso dizer-lhes o seguinte: Um de meus alunos, por decisão própria, enviou a questão ao matemático X, de reputação nacional, autor de livro de cálculo e recentemente interessado em questões de "ensino". Ele escreveu: Não vejo relação alguma, não me parece que essas questões estejam mesmos relacionadas.

Infelizmente vou ter de lhes cortar o prazer de pensar nesse problema e lhes dar a solução pronta. O que eu tentava fazer com que esses alunos reconhecessem, era o seguinte. Supondo que a conta não termine em zero, para um divisor d, só existem d-1 restos possíveis, ou seja, d-1 casas de pombos. Uma vez que podemos prosseguir os passos da divisão, quando dermos o d-ésimo passo teremos d pombos em d-1 casas. Deve haver, pois, pelo menos uma casa com mais de um pombo, ou seja, algum resto já terá sido repetido.

Desse episódio, recolho duas perguntas: Por que X achou que não havia relação entre as questões? Essa é uma questão matemática?

## O TRIÂNGULO ISÓSCELES

Para os que pensarem que esse fenômeno só se mostra por trás de uma certa formação matemática e, especialmente para aqueles que tentarem ignorar os fatos sob o pretesto de "eu não sei Matemática", acrescento este exemplo, cuja compreensão não requer mais que os esquemas de classificação primários, próprios das pessoas saudáveis.

T comenta casualmente:

— *Tales, muito antes de Euclides, já tinha demonstrado que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.*

— *Interessante,* respondo eu; *mas o que é um triângulo isósceles?*

— *É aquele em que os ângulos da base são iguais,* responde ela.

Não se tratou de um lapso momentâneo. Ela só viu isso que vocês estão vendo, no dia seguinte, depois de reler a demonstração no livro que citara. Por que eu tive a maior dificuldade de produzir um encaminhamento que não contasse a história toda de saída?

## UM NOVO CAMINHO: LACAN

Os problemas a que lhes pude conduzir através desses dois exemplos envolvem variáveis que não são consideradas no quadro atual da Educação Matemática. No quadro da doutrina, eles não poderiam sequer ser enunciados. Em vez de soluções eu lhes ofereço problemas: afinal, o que querem esses alunos? E o que quer este professor? Transgressão! Como conjurá-la e reestabelecer os mecanismos de controle sobre o discurso? Ah!, dirão, para isso a Psicanálise tem remédio. Ela já pensou em tudo: trata-se do desejo.

Aceito este controle e conduzo a Educação Matemática ao campo do desejo. Será que com isso restituo o controle ou cometo nova transgressão? Para controlar uma violação do tabu do objeto, transgrido o tabu do autor. Os autores canônicos terão que se remexer, um pouco a contragosto nas prateleiras da Educação Matemática, para abrir lugar a este novo: Lacan.

Não posso fazer mais que fornecer-lhes concepções provisórias. As concepções próprias teremos de buscá-las juntos na obra de Lacan, cuja leitura só nos últimos meses comecei. O que Lacan fez, foi, essencialmente, uma leitura de Freud, por isso, quando eu disser "segundo Lacan"" vocês devem enteder que se tratam de posições de Freud, articuladas por Lacan. Para Lacan, a lei tendencial das exposições de Freud é a dialética do Sujeito e do Outro e ele a simboliza S ^ A, onde S denota o sujeito, A o outro e esse losango que ele denomina punção, deve ser entendido como ^ = v + ^ onde v denota uma operação simbólica de matáfora e ^ uma operação simbólica de metonímia. Vejamos como se pode entender isso.

O sujeito fala. Com a fala surge um significante no campo do Outro, exatamente como está ocorrendo neste momento, neste jogo entre eu e vocês, na medida em que eu falo. O Outro é o lugar da lei e da verdade.

A contingência fundamental desse jogo é que vocês só podem apreender o que eu quero dizer naquilo que efetivamente eu digo e quando vocês fazem essa apreensão, eu perco minha capacidade de dizer outra coisa no lugar do que disse. Quando falo, eu desapareço enquanto sujeito binário, isto é, enquanto ser capaz de optar, e fico reduzido ao significante unário que vocês captaram entre os significantes de vocês. Portanto, na medida em que eu apareço como sentido perante vocês, me manifesto como desaparecimento – Lacan também diz alienação ou "fading" – aqui nesta cadeira. A bolsa ou a vida? Sentido ou sujeito? É por isso que Lacan assimila v ao ou, da Lógica e à união (U), da Matemática.

