ÍNDICE

APRESENTAÇÃO

Estamos trazendo aos sócios este Boletim nº 34, o último boletim emitido foi o Boletim nº 33 no ano de 1996.

Gostaríamos de pedir aos sócios que nos enviem artigos para serem avaliados pelo Comitê Editorial, é extremamente importante que os sócios utilizem este nosso meio de Comunicação para divulgarem suas pesquisas e suas experiências pedagógicas.

Iniciamos este Boletim com um artigo da Profª Helena Noronha Cury que nos traz uma análise histórica propondo um novo olhar, revê o movimento conhecido como Escola dos Anais. Aborda relações entre acontecimentos históricos e descobertas matemáticas. Uma análise sobre uma perspectiva histórica pode permitir traçar novos rumos para o ensino-aprendizagem de Matemática.

Das Profª Cristiane de Lima Santos e da Profª Gilda de La Rocque Palis, nos fala sobre inter-relações entre representações gráficas e manipulações algébricas, quais os "limites" das manipulações algébricas para que os resultados sejam avaliados de maneira a satisfazerem a equação inicial.

A Profª Vera Lúcia Fazoli Cunha Freitas Viana relata em seu artigo um processo interativo de extração da raiz quadrada, muito eficiente, conhecidos pelos Babilônios, e nos fala sobre a sua utilização no 1º grau, contrariando algumas tendências que acreditam que o Método está acima do nível dos alunos neste grau de ensino.

Os próximos artigos são trabalhos que foram apresentados no I Encontro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática realizado em novembro de 1997, na UNESP - Rio Claro/SP. Os trabalhos hoje, são teses de Mestrado defendidas e aprovadas no Mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula.

O Prof. Marcelo de Almeida Bairral relata em seu artigo uma pesquisa realizada durante os anos de 1994 e 1995, numa escola particular do Rio de Janeiro, com alunos de 7ª série, cujo objetivo foi investigar o processo de construção do conceito de semelhança de figuras planas.

A Profª Maria Solange da Silva visa com sua pesquisa discutir a importância da argumentação em sala de aula. Utiliza a teoria da Argumentação desenvolvida por Chaïm Perelman, também conhecida como Nova Retórica. Utiliza a Geometria para discutir argumentações e demonstrações dos alunos, fazendo um elo com a Teoria da Construção do Pensamento Geométrico de van Hiele.

A Profª Rosana de Oliveira apresenta sua pesquisa com alunos de 5ª série, mostrando a importância de se explorar o Pensamento Algébrico em séries iniciais. O principal eixo é criar condições para que os alunos falem sobre o texto matemático Seqüências, o Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS) - Lins - 1994 - foi escolhido para expor uma outra perspectiva sobre a construção do conhecimento.

Para finalizar o Prof. Ubatam Gomes Gurgel, expõe o seu Projeto para a Graduação do CEFET/RJ para o ano 2000, discutindo questões pertinentes sobre Qualidade em Educação e trazendo sugestões para amenizar questões sérias como o auto índice de reprovação.

Edição e Organização
Estela Kaufman Fainguelernt
Janete Bolite Frant
Franca Cohen Gottlieb
Rosana de Oliveira

CONTRIBUIÇÕES PARA UMA NOVA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

HELENA NORONHA CURY[1]

1. A ESCOLA DOS ANAIS E A NOVA HISTÓRIA

Ao sugerir possibilidades para uma *Nova História* da Matemática, vamos, primeiramente, rever as origens do movimento conhecido como *Escola dos Anais*, que se originou na França entre as duas grandes guerras. Os seguidores dessa Escola, ao renovarem os estudos históricos, propiciaram o surgimento da corrente conhecida como *Nova História*. Apoiados em textos de seus representantes, destacaremos as fases do movimento e suas características mais importantes.

Voltaire, no século XVIII, Chateaubriand e Michelet, no século XIX, já criticavam a historiografia preocupada apenas com alguns homens - os reis e suas cortes - e postulavam uma história total, global. No início deste século, o economista e sociólogo François Simiand atacava os "ídolos da tribo dos historiadores": o "ídolo político", ou seja, a preocupação exagerada com a história política; o "ídolo individual", isto é, a ênfase na história dos grandes homens; e o "ídolo cronológico", o hábito de datar os fatos e encadeá-los linearmente.

Combatendo essas idéias, Lucien Febvre e Marc Bloch fundaram, em 1929, a revista "Annales d'histoire économique e sociale", que se propunha a fazer uma história-problema, de todos os homens, das estruturas, das evoluções e transformações, uma história interdisciplinar.

A primeira fase do movimento dos Anais, que se inicia com a criação da revista, perdura até 1945, aproximadamente. Nesse período, houve uma abertura em relação à geografia, à economia e à sociologia. Os méritos de Febvre e Bloch como desencadeadores dessa nova postura dos historiadores são reconhecidos mesmo pelos seus críticos. Como diz FONTANA (1982),

> "o primeiro traço definidor do pensamento de Febvre é o rechaço da esterilidade do historicismo e de sua erudição fatual, e o protesto

> contra a intenção de estabelecer o 'fato histórico' como objetivo supremo, talvez único, do trabalho do historiador". (p.203).

A Segunda Guerra interrompeu o ímpeto inicial, pois os dois principais colaboradores da revista separaram-se. Bloch aliou-se à Resistência e acabou fuzilado em 1944. Febvre continuou a escrever e pesquisar e, após a guerra, foi convidado a reorganizar em Paris a *École Pratique des Hautes Études*. A revista mudou de nome várias vezes até que, em 1946, passou a ostentar o que tem até hoje: *Annales. Économies. Societés. Civilisations.*

Foi também durante a guerra que Fernand Braudel, prisioneiro em um campo perto de Lübeck, escreveu sua obra mais importante: *O Mediterrâneo e o mundo mediterrânico na época de Felipe II.* A publicação desse trabalho e a atuação de Braudel na *École* inauguram a segunda fase do movimento dos Anais, que vai, aproximadamente, de 1949 a 1969. É o período em que o grupo de historiadores que gravitam em torno da revista e de Braudel aproximam-se mais de uma "Escola" propriamente dita, pesquisando novos objetos, com novos métodos e novas abordagens.

A contribuição principal desse período (se não de todo o movimento) é a idéia dos diferentes tempos que convivem na história, enunciada por Braudel em "O Mediterrâneo" e re-explicada em entrevista:

> "...existe a história que é imutável; depois há a história lentamente ritmada (a conjuntura, o movimento da população, os Estados, a guerra); enfim, há a história dos indivíduos e dos fatos, muito rápida. Eu cheguei dessa maneira à decomposição do tempo. Pois o tempo da história não tem uma única vazão, ele se escoa em camadas. Portanto, é necessária uma história na vertical. Sartre compreendeu bem isso. O que se passa no alto vai em direção ao fundo, mas nem sempre chega lá; inversamente, o que produz muito lentamente sob solo nem sempre chega à superfície. Estamos em presença de histórias paralelas, com velocidades diferentes. Eu fiquei prisioneiro dessa divisão, dessa problemática... "(BRAUDEL, 1984,p.19).

Vários historiadores, ex-alunos e colaboradores de Braudel continuaram a aproximação com a economia, a geografia, a sociologia e a demografia. A possibilidade de trabalhar com a longa duração, de poder abandonar o ritmo rápido dos acontecimentos, fez com que utilizassem, também , a arqueologia e a etnologia, investigando o quotidiano e transformando em objeto da história o corpo, o alimento, o vestuário, os jogos e as mentalidades. Juntamente com a história quantitativa, essas são as tendências novas do período. Le Goff (apud PETERSEN, s.d), no entanto, insiste em que "o quotidiano só tem valor histórico e científico no seio de uma análise dos sistemas históricos, que contribuem para explicar o seu funcionamento"(p.55).

O interesse da Nova História por todos os homens, por tudo o que é humano na longa duração, fez com que os historiadores recorressem à estatística e à programação para quantificar os objetos estudados: produção agrícola, preços, número de nascimentos e de mortes, número de batizados e casamentos, etc. Dessa abordagem quantitativa partem os trabalhos classificados como "história demográfica" e "história serial".

No segundo período do movimento dos Anais, em torno da revista e da IV Seção da *École des Hautes Études*, trabalham historiadores que fazem da Nova História um sucesso editorial, como Jacques Le Goff e Georges Duby, entre outros.

A partir de 1968, mudanças administrativas na revista e na *École* evidenciam o que já vinha ocorrendo em nível intelectual: o surgimento de uma terceira fase do movimento dos Anais, mais difícil de caracterizar devido às diferenças entre os historiadores. As substituições administrativas trazem novas idéias e novos colaboradores, como François Furet, Philippe Ariès, Paul Veyne, Michel de Certeau, Marc Ferro. Pela primeira vez, é aceita a colaboração feminina, como Michelle Perrot, que organiza, com Duby, uma *História da Mulher*.

Nessa terceira fase, tem muito destaque a história quantitativa, a do quotidiano e a das mentalidades. Palavras, gestos, símbolos, costumes, sentimentos, sexualidade, uso do tempo, fazem parte do amplo leque de interesses demonstrados pelos historiadores. Em uma nova abordagem quantitativa, o estudo de séries de documentos, na longa duração, auxilia a compreender, por exemplo, as atitudes em relação à morte. Uma mudança em direção à antropologia cultural ou simbólica trouxe trabalhos interessantes sobre linguagem, escrita, ensino, lendas e mitos.

Nos últimos anos, em obras de grande porte, como a *História da França* organizada por Duby, ou em estudos menores, como o de Le Goff sobre Luís IX, temos a volta da história política, da história biográfica, da narração, em parte talvez devido ao fato de que, com a fragmentação dos objetos de estudo, a memória dos acontecimentos do passado esteja se perdendo. Le Goff (1990) apresenta três possíveis desdobramentos para o futuro: a) a promoção de uma nova erudição, com o estabelecimento de um novo conceito de documento, da noção do tempo e do aperfeiçoamento dos métodos de comparação; b) o progresso na direção de uma história total; c) a preocupação com as idéias e teorias. Quando LE GOFF (1986) diz que "um documento nunca é inocente" (p.86), devemos entender a necessidade de analisar as condições de produção do documento e de entendê-lo na visão da época em que foi produzido, ao invés do focalizá-lo sob a ótica do presente.

A historiografia contra a qual se insurgiu a Escola dos Anais seguia o paradigma da Ciência Moderna. Ao fazer história do quotidiano, antropologia histórica ou micro-história, os responsáveis pela *Nova História* abordam alguns temas do pós-modernismo, focalizando o imaginário, o irracional, aquilo que não é dito e que foi subestimado pelo paradigma da modernidade. Porém, mesmo substituindo a história dos eventos pelo estudo das estruturas, das conjunturas e de suas tran sformações, o movimento não foge, pelo menos nas duas primeiras fases, do paradigma racionalista, pois a idéia de progresso não foi descartada.

Parece que os exageros de certos pensadores, responsáveis pelo que é chamado de "história em migalhas", está provocando uma crise dentro da historiografia, que já pede uma volta ao político e ao fatual, porém re-vestidos, sob uma perspectiva de história total, procurando recuperar sua ligação com a modernidade.

Talvez devamos ficar, ao fim das contas, com a curiosa frase do velho *patron* Braudel: "a história avança como as procissões espanholas: cada vez que se dá dois passos para frente, dá-se um ou dois para trás.

Cada progresso completado coloca novos problemas." (BRAUDEL,1984,p.24).

2. SUGESTÕES PARA NOVOS ESTUDOS EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A História da Matemática tem sido contemplada, nos últimos tempos, com um interesse muito grande, especialmente por parte dos educadores matemáticos, preocupados em aprofundar o estudo dos problemas do processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina. Alguns livros de História da Matemática tradicionalmente utilizados em nossos cursos de Licenciatura fazem, em geral, uma história linear, na qual se destacam os principais matemáticos de cada época e seus trabalhos, em uma apresentação que se preocupa, apenas, em acumular fatos e datas, não mostrando as relações entre os conhecimentos matemáticos surgidos nas diversas épocas nem comparando os diferentes povos de uma mesma época em termos de conhecimento matemático.

Dispomos, no entanto, de obras um pouco diferentes, que deixam antever o advento de uma nova História da Matemática, como, por exemplo, a de Aaboe (1984). Ao tratar da origem do sistema de numeração babilônico, o autor apresenta uma visão muito interessante, pois se socorre de desenhos e fotos das tábuas de argila, traduz os símbolos utilizados pelos babilônicos e propõe hipóteses sobre o conteúdo dos textos gravados. Em vez de simplesmente afirmar que o texto apresenta, por exemplo, uma tabela de multiplicação, ele refaz o trabalho detetivesco dos matemáticos que auxiliaram nas pesquisas arqueológicas e, articulando todos os conhecimentos atuais sobre sistemas posicionais de numeração, mostra que a tábua em questão contem, efetivamente, uma tabela de multiplicação. Obviamente, essa abordagem é muito mais atrativa, especialmente com vistas ao ensino de Matemática.

Outro autor que também aborda a evolução dos conceitos matemáticos de uma forma original é Wilder, que apresenta o papel da Matemática e seu desenvolvimento no interior de uma dada cultura e suas variações de uma cultura para outra. Segundo ele,

> "o matemático que ignora as forças evolucionárias que modelaram o seu pensamento perde desse modo uma perspectiva valiosa. Saber a história não é suficiente; datas, material biográfico e tudo o mais são importantes, mas formam apenas parte da coleção de 'artefatos' para um estudo desta natureza."(WILDER, 1975, p.xiii).

Mais recentemente, vemos o surgimento da etnomatemática, abordagem que se situa em uma área de transição entre a antropologia cultural e a Matemática. D'AMBRÓSIO (1990) diz que:

> "etnomatemática é uma programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nos e entre os três processos." (p.7)

Os trabalhos citados fazem, assim, uma aproximação com a arqueologia, a antropologia, a etnologia, bem ao gosto da *Nova História*. Porém, a existência de pontos em comum não faz com que sejam, automaticamente, classificados como pertencentes ao movimento.

Aaboe, por exemplo, tendo escolhido quatro episódios da História da Matemática, apesar de inicialmente socorrer-se da arqueologia para o estudo da Matemática babilônica, volta à "história dos grandes homens" nos capítulos seguintes (Euclides, Arquimedes, Ptolomeu). Mesmo que o faça de uma forma muito atraente (do ponto de vista do ensino de Matemática), pois reconstrói, em linguagem moderna, os problemas trabalhados por esses grandes matemáticos, não está fazendo ainda uma história total, não examina esses problemas no decorrer do desenvolvimento da Matemática ocidental, não compara as soluções encontradas pelos matemáticos hindús, árabes ou chineses.

Se tomarmos as sugestões de Le Goff para desdobramentos da Nova História, poderemos aproveitá-las para sugerir possibilidades de novos estudos em História da Matemática. Le Goff cita o aperfeiçoamento dos métodos de comparação; acreditamos que os alunos de Lincenciatura, futuros professores de Matemática, têm necessidade de entender cada conceito de forma global, não só os aspectos técnicos mas a sua origem, desenvolvimento e aplicabilidade. E essa apreensão do todo não se faz apenas com uma visão (a ocidental, por exemplo) do que foi criado no passado, mas com a possibilidade de comparar as abordagens do conceito em todas as épocas e culturas. Nesse sentido é que vemos a possibilidade de uma nova História da Matemática, que escolha um objeto específico (a noção de número real, por exemplo) e a estude na longa duração, fazendo todas as comparações permitidas pelas fontes disponíveis.

Outra sugestão de Le Goff refere-se à preocupação com as idéias e teorias. Os livros de História da Matemática e os textos matemáticos em geral trazem imbuída uma certa concepção dessa ciência. Na maioria das vezes, a visão platônica é a predominante, aceitando a Matemática como o domínio das verdades absolutas. Em alguns casos, os autores são logicistas -acreditam que a Matemática pode ser reduzida à Lógica - ou formalistas - pensam na Matemática como um conjunto de regras, um jogo. Em outras poucas vezes, os matemáticos são intuicionistas, creem que só existe aquilo que se pode construir. Inspirados em Lakatos, alguns matemáticos pensam, ainda, que a Matemática é falível e corrigível, como qualquer conhecimento humano, e que só se desenvolve por críticas e correções. Todas essas concepções filosóficas, no entanto, não são explicitadas nos livros-texto.

Um historiador da Matemática que siga Hilbert, por exemplo, terá uma concepção do desenvolvimento dessa ciência bem diversa daquela apresentada pór um seguidor de Lakatos. O primeiro terá a preocupação de apresentar a história de um ramo da Matemática como um jogo de xadrez, em que cada descoberta vai somando pontos até o xeque-mate final, que seria a apresentação "asséptica", formal, polida, daquele corpo de axiomas e teoremas. Um seguidor de Lakatos partiria de uma conjetura e a desmontaria, indo às origens dos conhecimentos e voltando ao estágio atual, para mostrar os erros cometidos e as correções feitas, o ir-e-vir da construção do conhecimento.

Uma terceira sugestão de Le Goff para a *Nova História* é o estabelecimento de um novo conceito de documento. Suas considerações sobre o tema permitem vislumbrar caminhos muito amplos para a História da Matemática.

Os textos escritos pelos matemáticos, desde o papiro de Rhind até os artigos e livros publicados atualmente, têm sido a base do ensinamento da Matemática. Entre tais documentos, destaca-se a correspondência mantida entre os grandes matemáticos, através da qual se pode ver o desenvolvimento de uma determinada área. Parece-nos, no entanto, que os textos são aceitos como verdadeiros, sem que se faça um estudo da razão pela qual foram escritos, por quem foram encomendados, a que propósito se destinavam, etc.

Como exemplo, tomaremos as *Lettres d'Euler à une princesse d'Allemagne*. Em 1760, aproximadamente, Euler trabalhava para Frederiço II, rei da Prússia, e escreveu uma coletânea de cartas à jovem princesa D'Anhaltdessau, prima do soberano, com o objetivo de "iniciar nas altas concepções de assuntos tão diversos quanto teologia, lógica e filosofia, física, navegação, astronomia, magnetismo, ótica e tecnologia uma jovem de pouco mais de quinze anos de idade". (LA PENHA, 1984,p.1).

O sucesso dessas cartas foi muito grande, a ponto de, em 1849, já haver mais de quarenta edições. A correspondência entre os matemáticos dos séculos XVIII e XIX trazem as dúvidas, críticas e comentários feitos sobre as cartas de Euler. Podemos perguntar, então, se de fato os documentos foram escritos com o objetivo declarado. La Penha acredita que elas tenham sido dirigidas efetivamente àqueles que tinham condições de entendê-las, pois superam a instrução que teria uma adolescente daquela época. Como diz LE GOFF, é preciso analisar "as condições nas quais tal documento foi produzido e não só de que ambiente sai ou de que literalmente nos fala."(1986, p.86).

Se Euler usou esse caminho oblíquo para dirigir-se à comunidade científica da época, podemos supor que havia "feudos" de saber, que alguns cientistas ditavam as regras sobre o tipo de conhecimento que podia ser divulgado. E como esses problemas afetaram a produção do conhecimento? O que deixou de ser publicado e que poderia ter modificado os desenvolvimentos posteriores da Matemática? Todas essas são questões que interessam ao educador matemático, pois aquilo que não foi registrado em textos mas que talvez fosse conhecimento compartilhado por alguns pesquisadores, pode ser o elo que falta na compreensão dos saltos de uma etapa à outra em um conteúdo que o aluno tem dificuldade em entender.

Outro exemplo interessante de registro matemático são as anotações feitas por Fermat à margem de um livro. Estudando uma versão da *Aritmética* de Diofanto, Fermat escreveu sua célebre conjetura: se n é um inteiro maior que 2, não há valores inteiros positivos x, y, z tais que $x^n + y^n = z^n$. Após escrevê-la, Fermat acrescentou que havia encontrado a demonstração dessa proposição, mas que a margem do livro era pequena demais para contê-la.

Mas será verdade que Fermat havia feito a demonstração? Vem-nos à mente a frase de LE GOFF: "na maior parte dos casos quando se produz alguma coisa -quer se trate de uma palavra, de um objeto ou de um documento -isso se faz para mentir." (1986, p.87). Acreditamos que, se houvesse um estudo aprofundado das mentalidades dos cientistas daquele período, poderíamos entender melhor os textos de Fermat inseridos em tal contexto. O estudo proposto não é mero diletantismo, pois a compreensão dos erros cometidos pelos matemáticos no desenvolvimento de uma área tão importante quanto a teoria das equações pode ser muito proveitosa para entender as dificuldades evidenciadas pelos estudantes de Matemática.

Outra possibilidade de abordagem em uma nova História da Matemática é a pesquisa sobre seu ensino. Em compêndios de História da Educação, raramente são levantados aspectos referentes ao ensino da Matemática. Entre todas as possibilidades que se abrem nesse campo, poderíamos citar, como exemplo, o levantamento dos livros utilizados no ensino de Matemática no Brasil, desde os primeiros tempos em que houve ensino institucionalizado no País: quais os conteúdos apresentados, quem escrevia os livros, qual a filosofia da Matemática por trás de cada obra, quais as teorias de ensino que embasavam os trabalhos, quem podia ter livros e quem não podia, quais os interesses ocultos quando os livros eram indicados pelo poder público. Todas essas são questões pertinentes e extremamente atuais, visto que as aulas de Matemática são, muitas vezes, uma repetição do conteúdo apresentado no livro-texto adotado.