Assim, na fala, um significante é posto para representar o sujeito, o que constitui uma metáfora, mas não se trata de uma deficiência da língua e sim de uma falha fundamental, constitutiva do sujeito. É por isso que Lacan representa o Sujeito por esse S cortado. Ele une o sujeito ao Outro por este v, encimado por uma flechinha na extremidade direita, indicando o jogo de representações entre signifantes. Cada um de nós, como sujeito binário, como casado ou solteiro, mais ou menos simpático, etc, é um representante vivo do jogo de representações entre significantes que aqui ocorre. Somos representantes de nossas representações!

Lacan articula essa situação a partir de um diagrama de Venn para dois conjuntos: o primeiro é o ser ou Sujeito e o segundo é o sentido, que está no Outro. Se vocês quiserem entender simultaneamente o que eu digo e o que eu sou, ou seja, procurar o sentido do que digo nos motivos pessoais que me levam a dizê-lo, vão abrir um campo que, por pressuposto, está fora do objetivo de hoje que é o do meu inconsciente. Entrarão na região do não-senso que se situa na interseção do ser e do sentido. E quando são vocês que falam, o jogo se reproduz, de lá para cá. Notem, desde já, que se eu estivesse dando uma aula de análise matemática, ali no quadro, não seria bem assim... Ou seria?

Daqui a pouco, no debate, para se demarcarem de minhas posições, vocês terão de retomar em suas próprias palavras, em maior ou menor grau, o sentido que tiverem extraído do que lhes digo. Suas colocações me darão a impressão de que vocês estão usando outros nomes para os significantes que lhes enviei. Não é uma deficiência da comunicação. Segundo Lacan, é uma contingência do jogo da fala. O Outro não dispõe de um singnificante idêntico ao que o sujeito lhe enviou e, ao se referir a ele ocorre uma torção, usa outro nome, portanto uma <u>metonímia</u>. Essa falta do significante é constitutiva do Outro, por isso Lacan o denota por um Ⱥ cortado. A operação de retorno de Ⱥ para $\$$, Lacan a denota pela parte superior do losango, ^ com uma flechinha na extremidade esquerda. Resumo dizendo que a dialética do sujeito e do outro funda-se em que, inevitavelmente, falam-se metáforas e ouvem-se metonímias.

Nesse deslize de significantes, na distância que vai do que lhes enviei e o que vem de volta, é que eu devo procurar captar o que cada um de vocês quer, com as intervenções que faz. É nas faltas do discurso do Outro que o sujeito apreende o desejo do Outro, ou seja, é aí que eu devo procurar o desejo de vocês. Por que devo? É que o desejo do homem é o desejo do Outro, diz Lacan. Isso fica evidente quando uma criança passa a querer um brinquedo, só porque a outra o agarrou. Se ele quer, é porque é meu.

Entre nós, essa lógica aparece com a roupagem dos adultos. Para que eu possa responder às colocações de vocês, para que eu matenha o privilégio de orador e, no limite para que vocês não me cassem a palavra, que é um risco no horizonte de todo sujeito que fala, eu preciso ajustar essa minha falta anterior, da possível perda de meu privilégio, com a falta que perceberei no que vier daí. Esse ajuste é possível porque vocês também, falam e nós podemos reconhecer objetos comuns a nossos desejos. É aí que se abre o campo da transferência e é nesse reconhecimento que Althusser situa o mecanismo fundante da ideologia, mas essa é outra conversa.

E se eu estivesse dando uma aula de análise matemática ali no quadro? Ou se eu lhes estivesse falando das tábuas de multiplicar e lhes perguntasse quantos são sete vezes oito? Vocês teriam que me devolver cinqüenta e seis. São cinqüenta e seis, não tem saída neste nível. Pode-se pechinchar a mercadoria, jamais a conta. Eu costumo dizer que este é um nível biológico, não porque a tabuada de multiplicar caia dentro de um campo pré-definido, dito da Biologia, mas porque esse esquema multiplicativo, enquanto invariante histórico, nos pode informar que objeto está em jogo quando se trata de demarcar os limites um tanto indefinidos desse campo que chamam biológico. A redução do esquema multiplicativo ao processo classificatório primário a que se referem Freud e Lacan, penso que Piaget e Vygotsky esclarecem suficientemente.