Tentativas de fazer uma História da Matemática que se socorra de outras ciências, história comparada, história quantitativa, preocupação com teorias, aprofundamento do conceito de documento matemático, são possibilidades que se abrem para os historiadores e matemáticos, em direção a uma nova História da Matemática. Acreditamos que, se algumas dessas tentativas tiverem êxito, a Educação Matemática sairá ganhando, pois poderemos ter subsídios para explicar vários problemas crônicos do processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina.

BIBLIOGRAFIA

AABOE, A . *Episódios da história antiga da matemática.* Rio de Janeiro:SBM,1984.

BRAUDEL, Fernand. Une vie pour l'histoire. *Magazine Littèraire,* n.212, p.18-24,nov.1984.

BURKE, Peter. *A revolução francesa da historiografia:* a escola dos Annales (1929-1989). São Paulo: Ed. Da UNESP, 1991.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Etnomatemática.* São Paulo: Ática, 1990

FONTANA,Josep. *Analisis del pasado y projecto social.* Barcelona: Grijalbo,1982

L. PENHA, G.M. Nas cartas a uma princesa da Alemanha, a lógica dedutiva como prólogo à filosofia de Euler. *Monografias da Sociedade Paranaense de Matemática.* n .1, p.1-29, 1984.

LE GOFF, Jacques. *Reflexões sobre a história. Lisboa:* Edições 70, 1986.

LE GOFF, Jacques. A história nova. In:____.(org.) *A história nova.* São Paulo: Martins Fontes, 1990.

PETERSEN, Silvia. *O cotidiano no campo da nova história.* Porto Alegre, [s.d.]. Texto datilografado.

WILDER, R.L. *Evolution of mathematical concepts.* New York: Halsted Press, 1975.

[1] Doutora em Educação e professora do Instituto de matemática da PUCRS

ILUSTRANDO GRÁFICAMENTE ALGUMAS CONSEQÜÊNCIAS DE MANIPULAÇÕES ALGÉBRICAS

Cristiane de Lima Santos e Gilda de La Rocque Palis[1]

Para resolver determinadas equações são utilizados, freqüentemente, métodos envolvendo manipulações algébricas que podem fornecer "raízes estranhas" à equação ou, em outras palavras, valores numéricos que não satisfazem a equação original. Mas como essas "falsas" raízes aparecem? De que maneira podemos visualizar o porquê de seu surgimento?

Vejamos um exemplo. Suponhamos que se queira determinar as soluções da equação seguinte:

$$X = \sqrt{x + 12} \qquad (1.1)$$

Para resolver (1.1) podemos elevar ambos os membros ao quadrado para obter a equação

$$X^2 = X + 12 \qquad (1.2)$$

Subtraindo $(x+12)$ de cada termo da equação acima obtemos

$$X^2 - X - 12 = 0 \qquad (1.3)$$

cujas soluções são $X=4$ e $X=-3$.[2]

Podemos verificar, através da substituição dos valores encontrados na equação

1.1), que X=4 é de fato raiz de (1.1), mas que X=-3 não o é. Esse fato também ›oderia ser constatado através da observação de que X não poderia mesmo ıssumir nenhum valor negativo, pois é a raiz quadrada de (X+12), logo um ıúmero positivo.[3]

’odemos determinar onde e compreender o porquê da introdução desta falsa aiz analisando as operações algébricas realizadas no exemplo acima, como 'aremos a seguir.

\s equações (1.2) e (1.3) são equivalentes, ou seja, um número real satisfaz à :quação (1.2) se, e somente se, também satisfaz à equação (1.3), o que pode ;er denotado por:

$$X^2 = X + 12 \iff X^2 - X - 12 = 0$$

á a equação (1.1) não é equivalente à equação (1.2), e portanto, também não é :quivalente a (1.3). Embora um número real satisfazendo (1.2) também satisfaça 1.1), a recíproca deste fato não é válida, haja visto X= - 3 que é solução de 1.2) mas não é solução de (1.1). Ou seja:

$$X = \sqrt{x+12} \Longrightarrow X^2 = X + 12 \quad \text{mas} \quad X^2 = X + 12 \not\Longrightarrow X = \sqrt{x+12}$$

) que temos, na verdade, é

$$X^2 = X + 12 \iff X = \sqrt{x+12} \quad \text{ou} \quad X = -\sqrt{x+12}$$

: na passagem de (1.1) para (1.2) começamos a trabalhar com duas equações ;imultaneamente:

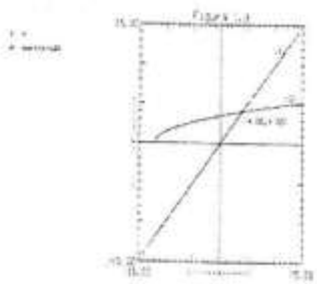
$$X = \sqrt{x+12} \quad (1.1) \quad \text{e} \quad X = -\sqrt{x+12} \quad (1.4)$$

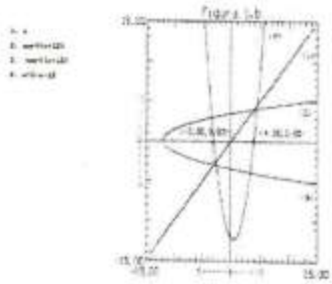
o que nos leva a encontrar as soluções dessas duas equações. No exemplo acima X=4 é raiz de (1.1) e X= - 3 é raiz de (1.4).[4]

Uma análise alternativa do processo de resolução pode ser feita através dos gráficos das funções cujas expressões são dadas pelos membros das equações envolvidas no processo.

> **Este procedimento pode tornar claro o significado de ações realizadas no contexto algébrico, expondo suas conseqüências no contexto gráfico.**

Assim, temos que as raízes de (1.1) são os valores de x para os quais as funções $f_1(x) = x$ e $f_2(x) = \sqrt{x+12}$, assumem os mesmos valores, o que corresponde, graficamente, às coordenadas x dos pontos de interseção dos gráficos de f_1 e f_2. Na Figura 1.a estão os gráficos de f_1 e f_2, cuja única interseção ocorre no ponto (4,4). Analisando os gráficos de f_1 e f_2 conjuntamente com os gráficos de $f_3(x) = -\sqrt{x+12}$ e $f_4(x) = x^2 - x - 12$ (Figura 1.b), vemos que as coordenadas x das interseções de f_1 com f_2 e de f_1 com f_3 são os zeros de f_4[5]





Consideremos agora a resolução da equação:

$$\sqrt{2x-3} = X - 3 \qquad (2.1)$$

Seguindo as mesmas etapas do exemplo anterior encontramos:

$$(\sqrt{2x-3})^2 = (X-3)^2 \qquad (2.2)$$

$$2X - 3 = X^2 - 6X + 9 \qquad (2.3)$$

$$X^2 - 8X + 12 = 0 \qquad (2.4)$$

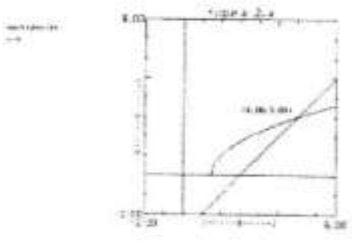
$$X = 6 \quad \text{ou} \quad X = 2$$

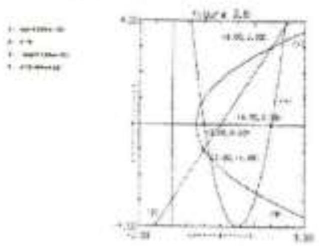
As equações (2.2), (2.3) e (2.4) são equivalentes, mas a equação (2.1) não é equivalente à equação (2.2) pois, o que temos realmente é:

$$(\sqrt{2x-3})^2 = (X-3)^2 \iff (\sqrt{2x-3} = X - 3 \;\text{ e }\; -\sqrt{2x-3} = X - 3)$$

Quando passamos de (2.1) para (2.2) começamos a trabalhar simultaneamente com as equações ($\sqrt{2x-3} = X - 3$) e ($-\sqrt{2x-3} = X - 3$), ou seja, uma situação similar à do primeiro exemplo. Nesse caso, $X = 6$ é raiz de ($\sqrt{2x-3} = X - 3$) e $X = 2$ é raiz de ($-\sqrt{2x-3} = X - 3$).

Graficamente temos a interseção entre $f_1(x) = \sqrt{2x-3}$ e $f_2(x) = x - 3$ ocorrendo no ponto (6,3), visível na Figura 2.a. Já na Figura 2.b podemos analisar conjuntamente as funções $f_1(x) = \sqrt{2x-3}$, $f_2(x) = x - 3$, $f_3(x) = -\sqrt{2x-3}$ e $f_4(x) = x^2 - 8x + 12$, sendo que os zeros de f_4 coincidem com os valores de x para os quais f_1 intersecta f_2 e f_3 intersecta f_2 .





"Raizes estranhas " não ocorrem somente ao resolvermos equações com radicais. Vejamos um exemplo no contexto de resolução de equações logarítmicas.

Consideremos a equação:

$$\log_{10} X + \log_{10}(X - 1) = 1 \qquad (3.1)$$

Utilizando as propriedades da função logarítmica temos

$$\log_{10}(X\ (X - 1)\ ) = 1 \qquad (3.2)$$

Como $1 = \log_{10} 10$, podemos re-escrever (3.2) da seguinte forma:

$$\log_{10}(X\ (X - 1)\ ) = \log_{10} 10 \qquad (3.3)$$

A função logarítmica é injetora , o que permite deduzir que

$$\log_{10}(X) = \log_{10}(Y) \iff X = Y$$

Sendo assim, a partir de (3.3), temos:

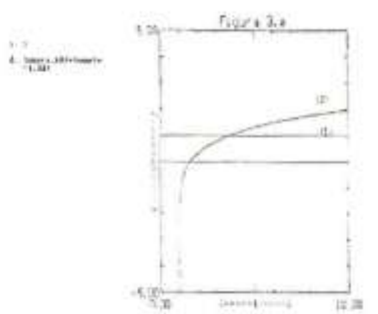
$$X\,(X - 1) = 10, \text{ ou seja, } X^2 - X - 10 = 0$$

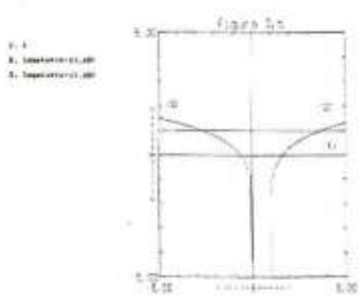
cujas soluções são:

$$X_1 = \frac{1 + \sqrt{41}}{2} \quad \text{e} \quad X_2 = \frac{1 - \sqrt{41}}{2}$$

Podemos verificar que apenas X_1 é raiz de (3.1), pois X_2 não satisfaz essa equação. Esta segunda raiz é proveniente da passagem de (3.1) para (3.2). Analisando o problema no contexto de funções veremos que aí modificamos as funções em estudo.

Resolver (3.1) significa procurar valores de x para os quais a função $f_1(x) = \log_{10}(x) + \log_{10}(x-1)$ assume o valor 1. E resolver (3.2) significa achar os valores de x para os quais o valor da função $f_2\,(x) = \log_{10}\,(x\,(x-1))$ é 1. Observe que f_1 está definida para todo $x > 1$, x real, enquanto que f_2 está definida para $x < 0$ ou $x > 1$, x real, ou seja f_1 e f_2 são funções diferentes. Nas Figuras 3.a e 3.b podemos ver os pontos de interseção correspondentes às soluções de (3.1) e de (3.2), respectivamente.





Vejamos um outro exemplo. Suponhamos que se queira resolver a equação:

$$\log_{10} X + \log_{10}(1 - X) = -1 \qquad (4.1)$$

Pelas propriedades da função logarítmica :

$$\log_{10}(X\ (1 - X)) = -1 \qquad (4.2)$$

como $(-1) = \log_{10}(1/10)$ podemos re-escrever (4.2) como:

$$\log_{10}(X(1 - X)) = \log_{10} \frac{1}{10} \qquad (4.3)$$

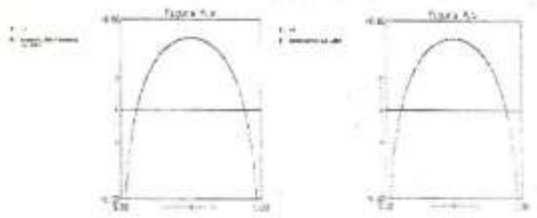
Pela injetividade da função logarítmica, temos:

$$X(1 - X) = \frac{1}{10}\ , \text{ ou seja, } \ X^2 - X + \frac{1}{10} = 0$$

cujas soluções são:

$$X_1 = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{\frac{3}{5}}) \quad \text{e} \quad X_2 = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{\frac{3}{5}})$$

Neste caso, tanto X_1 como X_2 são raízes de (4.1), pois as expressões (4.1) e (4.2) são fórmulas algébricas "distintas" de uma mesma função, ou seja, a passagem de (4.1) para (4.2) não alterou a função estudada. (vide Figuras 4.a e 4.b)



A utilização de gráficos de funções, nas análises feitas acima, permite uma interação entre o método algébrico de resolução de uma equação e a sua visualização geométrica, facilitando a compreensão do método e das noções envolvidas. O emprego de distintas abordagens de um mesmo problema, cuidadosamente apresentadas, incrementa a redundância, podendo facilitar a aquisição dos conceitos envolvidos.

Gráficos de funções da forma $f(x) = \sqrt{x+a}$ ou $f(x) = \log_{10}(x+a)$, por exemplo, podem ser obtidos com lápis e papel por procedimentos ilustrados em Gravina(1990). No entanto, a construção de gráficos de funções nem sempre pode ser realizada com facilidade. E uma alternativa interessante é o uso de calculadoras gráficas e/ou programas gráficos computacionais que permitam a rápida obtenção de gráficos de funções, facilitando a abordagem geométrica de questões algébricas como exemplificado nas questões expostas acima.

Referências Bibliográficas:

-Gravina, Maria Alice. "O Quanto Precisamos de Tabelas na Construção de Gráficos de Funções?". Revista do Professor de Matemática 17, SBM, 1990

- Palis, Gilda de La Rocque. "Tecnologia, gráficos e equações". Revista do Professor de Matemática 26, SBM, 1994.

- Possani, Claudio. "Uma equação interessante". Revista do professor de Matemática 19, SBM, 1991.

- Roberti, Joseph V. "Reader Reflections: Radical Solutions" , Mathematics Teacher 77, março de 1984.

[1] Gilda de La Rocque Palis é professora do Departamento de Matemática da PUC-RIO e Cristiane de Lima Santos é aluna de Mestrado do Departamento de Matemática da PUC-RIO.

[2] Uma forma alternativa de resolução de equações com radicais pode ser encontrada em Roberti(1984).

[3] Por definição $\sqrt{y}$, quando y é um número real não negativo, é um número real não negativo x tal que $x^2=y$

.[4] Em Possani(1991) são analisados *algebricamente* alguns exemplos de resolução de equações, explicitando a ligação entre o surgimento de falsas raízes e o procedimento de resolução adotado em cada exemplo.

[5] Os gráficos deste artigo foram construídos com o programa MPP (Mathematics Plotting Program) citado em Palis (1994).

REVISITANDO A RAIZ QUADRADA

Vera Lúcia Fazoli da Cunha Freitas Viana[1]

Vários métodos estão disponíveis para calcular a raiz quadrada de um número positivo, desde pressionar uma tecla da calculadora até o uso do algoritmo tradicional que vem sendo ensinado, embora sua razão seja desconhecida pelos professores e pareça magia para os estudantes de 6ª e 7ª séries do primeiro grau. Menos empregados são os processos iterativos, muito eficientes, conhecidos pelos Babilônios há milhares de anos - também encontrados em Heron e reestruturados por Newton - bem como o método instrutivo que usa frações contínuas. Os professores tendem a pensar - embora questionavelmente - que estes métodos estão além do nível dos alunos do 1° grau.

A atividade proposta a seguir foi aplicada a alunos da 6ª série do 1° grau como parte da pesquisa para minha dissertação de mestrado. Como veremos, através de um quebra-cabeças foi possível trabalhar as médias geométrica e aritmética, um conteúdo que dificilmente é abordado neste nível.

Se a e b são números naturais tais que a ^{1} b, temos, por exemplo:

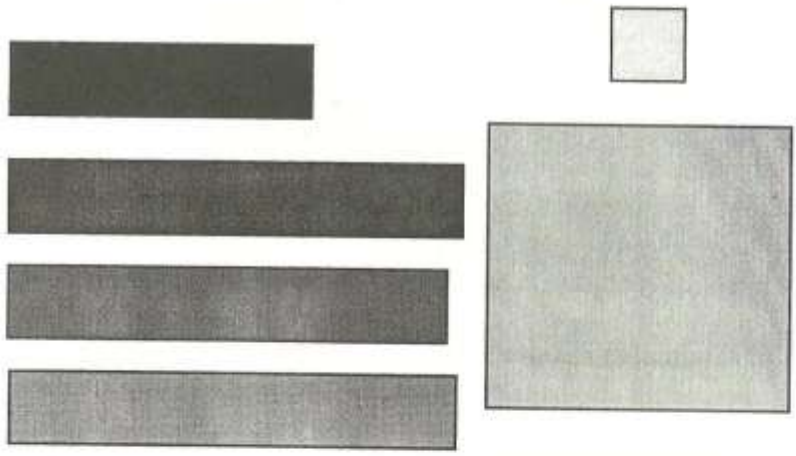
Média geométrica	Média aritmética
$\sqrt{a \times b}$	$\dfrac{a+b}{2}$
$\sqrt{1 \times 9} = \sqrt{9} = 3$	$\dfrac{1+9}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$
$\sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4$	$\dfrac{8+2}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$

$$\sqrt{50\times 2}=\sqrt{100}=10 \qquad\qquad \frac{50+2}{2}=\frac{52}{2}=26$$

Os números da coluna da esquerda são menores do que os números da coluna da direita. Será que isto ocorrerá sempre ?

Vamos mostrar que isto é sempre verdadeiro através do seguinte quebra-cabeças:

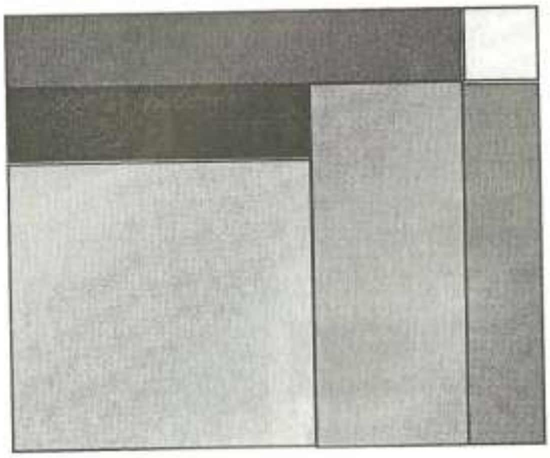
Foi pedido que montassem um quadrado utilizando todas as peças do quebra-cabeças.



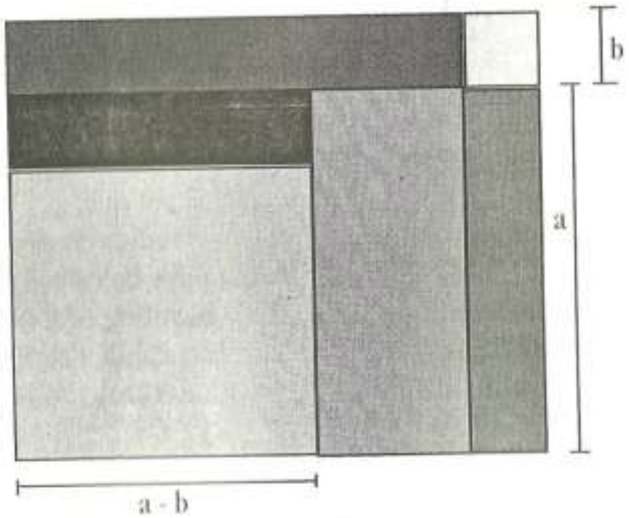
Sobrepondo as figuras os alunos concluíram que:

O lado do quadrado maior tem a mesma medida de um dos lados do retângulo menor; o retângulo maior tem um dos lados com a mesma medida do lado do quadrado menor e que , se eu sobrepuser o retângulo e o quadrado menores no retângulo maior eles se encaixam perfeitamente, isto é, a área do retângulo maior é igual à soma das áreas do retângulo e do quadrado menores.

A figura ficou assim:



Foram atribuídas as seguintes medidas:



Sendo assim:

O quadrado formado pelas seis figuras tem área $(a+b)^2$.

Como a figura é formada por um quadrado de área $(a-b)^2$ e quatro retângulos de área ab (pois, como vimos, a área do quadrado maior é igual à soma das áreas do retângulo e do quadrado menores), podemos escrever , desde que a   b , que:

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

Ora, se $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$ então $(a+b)^2 > (a-b)^2$ e $(a+b)^2 >$ 4ab.

$$4ab < (a+b)^2$$

$$ab < \frac{(a+b)^2}{4}$$

$$\sqrt{ab} < \sqrt{\frac{(a+b)^2}{4}}$$

$$\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$$

Vamos calcular a raiz quadrada de 120 usando esta desigualdade.