Se por outro lado eu lhes afirmo que a capital da Bulgária é Sofia, sempre fico, enquanto sujeito, um pouco misturado com esse significante que representa, de modo que sempre surge uma região de não-senso onde vocês podem parguntar se não fui traído pela memória ou pelo inconsciente e deveria ter falado Bucareste. O meu desaparecimento como sujeito é, aí, só parcial. Mas quando lhes digo que sete vezes oito são cinqüenta e seis, eu caio fora e deixo a responsabilidade de verificar com vocês. Eu fico totalmente isolado do significante que me representa e a região de não-senso se esvazia. Porém se eu afirmo que são sessenta e três, eu não produzo sentido algum e caio todinho no não-senso, como sujeito que nem verificar sabe.

Assim, parece que quando o sujeito se faz representar por um significante matemático, das duas uma, ou a zona de não-senso é vazia e ele desaparece totalmente atrás do significante unário, ou a zona de não-senso é plena e é o próprio sujeito que se expõem, e é posto como significante binário, no campo do outro. Não há meio-termo; a Matemática não pode estar meio-certa. Vejam então que o significante matemático tal como as portas dos banheiros marcadas "Homens e Senhoras", não é apenas esse conjunto de sinais "7x8". Ele inclui o consenso de que a resposta é um invariante hitórico passível de verificação por um procedimento que não precisa de mais informações externas, portanto por um procedimento interno, ao nível biológico, no sentido acima especificado.

Se o professor pergunta quanto são sete vezes oito e o aluno responde "56", o professor lhe pisca o olho e diz: Nós fazemos parte do círculo restrito dos que sabem. Eu vou providenciar uma bolsa de estudos para você. A dialética $ ◊ Ⱥ passa a um nível de cumplicidade. Se o aluno responde 63, a dialética $ ◊ Ⱥ permanece presa à metonímia e aponta para um distanciamento. Preserva-se, nesse caso, toda a sorte de deslizamentos por onde se instalam as práticas de ensino. O professor pode perguntar: – Como foi que você pensou? e estabelecer por aí uma relação de ensino-aprendizagem ou pode ficar fechado em sua certeza, atrás do significante matemático unario, dizendo simplesmente: – Está errado; são 56.

O que acontece quando o professor adota o segundo caminho que é o do ensino tradicional vigente da Matemática? Ao procurar a falha no discurso do Outro para ali situar a possibilidade de sua perda e entrar no reconhecimento de objetos comuns, o aluno se pergunta: – Ele me diz isto; mas o que ele quer de mim? Na medida em que ele não possui o esquema de verificação nessa situação, ele só encontra uma resposta: – Ele não me quer. Para suprir a falta captada na intimação que lhe faz o Outro, o aluno vai propor a sua própria perda, a anorexia mental matemática que consiste na constituição de esquemas "ad hoc" que lhe permitam achar a resposta sem participar do mecanismo de verificação próprio do significante matemático. A anorexia mental matemática é um pacto transferencial amoroso difícil de ser rompido.

Quando os matemáticos trabalham, enganjando-se nesse jogo de poder que em Francês se chama "traveiller avec", conjuntos mais ou menos extensos de significantes matemáticos são enfeixados em novos significantes tais como: "pelo teorema de Hahn-Banach", "por compacidade", "passando ao limite" etc. que sempre dexam margem a algum deslizamento ou melhor, que inauguram um novo tipo de deslizamento do significante, vigiado de perto pela possibilidade de redução em última instância, ao esquema de classificação primário pela via axiomática do rigor.

Voltemos às perguntas que deixei para trás. Por que os doutrineiros ficam tão indignados com este diálogo diante do qual a maioria ri e alguns exclamam – Oh! Que falta de educação metemática!

— *Tales, muito antes de Euclides, já tinha demonstrado que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.*

— *Interessante,* respondo eu; *mas o que é um triângulo isósceles?*

— *É aquele em que os ângulos da base são iguais,* responde ela.