Podemos escrever 120 como um dos seguintes produtos :

120 = 1 . 120

120 = 2 . 60

120 = 3 . 40

120 = 6 . 20

120 = 10 . 12

$$\sqrt{120} = \sqrt{1 \times 120} < \frac{1+120}{2} = \frac{121}{2} = 60{,}5.$$

$$\sqrt{120} = \sqrt{3 \times 40} < \frac{3+40}{2} = \frac{43}{2} = 21{,}5.$$

$$\sqrt{120} = \sqrt{6 \times 20} < \frac{6+20}{2} = \frac{26}{2} = 13.$$

$$\sqrt{120} = \sqrt{10 \times 12} < \frac{10+12}{2} = \frac{22}{2} = 11.$$

Porém , como não temos mais fatores inteiros e como nada nos obriga a considerar só fatores inteiros , podemos ainda escrever :

$$\sqrt{120} = \sqrt{\frac{120}{11} \times 11} < \frac{\frac{120}{11} + 11}{2} = \frac{\frac{241}{11}}{2} = \frac{241}{22} \cong 10{,}95\cdot$$

Repetindo o processo , temos :

$$\sqrt{120} = \sqrt{\frac{120}{10{,}95} \times 10{,}95} < \frac{\frac{120}{10{,}95} + 10{,}95}{2} \cong 10{,}95\cdot$$

Como o resultado não variou , podemos concluir que :

$$\sqrt{120} \cong 10{,}95\cdot$$

Não precisaríamos fazer tantos cálculos se tivéssemos começado pelos fatores inteiros cuja diferença é a menor possível (no caso 10 e 12).

Agora vamos calcular a raiz quadrada de 51 , usando o mesmo processo:

$$\sqrt{51} = \sqrt{3 \times 17} < \frac{3+17}{2} = 10.$$

$$\sqrt{51} = \sqrt{\frac{51}{10} \times 10} < \frac{\frac{51}{10} + 10}{2} = 7{,}55 \cdot$$

$$\sqrt{51} = \sqrt{\frac{51}{7{,}55} \times 7{,}55} < \frac{\frac{51}{7{,}55} + 7{,}55}{2} \cong 7{,}15 \cdot$$

$$\sqrt{51} = \sqrt{\frac{51}{7{,}15} \times 7{,}15} < \frac{\frac{51}{7{,}15} + 7{,}15}{2} \cong 7{,}14 \cdot$$

$$\sqrt{51} = \sqrt{\frac{51}{7{,}14} \times 7{,}14} < \frac{\frac{51}{7{,}14} + 7{,}14}{2} \cong 7{,}14 \cdot$$

Sendo assim $\sqrt{51} \cong 7{,}14 \cdot$

Para os alunos da 6ª série do 1° grau esta foi uma atividade prazerosa que mais parecia um jogo. Além disso, havia a novidade no uso da calculadora(sem utilizar a tecla da raiz quadrada) e nos trabalhos de grupo.

Os alunos conseguem realizar muito mais do que eles próprios se julgam capazes e muito mais do que nós imaginamos. Dar a cada aluno a chance de sentir prazer em aprender matemática está a grande diferença entre uma aprendizagem mecanizada e pragmatista e uma aprendizagem humanista, exploratória e construtivista.

Bibliografia

Carneiro, José Paulo Q., Cálculo numérico da raiz quadrada. Revista do Professor de Matemática. São Paulo, nº 27, 2º semestre de 1990

_______, Um processo finito para e raiz quadrada. Revista do Professor de Matemática,São Paulo , nº 34, 2º quadrimestre de 1997

Barone Jr. , Mário, O algoritmo da raiz quadrada. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, nº 2, 1º semestre de 1983

Tunala, Nelson , Calculo aproximado da raiz quadrada. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, nº 21, 2º quadrimestre de 1992.

[1] Vera Lucia Fazoli da Cunha Freitas Viana é Mestre em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula e professora de Matemática do 1º, 2º e 3º graus da cidade de Campos dos Goytacazes no estado do Rio de Janeiro.

SEMELHANÇA NA 7ª SÉRIE: ALGUMAS DIFICULDADES

Marcelo Almeida Bairral[1]

1. Introdução

Pretende-se aqui apresentar uma pesquisa realizada durante dois anos numa escola particular de Niterói-RJ, cujo objetivo foi identificar dificuldades apresentadas por alunos de 7ª série (28 alunos com idade entre 12-13 anos), no processo de construção do conceito de semelhança e, a partir desta análise, propor uma intervenção no processo ensino-aprendizagem de matemática.

A importância de se estudar o conceito de semelhança justifica-se pelo fato deste estar relacionado ao cotidiano do aluno através da ampliação e redução de fotos, na construção de maquetes e plantas baixas, em alguns modelos para o conceito de números racionais, etc. As idéias de semelhança estão incluídas em várias partes do currículo escolar e este tópico não pode mais ser trabalhado apenas na 8ª série, nem ficar reduzido apenas ao estudo de triângulos. Tal ensino deve explorar e aprofundar os saberes matemáticos envolvidos (por exemplo, o de proporcionalidade), estabelecer relações com outros saberes e também levar em consideração o desenvolvimento da linguagem do aluno.

Serão apresentadas neste artigo, algumas atividades com as respostas dos alunos/grupos, seguidas da análise das mesmas. Finalizando, destaca-se que a dificuldade dos alunos estava relacionada ao trabalho com as estruturas multiplicativas e, para o professor ressalta-se a importância de refletir constantemente sobre sua prática pedagógica num processo contínuo de ação-reflexão-ação, estabelecendo efetivamente uma relação dialética com o(s) seu(s) alunos(s).

2. O Método

A metodologia escolhida foi a qualitativa e o pesquisador foi o próprio professor da turma. Os alunos trabalharam individualmente, em pequenos grupos e as discussões eram feitas com a turma toda em vários momentos.

Para a análise dos dados obtidos, embasou-se nos recentes resultados de pesquisas em geometria que se referem especificamete ao processo ensino-aprendizagem de semelhança e na perspectiva construtivista de Vygotsky, ao reconhecer a importância da interação entre os sujeitos no processo de construção do conhecimento e, Vergnaud no seu enfoque sobre o trabalho com as estruturas multiplicativas.

Os materiais utilizados foram o TANGRAM, o geoplano, a calculadora e o pantógrafo, uma vez que cada um deles pôde abordar aspectos relevantes da semelhança de figuras. Cada atividade foi organizada e classificada de acordo com o modelo de Schwartz (1989).

Tal classificação engloba: ***objetivos cognitivos*** (abrangem os conceitos envolvidos no desenvolvimento da atividade), ***objetivos técnicos*** (se preocupam com a utilização operacional desses conceitos), ***ferramentas*** (material utlizado como apoio para o melhor desenvolvimento das atividades propostas). O ***tipo***, resulta da classificação em função do fim a que se propõe: atividade de fixação, aprendizagem de conceitos, atividade aberta ou de avaliação. Procurou-se também especificar se a atividade contém questões trabalhando a medida de forma contínua ou discreta. O ***caráter*** nos diz se a atividade desenvolvida foi realizada em aula (individual ou grupo) ou em casa (individual ou grupo).

Os dados foram coletados através de: entrevistas (semi-estruturadas) gravadas com a professora de artes e com os alunos, atividades elaboradas pelo professor ou pelos próprios alunos (individualmente ou em seu grupo), questões seguidas de justificativas por escrito e do "diário de bordo". O "diário de bordo" era o lugar onde o pesquisador fazia as transcrições, observações, etc. De acordo com Powell (1995), para o pesquisador-professor o material escrito pelo aluno como justificação - explicitação do seu processo de pensamento - é fundamental para a retroalimentação. A partir destas informações, o pesquisador-professor pode, então, reelaborar as atividades e reorientar sua prática pedagógica.

Cada conjunto de atividades com o mesmo objetivo chamou-se ***Episódio***, que para facilitar a coleta e a análise dos dados, subdividiu-se em ***Protocolos***. Os Episódios foram: Plantas Baixas, Atividades Complementares: Estrutura Aditiva x Multiplicativa, Circuito de geometria, Figuras Semelhantes, Avaliação do Professor e Auto-avaliações dos Alunos. Para não estender muito o relato, omitiremos as perguntas e respostas feitas individualmente aos alunos na entrevista.

3. Apresentando e comentando algumas atividades

Diversas atividades foram propostas aonde os alunos puderam manipular, discutir, criar e verificar a semelhança de figuras planas, pois através de uma multiplicidade de situações um conceito é melhor aprendido, uma vez que cada uma delas permite a abordagem de aspectos relevantes do conceito.

3.1 plantas baixas

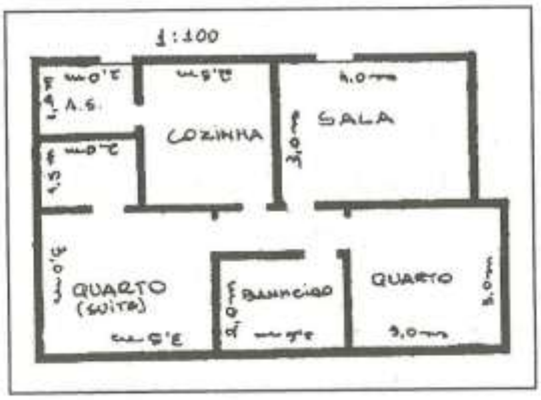


Figura 1

Esta primeira ficha de atividades foi relativa a planta baixa. A idéia foi do professor de matemática, que também era o pesquisador e autor da pesquisa, no sentido de desenvolver junto com a professora de artes um trabalho que explorasse concretamente o conceito de escala. As plantas baixas aparecem diariamente em revistas e jornais diversos, sua utilização também pode permitir a exploração e construção de vários conceitos matemáticos, dentre eles: figuras planas, áreas e perímetros, proporções, sistema métrico decimal e escala.

Na maioria dos livros de matemática do Brasil, o conceito de escala é conteúdo da 6ª série na unidade de razão e proporção, a escala também é um conceito muito utilizado nas aulas de geografia para construção e análise de mapas e, segundo os professores de geografia, os alunos apresentam muita dificuldade em compreender e aplicar tal conceito.

Sendo assim, preferiu-se utilizar a planta baixa como um dos recursos, uma vez que para desenhar uma planta baixa em escalas diferentes de 1:100, o aluno deve perceber que existe uma relação de proporcionalidade entre os segmentos homólogos e a não alteração (congruência) nos ângulos correspondentes; que são os atributos relevantes do conceito de semelhança de figuras planas.

Após o planejamento desta atividade, juntamente com a professora de artes, propôs-se aos alunos que desenhassem uma planta baixa de sua moradia ou de alguma moradia imaginária, utilizando uma escala de 1:100. Desta forma a interação das aulas de Artes e Matemática começava de fato a acontecer. A classificação da atividade foi a seguinte:

Objetivo cognitivo: noções de: escala, redução, unidade de medida de comprimento.

Objetivo técnico: representação gráfica de uma figura através de uma escala.

Ferramentas: material de desenho e calculadora.

Tipo: aprendizagem (construção) de conceitos e trabalhando a medida de forma contínua.

Caráter: sala de aula (individual) e casa (individual).

Tempo: 06 aulas

Primeiramente os alunos fizeram o esboço (rascunho) em papel comum e, logo após, o entregaram 'a professora de artes para fazer as devidas observações (ou correções); em seguida os alunos fizeram o desenho definitivo em papel vegetal.

Como era esperado, o desenho das plantas baixas na escala 1:100 não apresentou dificuldades, pois o que é *metro* no real se transforma em *centímetro* no desenho. O próximo passo agora era desenhar a planta em escalas diferentes (1:50, 1:75, 1:200). Aqui os alunos (7ª série, 1995) apresentaram dificuldades para entender a mudança de escala. Com isso, preferiu-se interromper o trabalho e buscou-se levantar, através de outras atividades, que dificuldades os alunos apresentavam nesse processo de mudança de escalas, conforme veremos a seguir.

3.2 atividade das malas

Esta atividade foi assim classificada.

Objetivo cognitivo: noções de: ampliação e redução, frações e escala.
Ferramentas: cópia da atividade elaborada.
Tipo: aprendizagem de conceitos, abordando a medida de forma contínua
Caráter: sala de aula (grupo).
Tempo: 03 aulas.

Questão: Ampliação e Redução.

Você já deve ter ouvido falar de ampliar e reduzir uma foto. O que acontece com uma figura quando a ampliamos? E quando a reduzimos? O que que muda e o que que fica o mesmo quando ampliamos uma figura?

Figura 2

Algumas respostas dos grupos:

- Quando ampliamos, os detalhes aparecem. Quando reduzimos, não são muito visíveis.

- O tamanho muda mas a forma continua a mesma.
- Quando a ampliamos ela fica maior que o seu tamanho original, e quando a reduzimos ela fica menor que o seu tamanho original. Mas ambas "guardam" suas características originais.
- Ela cresce. Diminui. A forma continua a mesma e o tamanho fica diferente.
- Ela aumenta. Ela diminui. Muda o tamanho, mas a figura é a mesma.
- Ampliamos ⇒ a foto aumenta; Reduzimos ⇒ a foto diminui. O tamanho muda e a forma continua a mesma.

Como pode ser confirmado nas respostas acima, percebeu-se, através desta questão, que de um modo geral os alunos possuiam - ainda que intuitivamente - o conceito de semelhança. Surge, neste contexto, uma das funções primordiais da escola: desenvolver os conceitos que a criança traz consigo, que foram construídos no decorrer de sua vida prática ou nas suas interações sociais. Nesta visão o professor, a partir dos conceitos intuitivos dos alunos, procura estendê-los e formalizá-los através de situações mais complexas. O uso da linguagem natural também é importante para explicitar os *teoremas em ação* (idéias implícitas por trás da solução de um problema) envolvidos no raciocínio do aluno e, também, como instrumento para descrever e analisar o conhecimento intuitivo do aluno.

A próxima pergunta agora era: No exemplo acima, não sabemos de quanto a mala foi reduzida, nem de quanto foi ampliada. Você poderia achar um modo de sabermos isso? Qual?

Algumas respostas dos grupos:

- Sim. A mala foi ampliada 1,6 a mais que a original e foi reduzida 0,5mm a menos que a original.
- Sim. Vendo a diferença de tamanho entre as duas malas com a original.
- Nós temos que multiplicar o que ela cresceu (ou diminuiu) na vertical pelo que ela cresceu (ou diminuiu) na horizontal.
- Sim, medindo-a e fazendo uma escala.

Estas respostas forneceram uma pista do tipo de estrutura de pensamento que estava sendo utilizada pelos alunos, e então levantou-se a hipótese de que eles estariam utilizando as estruturas aditivas (vide as duas respostas iniciais). Os alunos não pareciam pensar, por exemplo, em "quantas vezes" a mala pequena cabe na mala grande e vice-versa. Vergnaud (1983), salienta que as estruturas multiplicativas, embora tenham elementos comuns com as aditivas, diferem delas o suficiente para serem tratadas como um novo campo conceitual, pois, numa estrutura multiplicativa, está pressuposta uma relação de proporcionalidade entre os pares de números correspondentes. Apesar de suas relações com as estruturas aditivas, as estruturas multiplicativas têm peculiaridades e não são redutíveis `as estruturas aditivas.

Nessa questão se o aluno, para saber de quanto a mala foi ampliada (ou reduzida), pensou que é só considerar o seu tamanho original e somá-lo a um certo número ($Tf = Ti + \alpha$), diz-se que ele utilizou a ***estrutura aditiva*** , enquanto que se ele, ao considerar o tamanho inicial verificar que existe um número - coeficiente de semelhança - que expressa "a quantidade de vezes" que a figura foi ampliada ou reduzida ($Tf = \alpha Ti$), diz-se que ele utilizou a ***estrutura multiplicativa***.

Como esta atividade não foi suficiente confirmar esta primeira pista - de que os alunos estavam utilizando a estrutura aditiva - elaborou-se a questão seguinte visando o trabalho com as estruturas multiplicativas, que constou de três segmentos: um original, sua ampliação (em dobro) e redução (na metade), como abaixo.

3.3 Segmentos Proporcionais

A ______________________________ B

A ______________ **B (original)**

A ____ B

Figura 3

Nesta questão com segmentos proporcionais em "dobro" e "metade", as respostas dos alunos "mais dois centímetros, mais um centímetro" também funcionavam e sendo assim, continua-se a não poder concluir se os alunos utilizavam as estruturas aditivas ou as multiplicativas. Pela resposta dos grupos tudo indicava que eles pensavam utilizando as estruturas aditivas, mas ainda não se podia ter certeza.

Como o conceito de semelhança envolve uma relação proporcional, não fazia sentido trabalhar a sua construção (que os alunos possuíam intuitivamente) sem que os alunos fizessem uso das estruturas multiplicativas, sendo assim elaborou-se "atividades complementares" visando a desenvolver tais estruturas.

Segundo Vergnaud (1989), as atividades para estudar o desenvolvimento das estruturas multiplicativas nos alunos classificam-se em: **atividades de comparação** (que envolvem estimativas e não se preocupam com a quantificação das razões, apenas com comparações do tipo *"maior que"*, *"menor que"*, *"igual a"*) e **atividades de completar com números que estão faltando** (que envolvem proporções simples e proporções múltiplas). Atividades destes dois tipos foram elaboradas e constituíram o *Episódio 2* de nossa pesquisa. Eis alguns exemplos:

3.4 Ampliando e reduzindo em apenas uma dimensão

Esta atividade objetivou trabalhar mais um aspecto do conceito de escala, entretanto, ampliando e reduzindo um segmento (largura da sala de aula da própria turma), trabalhando assim em apenas uma dimensão.

De acordo com Schliemann(1995, p.160), o desenho em escala talvez constitua uma situação que favorece a compreensão de dois aspectos importantes do modelo matemático em questão: a idéia da existência de uma relação constante entre dois pares de números (ao invés de uma diferença constante, como no caso das estruturas aditivas) e a proporcionalidade entre a dimensão do que é representado e sua representação".

Foram distribuídas folhas de papel milimetrado para cada aluno e se pediu que representassem a largura da sala (5m, aproximadamente) nas seguintes escalas: 1:50, 1:100 e 1:200 (conforme a figura 4 abaixo), indicando todos os cálculos. Após o exercício individual colou-se as respostas de um mesmo grupo numa única folha e pedimos que cada grupo fizesse a(s) devida(s) correção(ões) e observasse as relações entre as diferentes representações.

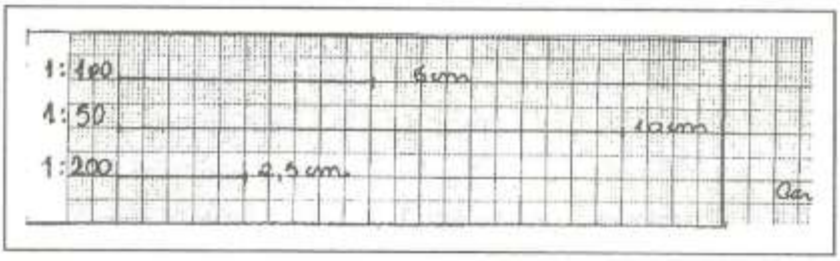


Figura 4

Classificamos esta atividade da seguinte maneira:

Objetivos cognitivos: noções de escalas e frações.
Objetivo técnico: representar um segmento em escalas diferentes.
Ferramentas: papel milimetrado.
Tipo: aprendizagem de conceitos, trabalhando a medida de forma contínua.
Caráter: casa (individual) e sala de aula(grupo).
Tempo: 02 aulas.

No primeiro instante os alunos não sabiam como fazer. Percebeu-se mais uma vez que o questionar era uma inovação na sala de aula e resolveu-se, portanto, sugerir alguns caminhos, tais como: *Os cálculos, as indicações e o traçado de cada segmento estão corretos ? Como você pode comparar o tamanho de cada segmento ? Que relação existe entre o tamanho do segmento e a escala utilizada para representá-lo ?*

A dificuldade que os alunos apresentaram também estava ligada 'a dificuldade em escrever suas observações, que revelou dados os quais sem ela seria impossível de coletar, já que é difícil para um professor entrevistar 27 alunos a cada aula. Como as questões foram grupadas por objetivos temáticos, foi possível encontrar padrões que remeteram a esta ou aquela estrutura de pensamento.

Algumas respostas:

> **Grupo 1:** "Observamos que quando a escala diminui o tamanho aumenta, quando a escala aumenta o tamanho diminui".

↓	1:50 =10 cm	1:50 = 10 cm	↑
↓	1:100 = 5 cm(x2)	1:100= cm(:2)	↑
↓	1:200 = 2,5 cm(x4)	1:200 = 2,5 cm(:4)	↑

Este grupo percebeu que, dependendo da escala utilizada o tamanho do desenho muda. A direção das setas para baixo e para cima, feitas por eles, indica a reversibilidade com que o grupo trabalhou com a operação de multiplicação e divisão. De acordo com sua justificativa pareceu que os alunos não "falaram", mas indicaram (nos cálculos) as relações "dobro", "quádruplo", "metade" e "quarta parte". Isso nos leva a crer que eles perceberam, mas ainda não formalizaram.