Deixo de lado o por que de minha pergunta... mas o que é um triângulo isósceles? Eu poderia ter falado outra coisa. No entanto, essa pergunta se revelou nada ingênua. Qual é, afinal, o "grande erro" da resposta? De onde vem a indignação da doutrina? O que T não viu foi que da igualdade dos lados à igualdade dos ângulos, vai alguma distância, dirão. Mas, como imputar-lhe essa cegueira se ela comenta exatamente o que leu no livro de história da Matemática por onde ela quer se introduzir nessas questões de geometria? Será que o erro está na definição de triângulos isósceles? Mas é mera convenção, defini-lo pela igualdade dos lados ou pela igualdade dos ângulos. Dirão os doutrineiros: – *É que, se alguém merece ser citado por um feito matemático, esse feito não pode ser reduzido à banalidade de demonstrar que se um triângulo tem os ângulos da base iguais então ele tem os ângulos da base iguais.* E por que não? retruco eu. Afinal, se esse alguém é Tales, ele merece ser citado, até pelas coisas mais simples que fez...

Vejam como o significante pode deslizar indefinidamente. É que nessa questão não tem coisa alguma de Matemática ou muito pouco, mesmo. Ela surge da desproporção entre a envergadura de Tales no "who is who?" matemático e a banalidade da tautologia cuja demonstração lhe foi atribuida. O que é, enfim, que essa garota não sabe verificar? Nada! Não se trata de varificação. Então, de onde vem a idéia de que a zona de não-senso se esvaziaria e haveria uma resposta a ser dada com exclusão das outras? De onde vem a idéia de que, nessa questão do triângulo isósceles, estaria implicado um significante matemático atrás do qual os confrades podereiam se esconder em sua afânise, para ressurgir no campo do Outro com suas demandas desconcertantes, "comme d'habitude"?

O que T não viu foi a desproporção entre a demonstração da tautologia e o poder que teria resultado dessa demonstração. Ela teria denotado pouca familiaridade com a geometria? Ou pouca familiaridade com o poder das demosntrações? Foi essa a falta que ela revelou em sua resposta. O que indignou a doutrina foi o desprezo que essa aluna demonstrou pelas relações de poder com as quais as sociedades de discurso constituem seu grandes homens. Para não dar de ombros e para procurar um encaminhamento, eu tive de situar nesta falta, a possibilidade de minha perda. Sai fora do terreno dos significantes matemáticos. Tivemos de reconhecer um objeto comum de desejo entre os objetos de poder da Matemática, embora, também por uma questão de desejo, ambos abominemos esses objetos. Disse-lhe: Olhe a demonstração e veja o que é hipótese e o que é tese.

Para concluir, examinemos o episódio da casa dos pombos. Os doutrineiros estarão, talvez, indignados com meu atrevimento em relatar tais casos, expondo ao ridículo pessoas que, afinal, são facilmente identificáveis pelas circunstâncias. Dirá a doutrina qua a relação entre as duas questões é por demais evidente para escapar a quem quer que esteja minimamente familiarizado com elas. Como se explica, então, esse caso de cegueira coletiva?

Como se explica a resposta de X? – Não vejo relação alguma, não me parece que essas questões estejam mesmos relacionadas. – Certamente ele não pensou sobre o problema, dirão os doutrineiros. Achou que, sendo pergunta de aluno, teria obrigação de tirar de letra e escreveu lá qualquer coisa. E os alunos, por que tampouco se deram conta da tal relação? – Ah, é que esses são mesmo fracos, dirão. Tal compulsão da doutrina à visada unilateral e ao desconhecimento de suas artimanhas deve ser contada entre os motivos que me levaram a evocar Lacan. Ela me lembra um pouco o ditador Salazar, que se lastimava do sofrimento a que o exercício do poder o obrigava mas não o deixava. – *Não posso, dizia ele à criada, não há mais ninguém...*

Olhemos a questão apenas do ponto de vista das funções de alienação e separação. Como vocês poderiam conferir se a solução que eu apresentei acima está certa? Como se pode saber se a relação entre a conta de dividir e a casa dos pombos é ou não é mesmo esta que eu expus? Afinal, este significante "relação" está evocando o quê? É uma relação no sentido matemático? Um subconjunto de um produto cartesiano? Se não for, talvez tenhamos que recorrer ao Aurélio, onde se lê: *Relação: Parecença, semelhança analogia. Referência, ligação, vinculação. Umas das categorias fundamentais do pensamento: caráter de dois ou mais objetos do pensamento que são concebidos como sendo ou podendo ser compreendidos num único ato intelectual de natureza determinada, como identidade, coexistência, sucessão, correspondência, etc.*

Teríamos aí infinitas possibilidades de deslize do significante. Segundo um aluno, não se poderia nem ter perguntado que relação há, apenas que relação ou relações se podem estabelecer entre as duas questões. A doutrina se lixa para essas considerações: que exista ou se possa estabelecer, afinal qual é ela? A doutrina não teria dúvidas de que o significante posto pela questão é matemático. Para ela o funcionamento da dialética $\$ \lozenge \not{A}$ neste caso é o mesmo dos 7x8: a anfânise é total, a zona de não senso é vazia. A devolução pelo Outro fica classificada em duas possibilidades: cumplicidade ou distanciamento – a resposta esperada como "certa" abre uma gama de objetos comuns do desejo; a resposta "errada" leva a outros objetos, a outra estrutura de justaposição de faltas, a outras características da transferência e a outro processo de constituição de ideologia.