> **Grupo 5:** " O segmento que representa a escala 1:200 cabe 2 vezes dentro da de 1:100. O segmento da escala 1:200 cabe 4 vezes dentro da de 1:50".
>
> **Grupo 6:** "A escala 1:100 cabe duas vezes na escala 1:50. A escala 1:200 cabe 4 vezes na 1:50 e 2 vezes na escala 1:100".
>
> **Grupo 7:** "O segmento 1:50 é o dobro do segmento 1:100 que é o dobro do segmento da escala 1:200".

Estes três últimos grupos demonstraram fazer confusão entre a escala e o segmento que a representa, por exemplo, quando o grupo 5 diz que "cabe duas vezes dentro da de 1:100". Tal justificativa leva a pensar que, para o grupo, pode não estar claro que o segmento é uma representação da escala. Acredita-se que uma resposta do tipo "cabe duas vezes dentro do segmento que representa a escala de 1:100" estaria mais completa.

A discussão dessa atividade foi feita em vários momentos: primeiro com o professor analisando o desenho de cada aluno individualmente. Após a análise, o professor propôs aos alunos que colassem todos os desenhos em uma única folha e em seguida fizessem as devida(s) observação(ões) e correção(ões). Novamente o professor recolheu as respostas dos grupos, fez sua análise e devolveu-as, porém trocando os trabalhos entre os grupos, para que fizessem novamente suas intervenções, desta vez no trabalho dos seus colegas. Os alunos gostaram muito e se empenharam bastante na realização destes três momentos do trabalho propostos pelo professor.

A questão seguinte fez parte do *Protocolo* elaborado com base nos exercícios para o raciocínio de frações de Gimenez (1995). De acordo com a classificação proposta por Vergnaud (1989), este é um tipo de atividade de comparação, uma vez que o aluno ao realizá-la não necessita explicitar numericamente as razões, mas fazer comparações do tipo maior/ menor que a metade, etc.

3.5 Máquinas Deformadoras

A escolha desta atividade também se deu por vários motivos:

trazer questões diferentes (não tradicionais) para o trabalho escolar, apresentar uma situação de aprendizagem diferente para o trabalho com semelhança e permitir um trabalho relacionando ampliação e redução de segmentos com frações.

Sua classificação foi a seguinte:

Objetivos cognitivos: estrutura multiplicativa e frações.
Objetivo técnico: -
Ferramentas: máquinas deformadoras.
Tipo: aprendizagem de conceitos e atividade aberta
Caráter: sala de aula(grupo) e casa(individual e grupo).
Tempo: 04 aulas.

Primeiramente a ficha foi deixada como dever de casa individual. Na aula seguinte foi recolhida pelo professor e após a análise da mesma confirmou-se a hipótese de que os alunos se apoiavam mais nas estruturas aditivas; poucos utilizavam estruturas multiplicativas.

Após a análise, selecionou-se algumas das respostas para que os alunos discutissem sobre a resposta melhor e mais completa. Novamente o professor devolveu as fichas aos alunos que, agrupados para a discussão de sua resposta com a dos outros colegas foram repensando suas respostas e re-escrevendo-as, quando necessário, para a correção com a turma toda na aula seguinte.

Esta ficha além de fornecer pistas sobre a não utilização pelos alunos das estruturas multiplicativas, também permitiu explorar outros conceitos importantes como o de fração, comparação e equivalência de frações. Eis uma questão e algumas respostas individuais.

Questão: Estes exercícios são de máquinas deformadoras, algumas espicham algumas reduzem. As máquinas A e B reduzem o bastão de entrada. Qual das saídas dessas máquinas que reduz mais? Por quê?

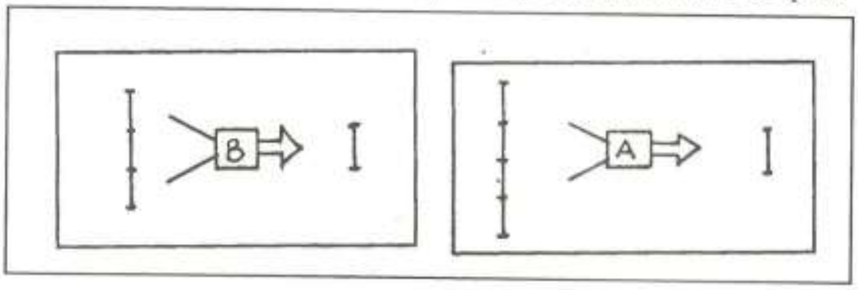


Figura 5

- "A. A primeira entrou com 4 saiu com 1 e a segunda entrou com 3 e saiu com 1, logo a primeira reduz mais".
- "A primeira reduz mais porque começou com um pedaço maior".
- "A. Porque o seu bastão possuia 4 pedaços e a outra três, se as duas foram reduzidas em um pedaço a A reduziu mais".

De um modo geral percebeu-se com as respostas acima que os alunos estão começando a estabelecer alguma relação entre as grandezas (por exemplo, quando dizem de 4 para 1 ou de 3 para 1). Porém, apesar de todos os alunos terem respondido que a máquina A reduzia mais, não se podia afirmar que eles tinham clareza do porquê da redução.

Por exemplo, a explicação da última resposta não dá certeza se o aluno pensou: $4 - 1 = 3$, $3 - 1 = 2$ (estrutura aditiva) ou $1/4 < 1/3$ (estrutura multiplicativa). Será que o aluno respondeu a máquina A porque $3 > 2$? Com isso percebeu-se que apesar da resposta correta, o problema não havia terminado.

Várias questões deste tipo foram propostas e discutidas nesta atividade, inclusive a elaboração e apresentação de novas questões pelos alunos. Mesmo com a riqueza das discussões entre alunos e professor, não era possível afirmar que os alunos já trabalhavam confortavelmente com as estruturas multiplicativas, pois segundo Vergnaud (1989) essas estruturas se desenvolvem no sujeito entre 7-18 anos de idade.

A atividade proposta a seguir é, segundo a classificação de Vergnaud(1989), uma atividade de completar com números que estão faltando e sua resolução envolve proporções simples e proporções múltiplas.

3.6 Completando Tabelas

Classificação da atividade:

Objetivos cognitivos: estrutura multiplicativa, operações com números, frações e as diferentes representações de um número.

Ferramentas: tabelas.

Tipo: aprendizagem de conceitos, trabalhando a medida de forma contínua.

Caráter: casa(individual).

Tempo: 02 aulas

As tabelas seguintes foram deixadas como tarefa de casa (individual) para os alunos completarem. Esta atividade constituiu-se como mais uma a desenvolver a utilização das estruturas multiplicativas e, como se verá mais adiante, a maioria dos alunos justificou suas respostas utilizando tais estruturas.

O *Protocolo* das máquinas deformadoras serviu também como início de um processo de concretização do pensamento do aluno; pois sabe-se que não é apenas com uma atividade que vamos admitir que ocorreu a construção daquele conceito. Sendo assim, o aluno vai se apropriando ora de uma idéia, ora de outra; até perceber o atributo relevante do conceito. Este processo não foi e não é linear, sequencial e finito. Eis a atividade:

Complete cada tabela abaixo e justifique sua resposta.

Tabela1

Entra	Sai
1	50
2	...
3	...
...	200
1,5	...
6	....
...	175

Tabela2

Entra	Sai
1	70
2	140
...	210
2,5	...
...	490

Tabela3

Entra	Sai
2	5
4	10
6	...
[illegible]	...
...	15
...	20

Algumas respostas individuais dos alunos:

Aluno 1:

Tab. 1: "Porque se de 1 sai 50; de 2 sai 100(o dobro); de 3, 150 sempre acrescentando ou tirando 50. A não ser 1,5 aí é 1= 50 + a metade de 50 que é 25, sai 75. 3,5 'e o mesmo tipo".

Tab. 2: "É o mesmo tipo de cálculo, só muda o valor do 1 que é 70; de 2 sai 140, o dobro; no 3 acrescenta 70".

Tab. 3: "É a mesma coisa. Se de 2 sai 5, de 1 tem que sair a metade, sai então 2,5; 4

é duas vezes maior que dois então é 10 e 6 é duas vezes maior que 4 então é 15".

<u>**Aluno 2:**</u>

Tab.1: " 1x50=50 portanto, 2x50=100, 3x50=150, 200 : 50=4 e assim por diante".

Tab.2: " 1x70=70 portanto, 2x70=140, 210 : 70=3, 2,5x70=210(?) e assim por diante".

Tab.3: " 2x2,5=5 portanto, 4x2,5=10, 6x2,5=15, 1x2,5=2,5, 15 : 2,5=6 e assim por diante".

<u>**Aluno 3:**</u>

Tab.1: "Cada 1 vale 50, assim multiplicamos ou dividimos conforme o desejado".

Tab.2: "cada 1 vale 70, assim multiplicamos ou reduzimos conforme o desejado.

Tab.3: "Cada 2 vale 5, assim multiplicamos ou reduzimos conforme o desejado".

2+2+2=5+5+5=15

5 : 2= 2,5

2+2+2+2=5+5+5+5=20".

É interessante perceber a diversidade de representações que os alunos utilizam. O aluno 3, por exemplo, percebeu que para achar o 6 era só desmembrar de 2 em 2 quantas vezes fosse necessário, pois cada 2 vale 5 (não se preocupou com o resultado de 2+2+2+2 ' 5+5+5+5). Aparentemente, os alunos expressaram-se utilizando a estrutura multiplicativa e o aluno 3 associou a multiplicação como uma soma de parcelas iguais.

Esta atividade de tabela, além de contribuir para o desenvolvimento da estrutura multiplicativa, também proporcionou oportunidades para trabalhar a representação de um número, o trabalho com os números racionais e as operações, pois, ao se trabalhar com as estruturas multiplicativas uma das dificuldades geralmente apresentada, está ligada 'a manipulação e 'a representação de números racionais (Lesh, 1992).

Ao terminar esta seqüência de atividades, obteve-se na maioria dos alunos uma resposta mais positiva, isto é, uma resposta mais próxima da que se queria que eles tivessem, mas que não necessariamente estaria correta, pois não se poderia esperar que, apenas com essas atividades, o aluno tivesse completamente desenvolvido as estruturas multiplicativas.

Dando prosseguimento à pesquisa elaborou-se várias atividades aonde os alunos puderam manipular, discutir, criar e verificar a semelhança de figuras planas. Para realizar estas atividades, utilizou-se o PANTÓGRAFO para fazer ampliação e redução de figuras por um ponto externo, o TANGRAM e o GEOPLANO para trabalhar com polígonos / diagonais / perímetros / áreas etc, PAPEL QUADRICULADO para fazer a ampliação e redução e figuras. A utilização desta variedade de atividades justifica-se, uma vez que acredita-se que conceito é melhor aprendido através de uma multiplicidade de situações que dão sentido à esse conceito.

Após a realização destas artividades, retornou-se ao trabalho com as plantas baixas, isto é, a sua construção nas escalas 1:50, 1:70 e 1:35. Nesse caminhar, chegou-se então ao trabalho específico com o conceito de semelhança. Eis um exemplo.

3.7 Afinal: Semelhante ou Parecido ?

A questão seguinte fez parte de um teste realizado individualmente em sala de aula durante duas aulas (1h40min). Após a aplicação, o professor recolheu-os e na aula seguinte fez uma entrevista com cada aluno para esclarecer algumas de suas respostas e depois fez a discussão e correção com a turma. Este teste de verificação constou de quatro questões de semelhança encontradas em livros didáticos de 8ª série. Com estas questões, esperava-se verificar se os alunos conseguiriam utilizar os conceitos trabalhados nos *Episódios* anteriores, isto é, transferí-los a este novo contexto.

Classificou-se este *Episódio* da seguinte maneira:

Objetivo Cognitivo: conceito de figuras semelhantes e razão de semelhança.

Objetivos Técnicos: verificar se os alunos aplicaram os conhecimentos obtidos nos episódios anteriores, identificar figuras semelhantes e utilizar a razão de semelhança

Ferramenta: teste (xerocado)

Tipo: avaliação

Caráter: sala de aula (individual)

Tempo: 04 aulas

A seguir, a questão e algumas respostas.

Questão: Estes retângulos são semelhantes? Justifique sua resposta.

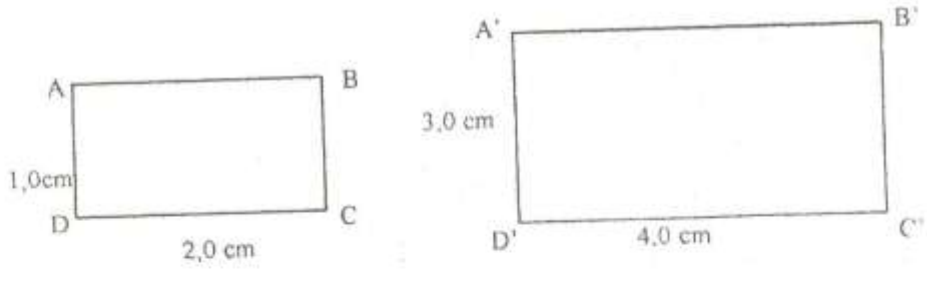


Figura 6

- "Não. Porque os ângulos são os mesmos, tem 90º e apenas os lados foram alterados. Um lado foi ampliado ou reduzido 3x e o outro foi ampliado ou reduzido 2x".
- "Eles não são semelhantes porque o lado AD "é de 1,0cm e o lado DC é de 2,0cm, então na segunda figura o lado AD aumentou 3 vezes, ou seja, ele foi para 3,0cm e o lado DC aumentou duas vezes, ou seja, foi para 4,0 cm então eles não aumentaram na mesma proporção".
- "Não, pois suas medidas não equivalem. Por exemplo: 1,0x3=3,0 ; 2,0 x 3=6,0 enquanto foi 4,0".
- "Sim. Porque os ângulos continuaram os mesmos só mudou o tamanho(2x) e os lados continuaram os mesmos só que ampliados".
- "Sim. Porque aumentou numa proporção de 1. As medidas dos retângulos passaram de 1,0cm para 3,0cm e de 2,0cm para 4,0cm. Isso significa que aumentou em 2x".
- "São, pois os lados aumentaram a mesma medida e na mesma proporção. Aumentou 2x, $1 \Rightarrow 3$ e $2 \Rightarrow 4$".

Como se vê, o trabalho com as estruturas multiplicativas deve ser continuado juntamente com a exploração do conceito de figuras semelhantes, pois, como pode ser observado, alguns alunos justificaram sua resposta apenas esboçando o conceito, enquanto outros perceberam a não proporcionalidade dos lados, mas justificaram utilizando um pensamento aditivo. Sendo assim, o professor não pode partir do princípio de que o seu aluno já domine o conceito; uma vez que ele pode apenas decorar e não conseguir aplicá-lo corretamente.

Torna-se, portanto, necessário mais atividades, maior variedade de situações sobre o mesmo tema e mais discussão com a turma toda sobre o conceito de semelhança. Sugere-se, então, que esse trabalho exploratório das noções de semelhança, seja feito desde as séries iniciais, de maneira que o aluno possa ir percebendo e, nas séries mais avançadas (8ª série, por exemplo), possa abstrair os atributos relevantes do conceito de semelhança. Com esta questão pode-se concluir que:

1. Ao trabalhar com retângulos, o professor deve estar atento ao fato de que os alunos não se preocupem em verificar a congruência dos ângulos, uma vez que todos os seus ângulos são congruentes, o que não lhe permitirá verificar se o aluno percebe a natureza conjuntiva da definição de semelhança e, também se o aluno já possui os atributos relevantes do conceito;
2. Os retângulos, apesar de aparentemente parecidos, podem não ser semelhantes. O professor deve a todo momento, explorar as diferenças entre a linguagem matemática e a linguagem corrente e reconhecer a importância desta última para o trabalho com os conceitos matemáticos. Na diversidade de respostas dos alunos nesta questão, surgiram expressões que enriquecerão o trabalho com semelhança e cujo significado o professor deverá trabalhar bastante, seja na linguagem corrente, seja na matemática, tais como: "*proporção, congruente, equivalentes, mudar de acordo, escalas, aumentar na mesma medida, aumentar na mesma proporção, proporcional, proporção diferente, estruturas parecidas e lados alterados, etc*".

4. Considerações finais

⇒ Quanto à semelhança de figuras

O ensino de semelhança de figuras vem sendo realizado sem aprofundar os aspectos nele envolvidos e sem relacioná-lo com os demais conteúdos, ou seja, as noções são apresentadas de forma comprimida com definições formais e alguns exemplos seguidos de exercícios, numa seqüência que não explora a riqueza e complexidade que esse conhecimento pode propiciar. Procuramos nesta investigação construir instrumentos que envolvessem alguns aspectos contidos na noção de semelhança, aprofundando-os e na medida do possível, buscando integrá-los a outras áreas.

Na medida em que as atividades eram aplicadas, os dados eram obtidos e o professor podia analisá-los e verificar como estava se processando a estruturação do pensamento do aluno e que tipo de dificuldades ele (ou o seu grupo) estava apresentando. Quando os alunos respondiam alguma questão e não se conseguia entender o desenvolvimento de seu raciocínio, fazia-se uma entrevista de maneira a compreender a elaboração de seu pensamento.

Acredita-se que um trabalho interdisciplinar, envolvendo as disciplinas de Artes, História, Geografia e Matemática é bastante possível e pode contribuir na construção de um saber menos compartimentalizado.

⇒ Quanto aos conteúdos pré-requisitos

O professor deve estar esclarecido da diferença entre a *"operação multiplicação"* e a *"estrutura multiplicativa"*. Isto porque é objetivo do ensino de matemática de 1ª `a 4ª série do 1° grau que o aluno domine as quatro operações, e por isso, o professor de matemática – que possui uma visão de currículo estruturado de forma lógica e sequencial – parte deste pressuposto e continua este trabalho nas séries subsequentes admitindo que os conteúdos ensinados anteriormente são pré-requisitos (cumpridos e alcançados). Porém, como o pesquisador foi o próprio professor da turma no ano anterior e acompanhou-a, pode ver que este tipo de pensamento nem sempre nos ajuda a ensinar. No caso do ensino de semelhança não basta ao professor apenas acreditar que o aluno já domina a operação multiplicação, considerada um pré-requisito para a aprendizagem desse conceito.

⇒ **Quanto à linguagem:**

As palavras possuem diferenças e semelhanças de significado na linguagem corrente e na linguagem matemática. Exemplificando, a palavra *semelhante* na linguagem corrente é sinônimo de *parecido* ou algo que tem a *mesma forma* mas matematicamente falando, para que duas figuras sejam semelhantes é necessário que tenham *exatamente a mesma forma*. Nessa visão, é importante também valorizar a linguagem oral e escrita do aluno.

Muitas são as palavras ou expressões que podem surgir para enriquecer o trabalho com semelhança através da exploração do seu significado, dentre elas: *mudar de acordo, proporção, proporcionalmente, mesma proporção, escala, correspondentes, congruentes, dobro, ampliar, reduzir, manter, razão, vezes maior, medidas não comuns, medidas multiplicadas, ângulos conservados e lados modificados*.

Devido à natureza conjuntiva da definição de semelhança torna-se necessário realizar um trabalho com os juntores E e OU, pois como vimos, os alunos algumas vezes se preocupavam apenas com proporcionalidade dos lados em outras apenas com a correspondência dos ângulos. Diante desta necessidade, este trabalho poderá ser articulado com o professor de Português, já que é importante ter clareza da distinção entre estes conectivos.

⇒ A proposta didático-pedagógica: professor x aluno(s)

Ao se optar por esta proposta - que estava voltada para o desenvolvimento do raciocínio num processo de analisar e avaliar os diferentes caminhos escolhidos pelos alunos ou grupos ao resolver as situações propostas - o pesquisador, ao acompanhar a turma durante a 6ª e 7ª séries pode também confirmar o que dizem as teorias cognitivas do processo ensino-aprendizagem: o conhecimento não se dá por transmissão, repetição ou reforço num processo estático e desvinculado da prática social do aluno. Percebeu isso pois sabia que todo o conteúdo programático previsto para a 6ª série tinha sido "cumprido" e, no entanto, pouco ficara para os alunos, uma vez que eles não tinham construído os conceitos envolvidos neste conteúdo.

Apesar da insatisfação do professor com sua prática em sala de aula nos anos anteriores esta sua "frustração" foi importante, despertando-o para a necessidade de mudar sua postura, ou seja, passar a encarar o aluno como sujeito do processo ensino-aprendizagem, reconhecendo suas limitações, despertando o seu interesse e o gosto pela matemática, respeitando sua individualidade e sua maneira de elaborar o pensamento, não priorizando apenas o conteúdo matemático. Sendo assim, para o professor esta proposta resgatou a importância da "fala" na construção cognitiva de um conceito, quando ele valorizava o diálogo e a escrita do seu aluno e, a partir deles procurava fazer as intervenções que achava serem adequadas.

Esta mudança de postura do professor implica em reflexões profundas sobre o que é aprendizagem, qual a sua relação com o ensino e qual o papel dos conteúdos, significações e dos procedimentos de ensino no desenvolvimento das estruturas lógicas e vice-versa.