Funcionar assim é próprio da doutrina. Ela se constitui como sociedade de discurso na medida em que exerce um esforço para impedir o deslize dos significantes em domínios mesmo onde esse controle escapa ao processo de verificação. Mas ela não se apresenta como sociedade política e sim como sociedade matemática. Como isso é possível? Vejamos mais de perto a Matemática em jogo nessas questões.

O problema da casa dos pombos enuncia-se dizendo que nehuma função com domínio mais numeroso que o contradomínio pode ser injetiva.

O processo da conta de dividir é basicamente o seguinte. O maior múltiplo possível do divisor, é retirado, primeiro do dividendo e em suguida, sucessivamente, das multiplicações por dez dos restos que se vão obtendo, até chegar a um resto nulo ou ao reconhecimento um período. Nossa atenção está acostumada a prender-se ao quociente como resultado procurado: um inteiro seguido de uma seqüência de dígitos entre 0 e 9. Na casa dos pombos, imagina-se, de saída, que eles chegam de supetão e se escondem, deixando-nos a olhar para os buracos escuros das casinhas.

Não há relação? Diante da insistente demanda do outro, passamos a inventar uma relação e, para objetos comuns de desejo, concordamos em dizer que estamos "procurando" uma relação. Uma vez achada, teremos que mostrar que ela é boa. Pressionados por tal necessidade, voltamos às duas questões e depois de algum tempo em que não sabemos ainda o que ocorre, nossa atenção passa da seqüência de dígitos entre 0 e 9 para a seqüência de restos entre zero e d-1. Simultaneamente, os pombos passam a chegar de um em um e vão ocupando casas dispostas seqüencialmente, terminando numeradas de 0 a d-1. Então há relação?

A relação encontrada toma a forma de uma correspondência entre seqüências, perfeitamente definível nos termos matamáticos da teoria dos conjuntos e que até o Aurélio reconhece, denominando-a anamorfose. Então existia uma relação no próprio sentido matemático. Tratava-se de procurar uma anaformose, um significante matemático como todo outro, porém implicado numa questão existencial. Uma vez achado esse significante, começa a segunda etapa da demonstração de existência, por um processo que é mesmo de verificação. Nele a zona de não senso é vazia, tal como a doutrina a vê. Porém, a primeira etapa, a da procura propriamente dita, escapa ao processo de verificação. O sujeito que nela se aventura aparece como cabra-cega, perdido e a mercê do outro, como significante binário. A zona de não-senso é plena.

Agora fica claro em que sentido a doutrina quer empurrar a roda da história ao hospedar colegas nossos em hotel 5 estrelas – o que, aliás, bem merecem.

## PALAVRAS FINAS

Na organização deste artigo contei com a colaboração de Tania Cristina Baptista CABRAL, aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Procuramos ser fiéis ao que foi apresentado na conferência feita na UFF. Como não se dispussesse de gravação, a orientação foi dada pelas lâminas de transparência e pelas fontes citadas. Com isso a reflexão foi além e pode-se esclarecer alguns pontos que tinham ficado obscuros na apresentação oral. Espera-se ter aberto uma vertente nova para pesquisa em Educação Matemática no Brasil e mostrado a natureza transdisciplinar de seu objeto.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FOUCAULT, Michael. *L'ORDRE DU DISCOURS. Leçon inaugurale au Collège de France prononcée le 2 décembre 1970. Paris: Gallimard, 1971.*

LACAN, Jacques. *O SEMINÁRIO DE JACQUES LACAN. Livro 11: Os quatro conceitos fundamentais da psicanálise (1964). Tradução por M.D. Magno. Rio de Janeiro: Zahar, 2 ed., 1985. Tradução de: Le Séminairie de Jacques Lacan. Livre XI: Les quatre concepts fondamentaux de la psychanalyse.*