A mudança de postura desafiou também o aluno para assumir a cada momento um papel questionador, ora no entrosamento com o(s) grupo(s), ora na resolução das atividades propostas, procurando apresentar-lhe a matemática como uma disciplina dinâmica, realmente útil e presente em seu dia-a-dia.

As avaliações de alguns alunos transcritas abaixo sintetizam a intervenção ocorrida:

> *"Eu achei diferente pois o conteúdo dessa matéria é totalmente diferente do ano passado, principalmente a atividade de ampliação e redução onde no começo tive muitas dúvidas, mas acabei entendendo. A matéria de geometria permite que hajam muitas brincadeiras como tangram, etc. As aulas tem sido divertidas".* **RI**

"Gostei muito das aulas de geometria, mas em algumas coisas como ampliação e redução com o pantógrafo e quadriculado tenho dúvidas. As aulas de figuras semelhantes foram super legais e fáceis de aprender. As aulas em geral estavam bem elaboradas e criativas, por causa do trabalho em grupo que ajudou muito nos trabalhos. As aulas das plantas, das máquinas deformadoras, tangran e o geoplano também foram interessantes". **HE**

> *"Foi bom, as atividades em grupo pois "várias cabeças pensam melhor que uma". Algumas atividades foram fáceis e outras mais difíceis. As fáceis sempre são as mais legais. Aprendi várias coisas úteis, que eu*

> *posso utilizar em outros trabalhos. O Tangram é o melhor, pois foi uma atividade mais descontraída. As atividades me serviram para desenvolver meu raciocínio".* **PR**

A "fala" dos alunos aconteceu em trabalhos individuais ou trabalhos em grupo, quando considerava-se o que o aluno falava, analisava-se e devolvia-se com uma nova pergunta para que ele pudesse re-elaborá-la juntamente com seu grupo: os colegas trocavam opiniões, pensavam melhor sobre a adequação ou não de uma solução, ou um colega apresentava uma solução diferente, havia reelaboração; e até mesmo quando o aluno justificava sua resposta.

Este intercâmbio levou a dois pontos importantes: incentivou as crianças a pensarem e a raciocinarem e evitou que se criasse ou reforçasse a idéia de que a matemática é difícil, incompreensível, que poucos (os *experts*!) conseguem aprendê-la e, que só se aprende pela memorização.

Admitindo e reconhecendo como é difícil, mas ao mesmo tempo importante uma mudança de postura e de prática pedagógica, olvidou-se das práticas de ensino tradicionais e buscou-se, assim, romper as relações com elas, preocupando-se com a construção do conhecimento do aluno. E foi neste caminho que **"Buscando Semelhanças Encontramos Mais Do Que Meras Coincidências"**.

5. Referências Bibliográficas

ABRANTES, P.(1995). **Avaliação e Educação Matemática.** Rio de Janeiro, MEM/USU. Série Reflexões em Educação Matemática(vol.1).

BAIRRAL, M. A. (1996) **Buscando semelhanças encontramos mais do que meras coincidências.** Disertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio de Janeiro, MEM/USU.

BROUSSEAU, G.(1996) **Os diferentes papéis do professor.** *In: PARRA,* *Cecília e SAIZ, Irma (org.)* ***Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas.*** *Porto Alegre, Artes Médicas. Tradução Juan Acuña Llorens*

CAMPOS, A.V.D.S.(1990) **Estruturas Cognitivas e o Ensino da Matemática.** Rio de Janeiro, Boletim GEPEM nº 26 (p. 73-80).

CASTRO, E.(1995) **Estructuras Aritméticas Elementales y su modelización**. Bogotá, Grupo Editorial Iberoamérica.

CATALÁ, C.A. et alli.(1991) **Materiales para construir la Geometría.** Madrid, Editorial Sintesis.

COLL, C.(1992) **Psicologia y Curriculum**. Barcelona, Paidós.

D'AMBRÓSIO, U.(1991). **A matemática e seu entorno sócio-cultural.** *In Memorias del Primer Congreso Iberoamericano de Educacion Matemática(42). Sevilla, Septiembre, (p. 76-79).*

FAINGUELERNT, E.K.(1995) **O Ensino de Geometria no 1º e 2º graus.** Blumenau, A Educação Matemática em Revista, nº 4 (p.45-53).

_______ et alli (199) **Trabalhando com geometria**. São Paulo, Ática.

FRANT, J.B.(1994) **Método Qualitativo.** RIMEM 002/94. Rio de Janeiro, MEM/USU.

GIMENEZ, J.(1995). **Epistemologia dos números racionais**. Rio de Janeiro, Seminário MEM/USU, (mimeo).

GONZÁLEZ, R.L.(coord.) (1990) **Proporcionalidad Geometrica y Semejanza.** Madrid, Sintesis.

GROSSI, E.P.(org.) (1993) **Construtivismo Pós-Piagetiano: um novo paradigma sobre aprendizagem.** Petrópolis, Vozes, 1993 (3ª. ed.)

HERSHKOWITZ, R. (1994). **Aspectos Psicológicos de Aprendizagem da Geometria.** Rio de Janeiro, Boletim Especial GEPEM nº 32.

IMENES, L.M. e LELLIS, M.C.(1994) **O Currículo Tradicional e o**

problema: um descompasso. Blumenau, A Educação Matemática em Revista nº 2 (p.5-12).

JAKUBOVIC, J. et alli(1992). **Semelhança**. São Paulo, Atual(Pra que serve matemática?).

KALEFF, A. et alli (1994) **O desenvolvimento do pensamento geométrico: o modelo de van Hiele.** Rio Claro-SP, BOLEMA (p.21-30)

LESH, R. et alli (1992). **Rational Number, Ratio and Proportion.** *In Handbook of research NCTM (p.296-333).*

LINDQUIST, M.M. e SHULTE, A.P.(org.)(1994) **Aprendendo e Ensinando Geometria.** São Paulo, Atual. Tradução de Hygino H. Domingues.

LOPES, M.L.M.L e NASSER, L.(coords.), et alli (1996) **Geometria na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro, Editora da UFRJ.

MACHADO, N.J. (1991) **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua.** São Paulo, Cortez (autores associados).

_______.(1990) **Semelhança não é mera coincidência.** São Paulo, Scipione(coleção vivendo a matemática.

MEIRA, L.L. et alli (1993). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática.** Recife, Editora da UFPe.

NASSER, L.(1990) **O desenvolvimento do raciocínio em geometria**. Rio de Janeiro, Boletim GEPEM nº 27 (p. 93-99).

_______ (coord.) et alli (1995). **A Teoria de van Hiele aplicada ao ensino de semelhança**. Rio de Janeiro, UFRJ, (mimeo).

POWELL, A.B. e LÓPEZ, J.A. **A escrita como veículo de aprendizagem da matemática: estudo de um caso.** New Jersey, Rutgers University, 1995 (Tradução John Manuel Francisco e

Arthur Powell). Mimeo.

SANCHEZ, L.B (1991). **O desenvolvimento da noção de semelhança na resolução de questões de ampliação e redução de figuras planas.** Sao Paulo, USP, Dissertação de Mestrado.

SCHLIEMANN, A.D.et alli (1995). **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo, Cortez. (9 ed.)

SCHWARTZ, B.(1989). **The use of a microword to improve the concept image of a function: The Triple Representation Model Curriculum.** Unpublished doctoral dissertation. Israel, Weizman Institute of Science.

TINOCO, L.A.A.(coord.) et alli (1996) **Razões e Proporções**. Rio de Janeiro, Editora da UFRJ.

VERGNAUD, Gérard (1989) **Multiplicative Structures.** *In Hiebert, James e Behr, Merlyn(eds.)* ***Number Concepts and Operations in the middle grades.*** *NCTM, vol.2, p.141-161.*

_______.(1983) **Multiplicative structures**. *In R. Lesh & M. Landau (Eds.), Acquisition of mathematics: Concepts and process.* New York: Academic Press.

_______.(1984) **Understanding proportion, fraction and ratio at the primary level.** Trabalho apresentado no V Internacional Congress on Mathematical Education. Adelaide, Austrália.

[1] 1. Mestre em Educação Matemática-USU e Professor Assistente do Departamento de Teoria e Planejamento de Ensino do Instituto de Educação da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. e-mail: mbairral@ufrrj.br

O PAPEL DA ARGUMENTAÇÃO NO ENSINO DA GEOMETRIA: UM ESTUDO DE CASO[1].

Maria Solange da Silva[2]

INTRODUÇÃO

Este trabalho visa a tomada de consciência do professor, em especial o de matemática, da importância do uso da argumentação em sala de aula. Mostra que o ensino das demonstrações pode ocorrer de maneira bem mais espontânea, se os alunos tiverem a argumentação como fator estimulador deste processo, possibilitando um ambiente de descontração e construção. Veremos como a Teoria da Argumentação desenvolvida por Chaïm Perelman, também conhecida como Nova Retórica, pode ser uma ferramenta poderosa para o professor no sentido de compreender os processos cognitivos por que passam seus alunos na construção de conceitos matemáticos, sendo por isso mesmo, fundamental à pesquisa desses processos.

A geometria foi escolhida para este estudo por várias razões, entre elas temos:

⇒ Seu abandono nos currículos escolares;
⇒ Para questionar sua forma de abordagem (caracterizada principalmente pela aplicação de fórmulas e manipulações algébricas);
⇒ Para poder associar aspectos do mundo físico à geometria e assim criar condições do aluno desenvolver sua intuição espacial, a visualização e a criação de relações lógicas;
⇒ E, por propiciar ao aluno meios de relacionar seus conhecimentos geométricos em situações diversas, dando-lhes a oportunidade de construir outros conceitos.

Dentre as Teorias cognitivas existentes, acredito que a Teoria da

Construção do Pensamento Geométrico desenvolvida por Pierre van Hiele é a que melhor justifica as dificuldades inerentes ao ensino /aprendizagem da geometria. É nesta Teoria que está pautada o processo de construção dos conceitos geométricos apresentados aos alunos no decorrer da pesquisa. Entretanto com a teoria da argumentação de Chaïm Perelman busco a valorização do discurso argumentativo dos alunos no momento da construção destes conceitos. Procuro também o aprimoramento e a qualidade da escrita na forma de expressar o pensamento. Com a Nova Retórica, analiso o caráter lógico argumentativo da forma de se expressar dos alunos e apresento uma metodologia que pode ser um elo facilitador para a construção de conceitos.

Portanto a pesquisa objeto deste trabalho avalia como a ARGUMENTAÇÃO pode ser um facilitador para estimular e possibilitar a produção do saber matemático, para desenvolver a capacidade e a necessidade de demonstrar e para estimular ao raciocínio ao mesmo tempo que resgata a oralidade dos alunos. Para isso parto da idéia básica de que a construção do conhecimento matemático está no campo da enunciação e que o conhecimento só se efetiva no momento de sua justificação.

A idéia é tornar os alunos capazes de apresentar idéias matemáticas: oralmente, por escrito, utilizando representações gráficas, ou ainda outras representações. Objetiva também fazer com que os alunos sejam capazes de se envolverem em discussões matemáticas e de formularem questões acerca das mesmas.

O PROBLEMA

Acredito que o grande interesse em refletir sobre a argumentação no ensino da matemática reside na possibilidade de provocar no aluno a busca de uma justificação que fundamente o que está sendo estudado, a princípio de acordo com o que ele acredita. Penso também que, para o aluno, esta justificação está fundada na escolha, no preferível, que é onde está contido os valores pessoais, as crenças, as hierarquias relacionadas com o senso comum. Por pensar assim procuro com esse trabalho uma concepção de razão que não decorra apenas de uma teoria que esteja limitada à prova necessitária, mas que se manifeste também na argumentação contingente dos alunos.

Dessa forma, levantamos os seguinte questionamentos:

⇒ "Podemos admitir, ao lado das provas formais outros meios de prova?"

⇒ "Através das ações e justificações dos alunos podemos observar a lógica de seus discursos matemáticos?"

⇒ "Enquanto argumenta o aluno busca justificações mais convincentes, procura ser o mais claro possível, cria condições necessárias para se fazer entender?"

O ensino pretendido neste trabalho envolve racionalidade e diálogo. Induz a crenças e convicções através do julgamento racional dos estudantes. Por isso, com a teoria da argumentação procuro verificar, pelas justificações dos alunos, como se processa as ligações entre as várias enunciações. O que eles aceitam como verdadeiro, plausível ou como preferível.

DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E METODOLOGIA

A pesquisa foi um estudo de caso realizado entre março de 1995 e julho de 1996 em uma escola da Baixada Fluminense no Estado do Rio de Janeiro. Participaram desse trabalho 6 jovens entre 14 e 16 anos que na época freqüentavam a 7ª série. Os encontros ocorriam semanalmente por um período de 2 horas em horário extra classe. O conteúdo estudado foi o de um curso de geometria para a série em questão. Para atingir meus objetivos, foi apresentado aos alunos problemas envolvendo conceitos que eu gostaria que eles construíssem. Após apresentar-se o problema adotava-se o seguinte esquema de funcionamento:

⇒ os alunos escrevem suas justificações;

⇒ cada aluno lê sua justificação para o restante do grupo;

⇒ professor pergunta para os que estão ouvindo se eles entenderam o que foi lido;

⇒ cria-se o conflito entre os alunos;

⇒ aluno procura esclarecer sua fala com argumentos que visam a adesão do grupo;

⇒ se os argumentos do aluno não forem convincentes, este reformula sua fala.

Com isso esperávamos:

1)fazer com que cada aluno desenvolvesse o hábito de ouvir e interpretar o que está sendo falado pelo colega e,

2)forçar o aluno que estava relatando a justificação ser o mais claro possível, tendo sempre o cuidado de não omitir informações importantes para a compreensão de sua fala.

A idéia foi criar situações em que um aluno assume o papel de falante e os outros de ouvinte e vice-versa, para a seguir estabelecer um confronto entre as situações apresentadas por eles.

Essa estratégia incentivou o diálogo e a argumentação, visando sempre a justificação dos conhecimentos aprendidos. Os encontros foram gravados e as gravações transcritas. As análises foram feitas sobre os diálogos transcritos, previamente selecionados. Mostrarei a seguir, exemplos de como os alunos argumentavam na tentativa de convencer e se fazerem convencer. Mostrarei algumas crenças e convicções que baseiam seus argumentos no momento de construir justificações. Com a análise do discurso dos alunos, veremos que, fazendo uso da argumentação os alunos conseguem construir justificações sob a forma de demonstrações contingentes e em algumas situações, até formais, de acordo com o seu nível de desenvolvimento

PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DA TEORIA DE CHAÏM PERELMAN

Por acreditar na importância da retórica para o pensamento contemporâneo, Perelman inicia a partir de 1947 o estudo de uma teoria visando ao resgate da lógica argumentativa. Desse estudo resulta um trabalho que hoje é conhecido como "A Nova Retórica de Chaïm Perelman.

A argumentação nesse contexto é pessoal, pois dirige-se a indivíduos. Uma de suas características principais está no fato de que ela visa a obter a adesão de um grupo, busca orientar o discurso no sentido de se atingirem determinadas conclusões que são desejadas. Convencer, na teoria da argumentação de Perelman é uma meta mais importante do que provar.

A teoria de Perelman admite e fundamenta uma nova interpretação para a história do pensamento. À sugestão de que o que ocorre atualmente é uma restrição do conceito de razão, Perelman contrapõe que a historicidade da razão está intrinsecamente determinada pela construção dialógica do conhecimento.

A argumentação defendida por Perelman visa à adesão e à persuasão do indivíduo às teses propostas, mas não as determina necessariamente. Daí, a razão presente quando se deseja essa adesão é chamada por Perelman de razão histórica, ou seja, a razão existente no discurso.

Em sua teoria Perelman amplia o conceito de racionalidade. Este deixa de ser restrito apenas às provas analíticas e se expande no campo da argumentação, onde para ele, existe uma lógica do discurso argumentativo. Amplia também o alcance da argumentação quando afirma que auditório não se trata apenas daqueles que estão de corpo presente, mas também qualquer um a quem a argumentação se dirige. Define auditório como sendo o "conjunto daqueles que o orador quer influenciar com sua argumentação"(Perelman,1996,p.22).

Uma argumentação para ser eficaz ela precisa desencadear nos ouvintes uma ação (positiva ou não), ou pelo menos criar uma disposição para a ação que se manifeste no momento oportuno. Para garantir a eficácia da argumentação Perelman mostra que há dois aspectos que devem ser considerados: o estabelecimento de uma solidariedade entre as teses propostas e as que já são admitidas e um possível abalo entre o que já foi admitido e o que se opõem à tese proposta pelo argumentador. Para Perelman a argumentação se apresenta como um discurso. No seu discurso o orador tem a intensão de persuadir o grupo para o qual ele se dirige, partindo de premissas que ele supõe sejam aceitas e que visam a adesão deste grupo ao seu discurso. O orador busca um acordo com seu auditório sobre as teses propostas. Esse acordo Perelman defini como sendo: "tudo aquilo que é aceito como ponto de partida de raciocínios e, depois, sobre a maneira pela qual estes se desenvolvem graças a um conjunto de processos de ligação e dissociação"(Perelman, 1996, p.73).

Perelman apresenta em sua teoria tipos de argumentos que possibilitem a análise dos acordos estabelecidos no discurso entre o locutor e seu auditório. Classifica os argumentos em três grandes tipos: os argumentos quase lógicos, os argumentos fundados sobre a estrutura do real e os argumentos que fundam a estrutura do real.

OS ARGUMENTOS QUASE LÓGICOS: São aqueles que, por sua estrutura, lembram os raciocínios formais. Resultam da introdução do formal e do quantitativo no campo do qualitativo da linguagem. Tais argumentos reivindicam Ter o mesmo valor do signo da linguagem lógico-matemática e por isso tiram sua força persuasiva de sua aproximação com esses modos de raciocínios.

Verificaremos a partir da atividade abaixo como identificar um argumento do tipo quase lógico.

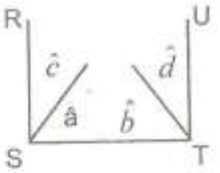
ATIVIDADE 1: Da figura abaixo são dadas as seguintes informações:

$\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ são perpendiculares.

$\overline{ST}$ e $\overline{TU}$ são perpendiculares.

O ângulo â tem a mesma medida do ângulo $\hat{b}$.

Que conclusão você pode chegar em relação aos ângulos $\hat{c}$ e $\hat{d}$



Ao ser apresentado essa atividade Vanderson dialoga com seus amigos e usa o seguinte argumento para justificar sua resposta.

V: "Aqui. Vamos supor que $\hat{S}$ mede 90° e â 45°. Então $\hat{b}$ mede 45°. Não sobrou a mesma medida pro ângulo $\hat{c}$ e $\hat{d}$? Então, eles são iguais!"

O argumento de Vanderson baseou-se nas seguintes premissas:

$\hat{S}$ mede 90°

â mede 45°

$\hat{b}$ mede 45°

Sobrou a mesma medida para os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{d}$

Vanderson faz a partir de então, uso de um argumento do tipo quase lógico, usando a estrutura da implicação para poder ligar necessariamente 1, 2 e 3 à igualdade entre o ângulo $\hat{c}$ e o ângulo $\hat{d}$.

Vanderson pede a adesão do grupo para um caso particular ("Não sobrou a mesma medida pro ângulo $\hat{c}$ e $\hat{d}$?"). Logo em seguida liga o caso particular a um enunciado geral. A implicação de um caso particular com um enunciado geral não é permitida. Vanderson, no entanto, usa essa estrutura na tentativa de validar sua conclusão.

ARGUMENTOS QUE FUNDAM A ESTRUTURA DO REAL: São basicamente os que fazem uso do exemplo, do modelo, da analogia. O pressuposto desse tipo de argumento é que o que é aceito a propósito de um caso particular, pode ser generalizado. Este tipo de argumento procura conduzir à formulação de uma lei, ou norma, ou regra, a partir de casos particulares. Ele é usado quando se quer fundamentar uma situação.

No diálogo de onde foi destacado o argumento apresentado acima Vanderson usa um único exemplo para generalizar a igualdade entre os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{d}$ ("Aqui. Vamos supor que $\hat{S}$ mede 90° e â 45°. Então $\hat{b}$ mede 45°. Não sobrou a mesma medida pro ângulo $\hat{c}$ e $\hat{d}$? Então, eles são iguais") em uma situação em que o valor desses ângulos é desconhecido. Seu último argumento é o exemplo.

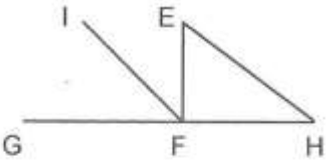
<u>ARGUMENTOS FUNDADOS SOBRE A ESTRUTURA DO REAL</u>: Esses argumentos são geralmente estruturados em ligações de sucessões (como a relação causa/efeito, o todo e as partes) e as relações de coexistência (como a relação entre a pessoa e seus atos). Podem valer-se dos argumentos quase-lógicos para criar um vínculo entre algo que já foi admitido e o que se procura promover.

Para exemplificar essa situação temos a seguinte atividade:

ATIVIDADE 2: Na figura os ângulos G $\hat{F}$ I e I $\hat{F}$ E são complementares. Com essa informação responda as perguntas abaixo e justifique sua resposta.

Que tipo de triângulo é o triângulo E $\hat{F}$ H? acutângulo, retângulo ou obtusângulo?

Qual a relação que existe entre os ângulos E $\hat{F}$ G e E $\hat{F}$ H?



A fala de Silvia que apresentaremos a seguir sugere que ela percebeu que os ângulos compõem um reto: "Mas por ter uma reta em baixo e uma outra em cima cortando eu acho que tem que ter 90° para um lado e 90° para o outro."

Não podendo fazer uso de uma implicação, até porque não estava segura (eu acho), ela usa uma relação de causa e efeito dos argumentos fundados na estrutura do real. A reta cortada por uma em cima e outra em baixo tem como efeito uma metade para cada lado.

PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DA TEORIA DE VAN HIELE

O modelo teórico para a construção do pensamento geométrico sugerido por van Hiele diz que existem diferentes graus de dificuldades na compreensão e construção dos conceitos geométricos. Seu modelo teórico sugere níveis seqüenciais do pensamento para o desenvolvimento do raciocínio geométrico. Para ele é através destes níveis que se desenvolvem as características do pensamento.

OS NÍVEIS DE VAN HIELE

<u>NÍVEL 1: RECONHECIMENTO OU VISUALIZAÇÃO</u> – Nesse nível o aluno forma imagens mentais basicamente através da visualização. As conclusões são tiradas a partir da forma.

Em relação a atividade 1 apresentada neste trabalho uma aluna argumenta no sentido de convencer o grupo da seguinte forma:

Ariadne: "Se nós colocássemos os ângulos $\hat{d}$ e $\hat{b}$ no lugar dos ângulos $\hat{c}$ e â veremos que do mesmo jeito que o ângulo â tem a mesma medida que o ângulo $\hat{b}$, o ângulo $\hat{c}$ tem a mesma medida que o ângulo $\hat{d}$.

Observem que nesse caso Ariadne busca e aceita o recurso visual para sua justificação. Sua estratégia é a sobreposição dos ângulos.

<u>NÍVEL 2: ANÁLISE</u>- Nesse nível o aluno começa uma análise dos conceitos geométricos. Começa a discernir acerca das características da figura que lhe é apresentada. Surgem propriedades que são usadas para conceituar. Entretanto, os alunos ainda não fazem inter-relações entre figuras, não dominam definições.

Ainda na atividade 1 a Silvia usou o seguinte argumento:

Silvia: "A gente já sabe que $\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ são perpendiculares, então o ângulo mede 90°. A gente sabe mas fica mais fácil se tivesse número. Eu acho que mesmo com todas essas

informações, tem que Ter um exemplo, uma justificativa maior, mais completa."

Observem que Silvia apesar de identificar algumas propriedades relativas à figura, de aceitar as informações oferecidas no enunciado, mesmo assim não vê como suficientemente clara a justificação como decorrente dessas informações.

<u>NÍVEL 3: DEDUÇÃO INFORMAL</u> – O aluno relaciona as figuras entre si e com outras figuras, de acordo com suas propriedades. Percebe que uma propriedade pode ser decorrente de outra. Definições são compreendidas, mas pode ou não dominar o processo dedutivo. A rede de relações fica estabelecida por palavras decorrentes de fatos observáveis.

Vejamos a fala que se segue:

Ariadne: "Mas $\hat{c}$ e $\hat{a}$ são ângulos de 90° e $\hat{b}$ e $\hat{d}$ também são... Eles medem 90° também. Então se $\hat{a}$ é igual a $\hat{b}$, $\hat{c}$ também é igual a $\hat{d}$.

O argumento de Ariadne baseou-se nas seguintes premissas:

$\hat{c}$ e $\hat{a}$ são ângulos de 90°. (Leia-se $\hat{c} + \hat{a}$)

$\hat{b}$ e $\hat{d}$ também são. (Leia-se $\hat{b} + \hat{d}$)

Se $\hat{a} = \hat{b}$ então $\hat{c} = \hat{d}$

Observem que de acordo com a fala de Ariadne a relação $\hat{c} = \hat{d}$ é decorrente das duas premissas anteriores. Ariadne estabelece relações de forma que sua conclusão seja decorrente das anteriores

PROPRIEDADES DO MODELO

Van Hiele também identificou cinco propriedades para o ensino da geometria;

⇒ <u>Seqüencial</u> - Para ele uma pessoa deve necessariamente passar pelos vários níveis, sucessivamente.

⇒ Lingüística - cada nível tem seus próprios símbolos lingüísticos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos.

⇒ Intrínseco e extrínseco - os objetos inerentes a um nível tornam-se objetos de ensino no nível seguinte.

⇒ Avanço – a progressão (ou não) de um nível para outro depende mais dos métodos de instrução recebidos do que da idade.

⇒ Combinação Inadequada – se o aluno está num certo nível e o curso num nível diferente, o aprendizado e o progresso desejados podem não se verificar.

Van Hiele identificou ainda cinco estágios para o processo de aprendizagem de um nível para o imediatamente superior.

⇒ Informação - professor e alunos conversam e desenvolvem atividades envolvendo os objetos de estudo do respectivo nível. Fazem observações, levantam-se questões e introduz-se um vocabulário específico do nível.

⇒ Orientação dirigida - os alunos exploram o tópico de estudo através do material que o professor ordenou. Essas atividades deverão revelar aos alunos as estruturas características desse nível.

⇒ Explicação – baseando-se em experiências anteriores os alunos expressam e trocam informações sobre as estruturas que foram observadas.

⇒ Orientação livre - o aluno vê-se diante de tarefas mais complexas e que podem ser concluídas de diversas maneiras.

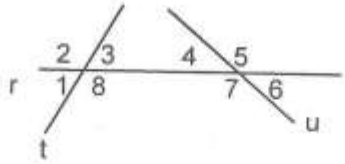
⇒ Integração - os alunos revêem e sumarizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações.

O modelo de Van Hiele sugere que a solução está em fazer coincidir o nível atingido pela turma com aquele em que a instrução é dada.

ANÁLISE DOS DIÁLOGOS

Na dinâmica das atividades, os alunos registram suas conclusões e após a redação de cada grupo um aluno do grupo lê as respostas dadas

para os outros alunos. Nesse momento segue-se uma seqüência de diálogos que o professor analisa fundado na teoria de Perelman.
ATIVIDADE PROPOSTA: Uma reta r intersecta as retas t e u de forma que o ângulo $\hat{3}$ é igual ao ângulo $\hat{4}$. Qual a relação que existe entre os outros ângulos?



ARGUMENTO	RÉPLICAS
S: $\hat{3}$ e $\hat{4}$ não são iguais! Então se colocasse o $\hat{4}$ no lugar do $\hat{3}$ não ia mudar nada, os valores iam ser os mesmos.	V: Mas não está. Eles mudaram para serem suplementares. Mas eles estão em lugar diferentes.
S: Vem cá! O $\hat{4}$ não é igual ao $\hat{3}$? Então, se a gente trocasse e colocasse aqui $\hat{4}$ e aqui $\hat{3}$ eles iam continuar tendo a mesma medida porque são iguais.	V: Mas o $\hat{4}$ não está no lugar do $\hat{3}$ logo não são suplementares.
S: Mas pode ficar?	V: Pode, mas só que não está.
Ch: Mas $\hat{4}$ tem a mesma medida que $\hat{3}$. O ângulo $\hat{3}$ é igual ao ângulo $\hat{4}$. Então eles ($\hat{2}$ e $\hat{4}$) são suplementares.	
E: Se colocasse esse ângulo ($\hat{4}$) aqui (no lugar do $\hat{3}$) ia continuar sendo da mesma	V: Mas não está no lugar.

medida, ia acabar dando 180º. Então eles são suplementares.	
E: Mas e se estiver? É isso entendeu? Eles são iguais, por isso eu posso trocar.	V: É melhor falar então que $\hat{2}$ + $\hat{4}$ é igual a 180º. É melhor.

BUSCANDO UMA LÓGICA NO DISCURSO:

Vanderson não aceita os argumentos de Silvia, Charlene e Elizângela de que os ângulos $\hat{2}$ e $\hat{4}$ são suplementares, pois para isso, em sua concepção, os ângulos $\hat{3}$ e $\hat{4}$ teriam que mudar de lugar. Em sua fala está implícito que ele aceita que as medidas dos ângulos são iguais – então podem mudar de lugar – mas como estão em posições diferentes então não são suplementares.

Vanderson não aceita a hipótese de Silvia quando essa usa o termo mudar de lugar para a sua justificação. Porém ele não consegue dizer que Silvia está errada e por isso ele opta pelo melhor, pelo preferível. Não é fundamental neste momento para ele classificar os enunciados em certos ou errados, sua preocupação parece residir em identificá-los como significativos ou não.

A idéia de transitividade está subjacente à enunciação de Silvia e Elizângela. Existe algo intuitivamente lógico quando elas usam o transporte do ângulo em suas justificações. Essa forma de justificação difere de uma estrutura matemática formal, pois numa prova matemática usaríamos a transitividade existente entre os ângulos e não o transporte desses ângulos. Pela forma de apresentação da justificação de Elizângela e Silvia, podemos caracterizar seu argumento em quase-lógico.

Vejamos um outro exemplo na seqüência de diálogos referentes a Atividade 1 deste trabalho.

ARGUMENTO	RÉPLICA
A: Se $\hat{d}$ e $\hat{b}$ medem 90º e $\hat{c}$ e $\hat{a}$ também medem 90º e $\hat{a}$ e $\hat{b}$ tem a mesma medida, $\hat{c}$ e $\hat{d}$ também teria.	S: E como você justifica a pergunta?
V: $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são iguais e se eles são iguais, com certeza $\hat{c}$ e $\hat{d}$ também são.	S: Mas por que "com certeza" eles são iguais?

V: Porque $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são iguais.	S: Mas só porque eles são iguais $\hat{c}$ e $\hat{d}$ também vai ser?
V: Porque o ângulo R$\hat{S}$T mede 90º.	S: E daí?
V: Aqui. Vamos supor que $\hat{S}$ mede 90º e $\hat{a}$ 45º. Então $\hat{b}$ mede 45º. Não sobrou a mesma medida pro ângulo $\hat{c}$ e $\hat{d}$? Então eles são iguais.	

A seguir eles continuam:

ARGUMENTO	RÉPLICA
S: Eu acho que tem que ter um exemplo pelo menos. Porque eu acho que se a pessoa olhando, só olhando, eu acho que ela não vai entender.	A: Mas $\hat{c}$ e $\hat{a}$ são ângulos de 90º e $\hat{b}$ e $\hat{d}$ também são... Eles medem 90º também. Então se $\hat{a}$ é igual a $\hat{b}$, $\hat{c}$ também é igual a $\hat{d}$.
V: Mas aqui já está afirmando.	S: Está afirmando, mas está afirmando que $\hat{a}$ é igual a $\hat{b}$. Não está afirmando que $\hat{c}$ é igual a $\hat{d}$. Mesmo assim eu acho que tem que ter um exemplo. Tem que ter uma justificativa.
P: Mas a forma como eles estão falando não seria uma justificativa?	S: É seria. Mas só olhando assim não dá para perceber.
P: Mas eles não estão só olhando. Eles estão fazendo mais do que isso. Eles estão olhando, lendo o que já foi afirmado, analisando o que foi dado. Da forma como (V) e (A) falaram não está explicado?	S: Não. Porque eles estão falando que é igual, mas se fosse só para ver e falar eu acho que tinha que Ter um exemplo. Igual como está tendo agora. Seria mais fácil de entender e provar que $\hat{c}$ pode ser igual a $\hat{d}$.
P: Fica mais fácil de aceitar?	S: E de provar também. Pra quem tiver dúvida como eu.
P: Então se eu escrever só	S: Depende do exercício.

um exemplo numérico e mostrar que somados dá 90º, então provei que $\hat{c}$ é igual a $\hat{d}$?	
P: Como assim?	S: Porque a gente já sabe que $\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ são perpendiculares, então o ângulo mede 90º. A gente sabe, mas fica mais fácil se tivesse número. Eu acho que mesmo com todas essas informações, tem que Ter um exemplo, uma justificativa maior, mais completa.

BUSCANDO UMA LÓGICA NO DISCURSO

Vanderson usa um exemplo como estratégia para convencer Silvia que seu argumento é válido. Fornece a ela um caso particular com o objetivo de esclarecer seu enunciado.

Silvia aceita o argumento de Vanderson e passa a considerá-lo como o "melhor". Segundo ela a justificação não é completa se não tiver um exemplo. Com o exemplo fica mais fácil de entender e de provar o problema.

A fala de Silvia sugere que "provar" para alguns alunos significa "convencer", "mostrar", "verificar". O caso particular tem mais força de convencimento do que a seqüência que o generaliza.

O diálogo em sala de aula, quando bem conduzido, força o aluno a desenvolver argumentos que, algumas vezes, são perfeitas demonstrações. Verificamos isto na fala de Ariadne.

O diálogo força o aluno a completar sua justificação, a transformá-la em uma demonstração.

CONCLUSÃO

As análises feitas sobre os diálogos entre os alunos nos mostram que muitas vezes professores e alunos pensam de formas distintas. Por exemplo, justificar para os professores significa provar, tirar conclusões necessárias e suficientes a partir de premissas ou axiomas enquanto que para alguns alunos, uma justificação não é completa se não tiver um exemplo. Para eles provar significa "convencer", "mostrar", "verificar". O exemplo tem mais força de argumento do que a seqüência de deduções, torna as justificativas mais claras e mais completas e leva, muitas vezes, o aluno a compreender as deduções dando-lhes significados.

O diálogo permite que o aluno se envolva todo o tempo na construção dos conceitos estudados. Permite que eles desenvolvam habilidades básicas de raciocínio e investigação através da argumentação, levando-os a tecer uma rede de raciocínios ao mesmo tempo em que aprendem a defender idéias.

Com o uso da teoria da argumentação o professor percebe o quanto é importante a construção de significados. Através da análise dos argumentos dos alunos o professor identifica como o aluno aprende, como os erros se estruturam.

A teoria de Van Hiele nos permite identificar algumas dificuldades dos alunos para o estudo da geometria. Propõe também modelo de atividades que auxiliam esses conceitos. A teoria da argumentação possibilita os alunos a atuarem ativamente no processo de descoberta.

O incentivo ao diálogo pode ser um primeiro acordo a ser estabelecido entre professor e aluno para a construção de conceitos. "Ter dúvidas" passa a ser algo que os alunos conseguem lidar com tranqüilidade pois essa fica transformada por uma situação de debate e investigação.

A partir do momento que se quer que o processo de aquisição do conhecimento matemático surja com significado para os alunos devemos aliar o campo da lógica formal ao da lógica argumentativa.

BIBLIOGRAFIA

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; CHAVES, Luiz; KOHN, Maurício; BARRETO, Sandra Maria; SINISCALCHI, Solange:

Trabalhando com geometria; Editora Ática, Vol 3; SP; 1989.

PERELMAN, Chaïn: *O Império Retórico – Retórica e Argumentação*; Tradução: Fernando Trindade e Rui Alexandre Grácio; Edições Asa; 1993.

PERELMAN, Chaïn; TYTECA, Lucie Olbrechts: *Tratado da Argumentação – A Nova Retórica*; Tradução: Maria Ermantina Galvão G. Pereira: Editora : Martins Fontes – SP; 1ª Edição; 1996.

PESSANHA, José Américo: *A Teoria da Argumentação ou Nova Retórica*; In: Maria Cecília M. de Carvalho (org.); Paradigmas Filosóficos da Atualidade – Papirus Editora; Campinas; pp.221-247; 1989.

RABELLO DE CASTRO, Monica: *Estratégias do diálogo malandro: a retórica da rua*; Tese de doutorado (mimeo), 1985.

SILVA, Maria Solange: O papel da argumentação no ensino da geometria: um estudo de caso; Tese de mestrado; 1996.

VAN HIELE, Pierre M: Structure and Insight – A theory of Mathematics Education; Academic Press;1986.

[1] Trabalho apresentado no 1º Encontro de estudantes de Pós-Graduação em Educação matemática na UNESP - Rio Claro - em setembro de 1997.

[2] Mestre em Educação Matemática - USU/RJ

PENSANDO ALGEBRICAMENTE ANTES DA 7ª SÉRIE: UMA OUTRA PERSPECTIVA SOBRE OS PROCESSOS DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO.

Rosana de Oliveira[1]

1-INTRODUÇÃO.

Na matemática da escola de 1° grau, predomina o ensino da aritmética e da álgebra.

Nos primeiros anos da vida escolar o ensino está voltado, exclusivamente, para a aritmética, embora na 5ª série inicie-se o ensino de equações, os professores de matemática, respaldados pela força dos livros didáticos, acreditam que a introdução da álgebra, aconteça realmente na 7ª série. É nesta série, que introduz-se o cálculo com letras, iniciam definindo expressão algébrica, monômio, polinômio e operações algébricas. Após um longo convívio com uma aritmética "pobre" e nenhuma preocupação com a educação algébrica, é natural, que nossos alunos, mostrem estranheza ao se depararem com objetos matemáticos diferentes de números.

Os estudantes, mesmo aqueles considerados mais habilitados, acomodam-se na idéia de álgebra como manipulação técnica e não avaliam a cada passo seus procedimentos. Seguem modelos, transformando problemas simples em representações algébricas e na busca de soluções, mergulham em manipulações, sem perceber que a manipulação em si pode conduzir a erros (Arcavi - 1995).

O meu trabalho vem propor que podemos e devemos começar o aprendizado da álgebra antes da 7ª série. Como sou professora de 5ª à 8ª série, realizei este trabalho com alunos de 5ª série. O objeto matemático envolvido nesta pesquisa, foram as seqüências, que só aparecem como tópico, no 2° grau, sob a forma de PA (Progressão Aritmética) e PG (Progressão Geométrica), pude constatar que meus alunos na 5ª série são capazes de produzir resultados bastante sofisticados.

2-O PROBLEMA.

O objetivo desta pesquisa foi identificar, analisar e discutir o pensamento algébrico de alunos da quinta série do primeiro grau. Especificamente, observamos as "marcas" que indicam como os alunos produziram significados, enquanto o buscavam um termo geral para seqüências.

Algumas questões nortearam a nossa pesquisa:

- Identificar e analisar as crenças e justificações que os alunos utilizam para trabalhar os diversos conceitos que envolvam as operações aritméticas;
- Avaliar como os alunos constróem uma regra geral para Seqüências numéricas e não numéricas;
- Avaliar como os alunos constituem o objeto Seqüência e a relação deste com outros objetos;
- Avaliar como os alunos produzem significados para Seqüência.

4 - METODOLOGIA.

4.1 - Concepção de Conhecimento

A forma como concebemos a construção do conhecimento tem influência direta nas práticas pedagógicas dos professores e nas relações que se estabelecem na sala de aula. Todo professor tem uma concepção de conhecimento, consciente ou não e é essa concepção que norteia sua prática pedagógica. Para podermos falar de ensino e aprendizagem de Álgebra e de como os alunos constróem conhecimento ou produzem significado para Álgebra, precisamos dizer como concebemos conhecimento.

Podemos dizer que existem duas grandes correntes que encaram a aquisição do conhecimento de formas distintas. Para o empirismo, que acredita que conhecimento se adquire diretamente através da experiência, o sujeito é visto como uma folha em branco. O sujeito aprende a partir do contato direto com o objeto do conhecimento através dos órgãos dos sentidos. Nossos conhecimentos derivam da observação de casos particulares sobre os quais se aplicam processos de generalização. Esta corrente é geradora do modelo da Escola Tradicional e predomina muito fortemente na maioria de nossas escolas. A outra grande corrente, o apriorismo, acredita que o conhecimento se produz uma vez que o sujeito possui uma capacidade inata: o sujeito já nasce com as condições de funcionamento para construir as estruturas do conhecimento. Esta corrente é geradora da Escola Nova. Enquanto no empirismo a ênfase recai sobre o objeto, no apriorismo a supremacia é do sujeito.

Uma discussão que tornou-se relevante a partir dos trabalhos de Piaget foi, sobretudo, a construção do conhecimento. A palavra Construtivismo passou a ser usada por educadores diversos para designar a maneira pela qual o conhecimento deveria ser tratado (visto) na escola. A teoria piagetiana surge do debate entre o empirismo e o apriorismo, diferenciando-se dessas outras ao afirmar que a ênfase não recai sobre o sujeito ou objeto, mas que o conhecimento se constrói na interação entre o sujeito e o objeto.

A partir da segunda metade desse século, as discussões sobre a relação entre pensamento e linguagem começam a sofrer transformações. Até então havia um certo consenso de que o sujeito falava a partir de um conjunto de "códigos" disponíveis e que a linguagem era um veiculo que o sujeito utilizava para expressar o pensamento. Uma nova visão parte da premissa de que o indivíduo não pensa sem uma linguagem, a linguagem sendo um elemento constituinte do pensamento. Esta corrente é conhecida como relativismo ou pragmatismo. Numa nova visão pragmática da linguagem, a relação entre sujeito e objeto fica redimensionada, pois o objeto é constituído também pela linguagem. Pode-se dizer que o objeto passa mesmo a existir a partir de um conjunto de significações que podem ter origens diversas. Neste caso, torna-se sem significado a dicotomia entre realidade interior e exterior uma vez que se torna muito tênue esta fronteira.

Sob o nosso ponto de vista, a maneira de podermos avaliar o processo de produção de conhecimento do sujeito é através da linguagem, entendendo que não existe pensamento sem linguagem. Consideramos que a linguagem não é apenas a escrita ou a fala, mas também gestos, entonações, olhares., desenhos e etc. Acreditamos que o objeto se constitui pela linguagem. Mesmo quando, aparentemente, o sujeito interage diretamente com um objeto, fazendo uso dos sentidos, estão presentes todos os mecanismos sociais que o envolvem. Significa dizer que mesmo quando a relação parece ser direta, na realidade estão presentes as convenções sociais, os sentimentos, as convicções, e todo este conjunto dá sentido a interação do indivíduo com o objeto. Usando de força de expressão, poder-se-ia dizer que a relação entre o sujeito e o objeto é, na realidade, uma relação entre sujeito e sujeitos.

Qualquer professor já deparou-se com aquela célebre afirmação de um aluno, que nos incomoda profundamente. Após nos esforçarmos para "transmitirmos o *nosso* conhecimento", ele responde: - Não entendi nada. E nós ficamos nos perguntando (por vezes chegamos a lhe perguntar), não entendeu o quê? Não entender nada parece muito. Esta é uma afirmação bastante incomoda, para quem pretende "transmitir conhecimento". Nós a consideramos de grande importância. Ela reflete que o conhecimento do aluno, não é o mesmo conhecimento do professor. Mas o que nós entendemos por aquela afirmação do aluno? Entendemos: - "Professor, isso não quer dizer nada para mim"; ou - "Não consigo fazer relação disso com nada do que conheço"; ou ainda; - "Isso não tem nenhum significado para mim". É neste ponto que queremos insistir.

Quando nós, professores, nos colocamos numa posição de "transmitir conhecimento" para o aluno, esta postura traduz que pretendemos falar de um *texto* matemático sob a nossa perspectiva, sobre o nosso conhecimento. O que acontece, na prática, é que o professor investe-se da tarefa de ensinar. Mas sob essa perspectiva, o ensino pode levar os alunos a desqualificarem seus conhecimentos, podendo abandoná-los e supervalorizarem o conhecimento do professor. Em outras palavras, o professor crê que o seu conhecimento é legítimo enquanto o conhecimento do aluno não.

Concordamos com Lins (1993) quando, em seu Modelo Teórico dos Campos Semânticos, ele define conhecimento como o par (crença-afirmação, justificações). Para uma mesma crença e diferentes justificações teremos diferentes conhecimentos.

O Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), traz uma perspectiva diferente, admite que o conhecimento do aluno não é o mesmo do professor porém, ambos, são considerados legítimos e portanto é preciso saber sobre o conhecimento do aluno que objetos ele constitui para *textos* que o professor lhe oferece, como ele produz o seu conhecimento.

> "Conhecimento é entendido como uma **crença,** algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza portanto como uma **afirmação** junto com que o sujeito considera ser uma **justificação** para sua **crença-afirmação**" *(Lins - 1993).*

Esta concepção nos permite fazer a seguinte interpretação da situação a seguir. Um aluno de 5ª série e um professor de Matemática, ao serem questionados sobre qual o próximo termo da seqüência 6,9,12,15..., ambos sabem responder e afirmam ser 18. Porém, se pede para justificarem suas crenças-afirmações, o aluno justifica, dizendo que a seqüência caminha de 3 em 3 logo o próximo termo é, 15 mais 3 igual a 18, e o professor justifica dizendo que, como o termo geral da seqüência é $3n + 3$, onde n é a posição dada, como o próximo termo é o 5º, então 3 vezes 5, 15, mais 3 igual a 18. Enquanto o aluno apoia-se no que está "vendo", nas relações ali estabelecidas, o professor estabelece uma regra geral para encontrar qualquer termo da seqüência. Segundo o MTCS, os dois, possuem conhecimentos diferentes, porque apesar de partilharem da mesma crença, utilizaram justificações diferentes. Quando um sujeito se depara com um *texto*, no nosso caso o *texto matemático* das seqüências, ele começa a dirigir sua atenção para aquele texto, pensa e fala sobre este texto, produz significado para esse texto. O sujeito constitui objetos a partir desse texto. O objeto para nós será sempre um **objeto de pensamento**[2].

Vale ressaltar que, nesse processo, se estabelece uma relação dinâmica entre o sujeito e o objeto, que sob o nosso ponto de vista, traduz - se numa relação íntima entre o pensamento do sujeito e o seu objeto de pensamento.

Quando o aluno entra em contato com seus *interlocutores* (ou de alguma forma é cobrado por outros colegas, pelo professor, ou por ele mesmo) e é posto a falar sobre determinado texto, o aluno estará produzindo significados e portanto constituindo objetos. A medida em que o aluno produz significados para um objeto, constituindo objetos de pensamento, este se modifica passando a ser outro, num processo que é dinâmico. O que queremos dizer com isso é que o texto, que foi posto a disposição do sujeito, vai dar origem a construção de conhecimentos num processo dinâmico que recria algumas das suas características, abandona outras, podendo mesmo haver resgate de características abandonadas, sem que isso obedeça a nenhuma hierarquia.

Quando o sujeito volta a sua atenção para o *texto*, no nosso caso o texto matemático das seqüências, ele produz significado para esse texto e constitui objetos. Quando o sujeito, a partir desses objetos, enuncia crenças e as justifica então produz conhecimento. Sob este ponto de vista, o conhecimento não está no *texto*, e sim no sujeito que se propõe a falar sobre determinado *texto*.

Nesse sentido, concordamos com Lins quando ele diz que:

> "conhecimento é algo do domínio da **enunciação** e que **todo conhecimento tem um sujeito** e não do domínio do **enunciado**, podemos também expressar esse fato dizendo que conhecimento é do domínio da **fala**, e não do texto. Deste ponto de vista, a Matemática é um **texto** e não **conhecimento**, tem-se **conhecimento** apenas na medida em que as pessoas se dispõem a **enunciar** este **texto**. A um **conhecimento** que **fala** deste **texto**, a Matemática, chamaremos, naturalmente ,de **conhecimento matemático**." *(Lins, 1994).*

Lins define a Matemática como um *texto*. Sob o nosso ponto de vista, um *texto* pode ser entendido como o conhecimento produzido pelo outro. Dito de uma outra forma, um livro texto é conhecimento para o autor, porém para o leitor (aluno ou professor) é apenas um *texto*. Numa aula expositiva, por exemplo, o que o professor diz é conhecimento para o professor, porém é *texto* para o aluno.

Muitos professores associam conhecimento a informação. Acreditamos que as informações são necessárias para se produzir conhecimento, algumas coisas no processo de ensino aprendizagem precisam ser informadas / ditas[3]. Mas informações são afirmativas, muitas das vezes, não justificadas. Ter mais informação não garante que o sujeito tenha mais conhecimento, embora , para aqueles que têm essa concepção de conhecimento, muitas vezes uma informação dita da forma esperada pelo outro assegure a este "a posse" do conhecimento.

Se nos remetermos à sala de aula, uma prática comum é o professor dar atenção às respostas certas: ele dialoga com aqueles que emitem as crenças esperadas por ele. As justificações, os porquês, são muito pouco valorizados em nossas aulas, não importa ao professor se na maioria das vezes a resposta certa é uma reprodução da fala do próprio professor ou de um livro texto.

É muito importante fazer esta distinção entre conhecimento e informação, pois aqueles que vêm o conhecimento como dado acreditam que o conhecimento está pronto, é o próprio *texto*, enquanto que nesta outra visão, as informações sempre são enunciações de um outro e portanto podem ser vistas como texto, mas jamais como conhecimento.

Um *texto* pode ser entendido como um conhecimento produzido por alguém, mas jamais será conhecimento para quem o lê este texto só se tornará conhecimento para quem o lê, quando este sujeito produzir seu próprio texto. Um intertexto seria um texto produzido por um sujeito a partir de um texto produzido pelo outro (Vital Brazil - 1995). Num certo sentido, intertexto é um texto que não é **o** texto.

Estaremos analisando a linguagem, no nosso caso, a fala do aluno, e através dessa análise, levantando alguns significados que o aluno produz para as seqüências, e alguns objetos que o aluno constitui. A partir desses objetos, quais as crenças que ele enuncia sobre este objeto, como ele justifica essas crenças, que conhecimentos ele produz.

Os sujeitos são indivíduos e indivíduos vivem socialmente e partilham uma linguagem. Esta linguagem modifica-se na interação com o outro, isto é, ela se reconstrói a cada momento. Quando o sujeito volta a atenção para o texto, o debate com o texto constitui objetos de pensamento. Acreditamos que o sujeito só produz conhecimento em direção a uma demanda "imposta" pelo outro. É a partir da sua relação com o mundo, com os outros indivíduos que a dinâmica do processo ensino-aprendizagem se estabelece.

Na nossa pesquisa, o texto matemático utilizado constitui-se de seqüências numéricas e não numéricas que compuseram as atividades. Os sujeitos envolvidos foram os alunos de uma turma de 5ª série e sua professora de Matemática. Na análise, nos Capítulos 3 e 4, estaremos fazendo um levantamento das crenças e justificações enunciadas pelos sujeitos, procurando que conhecimentos os alunos envolvidos na pesquisa produzem.

Para termos uma mostra de como se dará a análise, tomemos como exemplo a seguinte situação: ao serem questionados sobre quem seria o quinto termo da seqüência 6, 9, 12, 15,... os alunos afirmam que o quinto termo é 18. Num momento sua justificação era porque a seqüência "caminha de 3 em 3" , num outro, a justificação era a relação que se estabelecia entre a seqüência 3, 6, 9, 12,... e a seqüência dada anteriormente. Pudemos perceber isso quando o aluno afirma que se na seqüência 3, 6, 9, 12,... o quinto termo é 15 então na seqüência 6, 9, 12, 15,... o quinto termo é 18. Os alunos produziram significados, constituíram objetos e ao emitirem crenças e justificá-las produziram conhecimentos Podemos perceber, através de suas justificações, que os conhecimentos produzidos pelos alunos, naqueles dois momento, foram diferentes. A seguir estaremos descrevendo uma caracterização para os tipos de processos de conhecimentos produzidos pelos alunos.

4.2- Tipologia

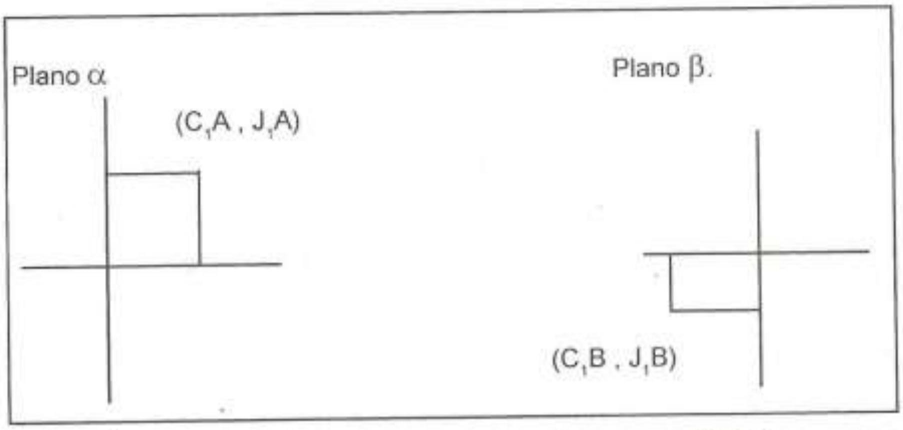
O nosso objetivo é buscar compreender como os alunos constróem uma rede de significados para seqüências. Não estaremos preocupados com o fato deles chegarem ou não ao termo geral esperado. Chegar ou não ao termo geral de uma seqüência é apenas mais uma possibilidade nessa rede de significados que eles produzem.

A nossa procura será pelas "marcas" que indicam como os alunos estão produzindo significados para seqüências, como os alunos constituem objetos de pensamento, e como a linguagem revela esses objetos, envolvidos numa atividade algébrica. Essa procura não será aleatória e levará em conta algumas premissas.

Acreditamos que o conhecimento não se processa de forma linear, discordando daqueles que acreditam que o conhecimento se constrói através de "estágios" seqüenciais. A nossa conjectura, que pretendemos mostrar através deste trabalho, é que os alunos, ao buscarem o termo geral para uma seqüência, percorrem caminhos não lineares. Criamos para isso uma tipologia de processos de produção de conhecimento. Dependendo da seqüência proposta, eles se apropriam de alguns tipos de conhecimentos, e quando são propostas novas seqüências eles utilizam-se, ou não, desses tipos de conhecimentos, não necessariamente numa mesma ordem.

Definindo conhecimento como um par (Crença , Justificação), podemos usar uma metáfora[4] Matemática e dizer que no nosso caso, esse conhecimento representa um ponto no plano. Como estamos considerando que o conhecimento é do sujeito, cada plano representa um conjunto de conhecimentos, não necessariamente do mesmo tipo, impossíveis de serem hierarquizados. Dizemos que um aluno A tem um conhecimento (C_1A , J_1A) do tipo Termo Seguinte e que este conhecimento pertence ao plano α, porém o aluno B pode ter um conhecimento (C_1B , J_1B) do tipo Termo Seguinte que está no plano β.

Cada tipo de processo de produção de conhecimento, foi definido a partir de aspectos observáveis nos debates promovidos pela pesquisa. Se duas ou mais pessoas conversam sobre o mesmo texto, isso não quer dizer que elas estejam se entendo. Quando através da linguagem elas estabelecem acordos, só então estarão argumentando sobre os conhecimentos produzidos. As estratégias utilizadas na busca da adesão do outro gera novos acordos e, portanto, novas crenças e justificações sobre os objetos, ou seja, novos conhecimentos. Estas estratégias são reveladoras dos tipos de processo de construção de conhecimento. Portanto, a tipologia proposta aplica-se à análise das estratégia argumentativas que entraram em cena durante a pesquisa.



É importante observar que o nosso olhar estará dirigido para dois focos distintos: um deles estará voltado para a análise da relação entre uma crença e sua respectiva justificação, o outro para a relação dinâmica que se estabelece entre crenças e justificações, no calor do debate. Em ambos os casos o interesse estará voltado para a produção de significados.

Para análise do primeiro foco estabelece-se quatro tipos pelos quais os alunos transitam na busca do termo geral de uma seqüência.

Termo Seguinte.

Neste campo o aluno identificava a relação que se estabeleceu entre os termos dados, identificava o próximo termo, enunciando através da fala e da escrita o próximo termo e enunciando através da fala e da escrita qual a razão da seqüência. Era capaz também de escrever a seqüência termo por termo em busca de uma posição pedida.

Relação Entre Posição e o Termo.

Neste campo o aluno buscava relações entre os termos e suas respectivas posições, precisava visualizar o termo pedido da seqüência para criar relações, usava algumas relações (que se tornaram crenças) que estabelecidas anteriormente, como ponto de partida para descoberta de novas relações.

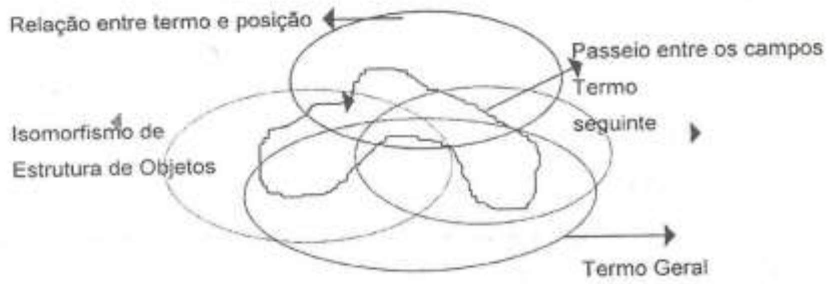
Termo Geral.

O aluno enunciava através da fala a regra, verificando seu funcionamento, convencia-se que ela funcionava para todos (esse convencimento vinha a partir de algumas tentativas bem sucedidas).Utilizava esta regra para encontrar qualquer termo e enunciava através da escrita.

Isomorfismo de Estrutura de Objetos

Quando o aluno conseguia identificar num problema isomorfo o tipo de estrutura de uma outra seqüência, ele estabelecia relações entre as estruturas isomorfas, em busca do termo geral de uma seqüência.

Esquema que indica como acontece a relação entre os campos.



Para análise do segundo foco, estabeleço quatro modelo que indicam como acontece essa relação entre crenças e justificativas.

No **Modelo A (crenças diferentes, justificações diferentes)-** o aluno enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, na relação com seus interlocutores, ambos são abandonados, e uma nova crença é enunciada com uma nova justificativa.

Modelo A
(A1 , J1)
(A2 , J2)
(A3 , J3)

No **modelo B (crenças iguais, justificações diferentes)-**, o aluno para uma mesma crença utiliza justificativas diferentes, ele enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, se não há acordo seus interlocutores, para uma mesma crença ele busca uma nova justificativa, nesse processo ele pode voltar a usar justificativas anteriores.[6]

No nosso caso este modelo se aplicará por vezes ao próprio aluno, por vezes a alunos distintos, como o processo é dinâmico, ele aconteceu no diálogo, as crenças e justificativas foram enunciadas pelos alunos, ou pelo professor.

Modelo B

(A1 , J1)

(A1 , J2)

(A1 , J3)

No **modelo C, (crenças diferentes, justificações iguais)-** o aluno diante de novas crenças, utiliza a mesma justificativa, enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, se não há acordo entre seus interlocutores, ele enuncia uma nova crença e utiliza a mesma justificativa.

Modelo C

(A1 , J1)

(A2 , J1)

(A3 , J1)

No **modelo D, (justificações transformam-se em crenças e vice-versa)-** o aluno parte de uma crença (A), e enuncia sua justifica (J1) , num outro momento utiliza essa justificativa (J1) como uma nova crença (J1), e enuncia a justifica (J2), J2 passa a ser uma nova crença e enuncia a justificativa (J3) e assim por diante.

Numa primeira análise esse modelo se evidencia nas relações que se estabelecem entre seqüências distintas.

Modelo D

(A1 , J1)

(J1 , J2)

(J2 , J3)

Estes modelos e a tipologia são usados para analisar os diálogos dos alunos com os alunos (grupo) e entre os alunos e a professora.

4.3 - Procedimentos Metodológicos.

O trabalho de campo, foi realizado numa Escola Pública de Angra dos Reis, Rio de Janeiro e se desenvolveu da seguinte forma: o primeiro momento aconteceu nos meses de março, abril, maio e junho de 1996, com uma turma de 5ª série, formada por 35 alunos divididos grupos. As atividades propostas eram problemas simples envolvendo os diversos conceitos das operações aritméticas. O segundo momento aconteceu nos meses de agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro de 1996, com um grupo de três alunos, escolhidos aleatoriamente, onde as atividades exploravam situações problemas em busca por leis de formação. A análise do primeiro momento foi realizada através de material escrito e de gravações das falas dos alunos, e a do segundo momento além dos instrumentos já usados foi acrescentada a análise de gravações em vídeo. As atividades foram divididas em dois episódios:

1) "Sondagem de Esquemas de Algebrização" analisei como os alunos trabalharam com os diversos conceitos das operações aritmética, com que flexibilidade (ou reversibilidade) estão operando. 2) "Busca por Leis de Formação" observamos e analisamos, especificamente o processo de produção de significados, embora o ponto de chegada seja o termo geral de uma seqüência, considero esta, apenas mais uma etapa na rede de significados que ele produz.

4- Uma Mostra da Análise das Falas dos Alunos.

Seqüência dos└ , ┐,└ ,┐,└ ,┐, ..[7].

Participaram deste encontro o Jairo e a Angélica. A seqüência trabalhada neste dia foi apresentada aos alunos escrita, pois eram desenhos, a própria descrição da seqüência através da fala, denuncia algumas regularidades.

Atividade entregue por escrito aos alunos.

Observem a seguinte seqüência:
L, ⅂, L, ⅂, L, ⅂, ...
1)Escrevam os próximos termos da seqüência.
2)Como a seqüência caminha?
3)Qual o 20º termo da seqüência?
4)Qual a regra que posso criar para descobrir qualquer termo sem ter que caminhar termo a termo?

Ao descrever a seqüência, Angélica diz o seguinte:

N - Eu entendi que vai formando um quadrado, só que aberto, tipo um "ele em pé" e um ele ... Eu descobri que era sempre um "ele certo" e um "ele de cabeça pra baixo", e sempre o que a gente usava. Se a gente so..., se a gente soubesse, por exemplo o 1º está 1 "ele de cabeça pra baixo" então o 3º também ia. Ia sempre de 3 em 3 um "ele certo" e sempre de 2 em 2 o "ele de cabeça pra baixo" foi o que eu descobri e o 1º elemento era o "ele certo" era esse aqui [falou isso apontando para o papel].

Consideramos que ao descrever a seqüência, Angélica enuncia duas crenças:

-C_1 Que o "ele de cabeça pra baixo" caminha sempre de 3 em 3.

-C_2 - Que o "ele certo" caminha sempre de 2 em 2.

Angélica abandona a crença C_1 e adere a crença C_2 do Jairo em que para toda a seqüência, para os dois termos da seqüência a razão é 2.

Mais adiante ela justifica sua crença.

8. P – Será que a gente consegue criar uma regra para descobrir qual é o 20º termo sem ter
9. que ir de um em um.
10. N – Será que não é esse aqui, o "ele de cabeça pra baixo".
11. P – Porquê você acha que é esse aqui?
12. N – Porque se 10 é a metade de 20, do 20º, então se a gente somasse 10 + 10 vai dar
13. esse do mesmo jeito.

Angélica enuncia então a seguinte justificação (linhas 12 e 13).

J_1 - Que o vigésimo termo da seqüência vai ser o mesmo que o décimo termo da seqüência.

Essa justificação está relacionada com dobros e metades mas na justificação da Angélica ela quis chamar a atenção para o fato da seqüência se repetir em blocos, ou seja o 10º, o 20º, o 30º . Essa é uma colocação bastante interessante pois nesse tipo de seqüência não existe uma relação direta entre termo e posição da seqüência, num certo sentido o que existe é uma relação entre posições e posições.

14. P – Então Jairo se eu quiser saber qual a posição do 40, do 40º termo, qual vai ser a
15. posição.
16. R – Vai ser o 2º, a mesma coisa.
17. P – Qual é o 2º? Aponta para mim.
18. R – É esse aqui.
19. P – Você concorda? [Falava com Angélica].
20. N – Concordo, só que tem um problema quando for impar não tem metade
21. N – E o 23º?
22. R – Vai ser o primeiro elemento.
23. R – É porque o 2º elemento é dos pares e o 1º é dos impares.

Nesse trecho podemos identificar que Jairo enuncia a seguinte crença (linha 22):

C_3 - O primeiro elemento é igual a posição ímpar e o segundo elemento é igual a posição par.

> *24. N – Espera aí deixa eu ver [Falou isso e foi conferir no papel]. Mas como é que a gente*
> *25. vai. achar a metade dele? Como é que a gente vai saber qual é?*
> *26. P – Convence ela da sua explicação. Se precisar desenha. Ela está falando uma coisa de 27. metade.*
> *28. R – Metade? Mais aí vai ter sempre que ficar um sem a metade. Por que aí vai ter o 22 e*
> *29.vai estar tudo completo, aí o 23 vai ficar só um. Não vai ficar o quadrado.*

Ao tentar convencer a Angélica de sua crença, Jairo enuncia sua justificação(linha 27 e 28).

J_2- Se o quadrado for fechado vai ser um número par, se o quadrado for aberto o número é ímpar.

Essa crença aparece por se tratar de uma representação pictórica observando o desenho └ , ┐, └ , ┐, └ , ┐ ... podemos perceber que as posições pares sempre completam um pseudo quadrado, e nas posições ímpares o pseudo quadrado fica aberto. Após esse momento a professora sugere alguns exemplos para que eles respondam qual o elemento que ocupa as posições pedidas.

Mais adiante, Angélica se apropria da crença (C_3) do Jairo e a enuncia como sua ampliando a linguagem:

> *30. N – Tem uma coisa também que começa sempre o primeiro é ímpar e contando de*
> *31. .número em número o primeiro é 1 e o segundo é 2 então sempre começa com 1 então é*
> *32. ímpar, o 2 é par, 3 ímpar, 4 par vai usando essa regra até 20.*

C_4 - Qualquer número ímpar é igual ao primeiro, qualquer número par é igual ao segundo.

Angélica justifica sua crença:

J_3 - Utiliza a propriedade dos números serem pares ou ímpares.

Essa propriedade pode ser entendida da seguinte forma: um número é par quando ao dividi-lo por dois deixa resto zero e é ímpar quando ao dividi-lo por dois deixa resto um.

Ao final a professora pergunta se podemos ter uma regra geral para esta seqüência Jairo afirma que a crença C_4 da Angélica "está mais completa".

Crença	Justificação	Conhecimento	Tipo
Seqüência	dos	└, ┐, └, ┐, └, ┐,...	
C_1 - Que o "ele de cabeça pra baixo" caminha sempre de 3 em 3.	Crença abandonada		
C_2 - Que o "ele certo" caminha sempre de 2 em 2.	J_1 - Que o vigésimo termo da seqüência vai ser o mesmo que o décimo termo da seqüência.	(C_2 , J_1)	Relação entre Posição e Termo
C_3 - O primeiro elemento é igual a posição impar e o segundo elemento é igual a posição par.	J_2 - Se o quadrado for fechado vai ser um número par, se o quadrado for aberto o número é impar.	(C_3 , J_2)	Termo Geral
C_4 - Qualquer número impar é igual ao primeiro, qualquer número par é igual ao segundo.	J_3 - Utiliza a propriedade dos números serem pares ou impares.	(C_4 , J_3)	Termo Geral

Na seqüência dos └ , ┐, └ , ┐, └ , ┐, os conhecimento construídos foram do tipo Relação entre Posição e Termo e Termo Geral, os alunos retomaram a crença que leva em conta Metade e Dobro, mas ela não se adequava a seqüência proposta. A regra do termo geral foi enunciada pelos alunos sem muitas indas e vindas no diálogo.

Objetos Constituidos	**Fala dos alunos**
Razão	• Caminhar em blocos • O 10º, o 20º, 30º.
Par e Ímpar	• Quadrado fechado • Quadrado aberto
Funções	• Se par └ Se ímpar ┐

5- Conclusão

Esta dissertação pretendeu, a partir de uma concepção específica quanto ao que seja pensamento algébrico, explicitar como alunos de 5ª série produzem conhecimento quando envolvidos em atividades algébricas.

O nosso objetivo nas atividades propostas aos alunos era que eles construíssem uma regra geral para o termo das seqüências apresentadas, mais especificamente, pedimos que os alunos encontrassem uma regra que, para uma dada a posição permitisse encontrar o termo geral da seqüência. Queríamos que os alunos estabelecessem uma função que relacionasse termos e posições. É importante ressaltar que este não é o único caminho para se chegar ao termo geral. Os termos gerais das Progressões Aritméticas e Geométricas (P. A . e P. G.) envolvem também o conceito de recorrência, onde se pode inferir o termo geral a partir do primeiro termo e da razão da seqüência.

A análise partiu de um levantamento de crenças e justificações dos alunos envolvidos em atividades sobre seqüências numéricas e não-numéricas. Esta análise fortaleceu a nossa crença que o conhecimento não se constrói de forma linear. Os alunos produziram significados bastante sofisticados para o texto matemático Seqüências e constituíram uma rede de objetos para falar sobre elas, possibilitando-nos perceber que precisamos ouvir mais os alunos.

A Tipologia para Seqüências foi criada a partir de um trabalho de pré-análise do material de pesquisa. Após a utilização da Tipologia observamos que ela traz a tona relações sutis que envolvem o conceito de seqüências. O professor, na sua prática cotidiana, quando ensina este conteúdo não estimula o debate que permitiria o aparecimento dessas relações para os alunos.

Os conhecimentos construídos do tipo Termo Seguinte tratavam da relação existente entre um termo e o seu termo seguinte ou entre qualquer termo e o seu termo seguinte. Por exemplo, para que a razão da seqüência 2, 4, 6, 8,.. seja dois, não basta que a diferença entre 6 e 4 seja 2, é preciso que essa razão seja a mesma em toda a seqüência. As falas dos alunos mostraram que se trata de objetos diferentes, quando ele diz que "para encontrar o próximo termo eu preciso somar dois" ele está pensando na relação entre um determinado termo e o seguinte. Quando o aluno diz que a seqüência "caminha de dois em dois" ele está falando da relação entre todos os termos e os seus seguintes, ele fala da "fluência" da seqüência. Nestes debates, os objetos constituídos foram sucessor e razão de uma seqüência.

Os conhecimentos construídos do tipo Relação entre Posição e Termo envolvem as relações entre determinado termo e sua posição e um outro termo e sua respectiva posição. Por exemplo, na seqüência 6, 9, 12, 15,..., os alunos criaram uma regra para as posições pares em que, dada a posição pedida, era possível encontrar a posição que é metade dessa. Ou vice-versa, pegando o termo que ocupa uma posição era possível encontrar o termo que é o dobro desse termo. O aluno estabeleceu relações entre posição e termo em dois "lugares" na seqüência e estabeleceu uma outra relação sobre aquela. Os objetos constituídos nesse tipo de conhecimento foram dobro, metade, par e ímpar. Através da fala dos alunos identificamos como conceberam esses objetos, por exemplo para o número ímpar eles o chamaram de "número que não tem metade" (eles operavam sobre o conjunto dos números naturais).

Os conhecimentos do tipo Termo Geral tratam da relação que se estabelece entre qualquer termo da seqüência e sua respectiva posição. Por exemplo, o aluno disse que na seqüência 1, 5, 7, 1, 5, 7..., dada qualquer posição, basta somar os algarismos dessa posição até que se tenha um número menor ou igual a nove, pois o número que ocupa a posição pedida será o mesmo que ocupa a posição que resulta da soma dos algarismos. Os alunos criaram uma regra que trata da relação que se estabelece entre qualquer termo e qualquer posição daquela seqüência. Nesse tipo de conhecimento foram constituídos objetos como dobro, metade, par e ímpar com significados diferentes daquelas que se estabeleceram no tipo relação entre Termo e Posição. Neste tipo de conhecimento, os objetos constituídos foram funções que se revelaram através das falas dos alunos quando eles enunciaram "O termo é igual ao dobro da posição" , "O termo é igual a posição mais posição", "Se a posição for par é ⌉ se a posição é ímpar é ⌊".

Os conhecimentos do tipo Isomorfismo de Estrutura de Objetos, tratam das relações que se estabelecem entre os objetos constituídos de duas seqüências, os alunos compararam a estrutura de formação de uma com a da outra. São relações sobre outras relações. No tipo Relação entre Posição e Termo isso também acontece, a diferença é que lá a relação se dá no interior da seqüência, enquanto aqui a relação se estabelece entre duas seqüências distintas e ainda considera a "fluência" da seqüência. Esse fato se evidenciou quando o aluno disse a respeito da seqüência 3, 5, 7, 9... "Se a seqüência começasse com dois (ele referia-se a seqüência 2, 4, 6, 8...) a trigésima posição seria 60, mas como ela começa no três e também caminha de dois em dois então o trigésimo termo é só fazer o dobro e somar um". Ele chega ao termo geral através de um isomorfismo.

Os objetos constituídos pelos alunos nos fazem acreditar que essa pesquisa deve servir de subsídios para que o professor possa ouvir seu aluno de uma outra forma, buscando perceber através de suas falas quais objetos eles estão constituindo e, desse modo, poder também falar desses objetos tornando o diálogo com seu aluno mais significativo para os dois.

O trabalho da primeira etapa mostrou-nos que a partir de problemas usados pela maioria dos professores e livros didáticos é possível gerar um debate rico em reflexões pois são as justificações dos alunos que nos permite avaliar as razões que os levam a darem determinadas respostas. Recentemente as atividades de Sondagem dos Processos de Algebrização foram proposta num mini-curso[8] para professores de 1° grau. Estes professores mostraram bastante interesse na possibilidade de fazer questionamentos e discussões em torno do que eles estão habituados a fazer com seus alunos sem dialogar. A forma como esses problemas, considerados "simples", devem ser trabalhados é que deve ser outra.

Os significados e textos matemáticos que emergiram das falas dos alunos nos permitiu ratificar a escolha de uma abordagem em que pensar algebricamente é estar envolvido em atividade algébrica e esta não se restringe ao cálculo com letras. Consideramos que as expressões utilizadas pelos alunos são as "marcas" que nos permitiram discutir este pensamento. Os alunos constituíram o objeto Seqüências, estabelecendo uma rede de significados que envolvem o texto matemático Seqüências em relação com outros objetos constituídos por eles. Portanto, é coerente e razoável apontar os conhecimentos produzidos por esses alunos como modo de pensar algebricamente as Seqüências. É nesta perspectiva que compreendemos o trabalho com Álgebra antes da 7ª série.

O Modelo da Dinâmica dos Diálogos criados a partir da concepção de conhecimento de Lins (1997) nos permitiu avaliar a dinâmica das trocas entre os sujeitos envolvidos, a importância do outro na construção do conhecimento e das negociações e acordos feitos pelos sujeitos na produção de significados e constituição de objetos. Este Modelo não se aplica exclusivamente a nossa pesquisa, uma vez que fala objetivamente da dinâmica dos diálogos, não importando o tema. Consideramos de extrema importância para a relação ensino - aprendizagem a compreensão das implicações que decorrem do caráter dinâmico das trocas no interior dos diálogos entre os alunos e com o professor. Verificamos que os diálogos possibilitaram produções que provavelmente não seriam possíveis de outra forma. A necessidade de sustentar um ponto de vista, de convencer o outro, ou a escolha de uma maneira melhor de ver o problema, a adesão à idéia do outro, foram elementos que se mostraram fundamentais à obtenção dos resultados alcançados pelos alunos.

Acreditamos que esta pesquisa possa ser útil ao professor enquanto referencial dos objetos matemáticos que envolvem o conceito de Seqüências.

Esperamos que novos trabalhos de pesquisa em Educação Matemática prossigam ampliando a discussão aqui iniciada. Que novas pesquisas surjam a luz da concepção de conhecimento proposta por Lins e do Modelo da Dinâmica dos Diálogos, aqui elaborado, onde a linguagem é fator determinante na constituição de objetos matemáticos.

Bibliografia:

BELL, A . **Purpose in school álgebra**. The Journal of Mathematical. ICME - 7: Behavior. Davis, B. R., 1995. Volume **14,** number.

CAXFORD, A . F. e SHULTE, A . P. **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual Editora, 1994.

LINS, R. **O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico**. Blumenal : Revista Dynamis, 1994.

LINS, R.C. e GIMENEZ,J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI:** Perspectivas em Educação Matemática. Campinas - SP: Papirus, 1997.

MEIRA, L. **Atividade Algébrica e produção de significados em matemática: Um estudo de caso:** Tópicos em Psicologia Cognitiva. Recife : Editora Universitária da UFPE, 1996. Pag 170.

SFARD, A. **The Development of Álgebra: Confronting Historical and Psychological Perspectives:** The Journal of Mathematical. ICME - 7: Behavior. Davis, B. R., 1995. Volume **14,** number.

[1] Mestre em Educação Matemática - USU/RJ Endereço: Estr. da Meringuava 1805,Bl.2 ap.103 Jacarepaguá - RJ - CEP:22.723-440 Tel: (021) 440-1424

[2] Essa concepção de objeto de pensamento é fruto das discussões do Grupo de Pesquisa "Tomada de Consciência da Matematização", do MEM/USU, onde participaram: Frant, Kindel, Rabello e Oliveira (1997).

[3] Seminário Internacional: Tomada de Consciência da Matematização - Arthur Powell - 1996

[4] Essa metáfora foi criada a partir de um diálogo com Kindel, isso ilustra a importância do outro no processo de construção do conhecimento.

[5] Baldino ,1995, Campo Semântico Preferencial - o campo em que o professor opera.

[6] Este modelo Lins, 1994 utiliza em seu exemplo clássico para distinguir o conhecimento de uma criança do conhecimento de um matemático.

[7] Esta seqüência foi retirada do Livro Álgebra: das Variáveis às Equações e Funções , algumas das respostas que apareceram em nossa pesquisa, foram as mesmas dadas pelos alunos que participaram da pesquisa dos autores Souza E. R. de e Diniz M.I.de S.V. O que muda substancialmente, é a leitura, através de crenças e justificações que estamos fazendo.

[8] Mini-curso ministrado no 1º EEMAT /RJ - 1997.

ENSINO DA MATEMÁTICA NA GRADUAÇÃO DO CEFET/RJ
UM PROJETO PARA O ANO 2000

Ubatan Gomes Gurgel
Centro Federal de Educação Tecnológica - Rio de Janeiro

RESUMO

As disciplinas de matemática nos cursos de graduação (engenharia mecânica, elétrica e de telecomunicações), no Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET/RJ), constituem o maior gargalo no processo de formação do corpo discente. A necessidade de mudar este perfil foi sentida pelo departamento de matemática e desenho (DMD), responsável pelas disciplinas em apreço, que se propôs a dar solução ao problema. Esta decisão exigiu um projeto de restruturação do departamento, cujo desenvolvimento consistiu nas três fases descritas neste trabalho: (i) análise da situação atual ; (ii) identificação e distribuição das tarefas a realizar; (iii) proposta de um novo modelo. Na primeira fase, foram levantados dados que permitiram determinar o índice de reprovação e de possíveis razões do baixo rendimento praticado. Na segunda fase, foi feita uma proposta de criação de grupos de trabalho para realização de tarefas específicas em diferentes áreas. A terceira fase, caracterizou-se pela proposta de mudanças mais radicais no processo ensino-aprendizagem, surgida como a luza que de repente ilumina o caminho de uma pesquisa em desenvolvimento. O presente trabalho apenas aponta esse caminho que supõe uma solução para o ensino da matemática coerente com os recursos da ciência e tecnologia disponíveis na virada do século. Assim, tem-se a certeza de que o presente trabalho contribuirá com a atualização do processo ensino-aprendizagem, nem que seja por

provocar uma discussão sobre o assunto, da qual possa surgir a solução ideal.

Palavras Chaves: Atualização de Currículo, Qualidade em Educação, Ensino-Aprendizagem, Matemática na Graduação

1. INTRODUÇÃO

1.1 Histórico

Em julho de 1995, o Departamento de Matemática e Desenho (DMD), do CEFET/RJ estava estruturado com a organização funcional da figura 1, a seguir:

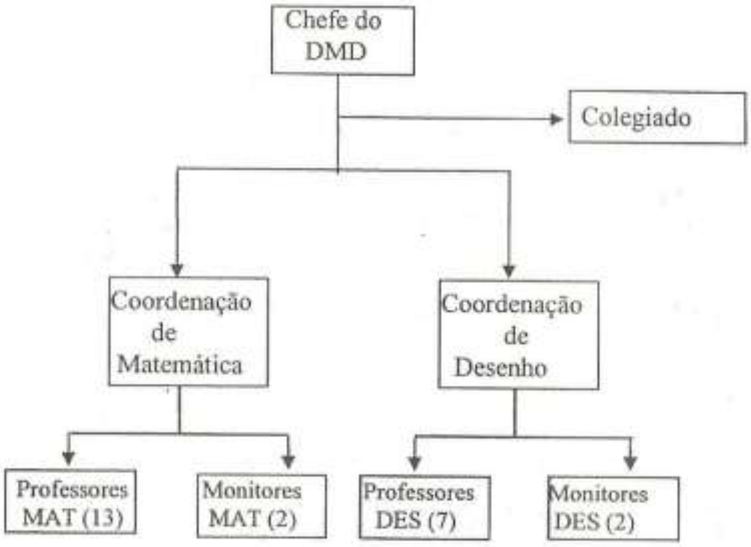


Figura 1- Organograma do DMD em Jun/95

Com esta estrutura organizacional, o DMD cumpria sua responsabilidade operacional, ministrando 9(nove) disciplinas na área de matemática(cálculos I, II, III e IV, cálculo numérico, cálculo vetorial e geometria analítica, álgebra linear, processamento de dados e probabilidade e estatística), e 5(cinco) disciplinas da área de desenho. Eram matriculados em média nas disciplinas de matemática 750 alunos por período, 21 turmas, funcionando em três turnos (manhã, tarde e noite).

O colegiado, com poder decisório sobre as regras a serem seguidas no desenvolvimento da missão, reunia-se obrigatoriamente apenas duas vezes por período letivo. Na oportunidade, eram discutidos os problemas que exigissem solução mais imediata, sem grande possibilidade de soluções ótimas.

Em conseqüência, era praticamente impossível à chefia o exercício eficiente de suas funções de coordenação, planejamento, controle e avaliação do processo ensino-aprendizagem a ser realizado.

Observava-se uma prática não uniforme nos procedimentos dos docentes, mesmo em se tratando do cumprimento de normas regimentais estabelecidas. Embora cada um procurasse fazer o que julgasse correto, a interpretação subjetiva das normas, levava a práticas que, muitas vezes, fugiam ao espírito da norma instituída.

A insatisfação salarial, fato reconhecido por todos, obrigava a maioria dos docentes a buscar de alguma forma o complemento necessário para satisfazer os compromissos do orçamento familiar. Desviava assim, parcela significativa da capacidade produtiva da equipe em prol do objetivo da escola.

Por incrível que pareça, esta situação prenha de dificuldades a serem suplantadas, veio a sofrer terrível ameaça de piorar ainda mais.

Essa ameaça, ficou por conta do pedido de aposentadoria de vários docentes, face às mudanças na legislação correspondente, propostas pelo governo, no final do ano de 1994.

Acredita-se ter sido isto a gota d'àgua que faltava, para motivar o pessoal no sentido de mudar esse estado de coisas. Era preciso modificar fisicamente o local de trabalho, tornando-o digno e aprazível. O professor queria reacender a chama do entusiasmo na realização de suas atividades. Queria voltar a ter satisfação no exercício de sua profissão. Queria promover a educação de forma global, passando à juventude exemplos de cumprimento do dever. Queria enfim, honrar com nobreza, o compromisso assumido com a sociedade, como retorno do que é investido no setor. Nasceu assim a idéia de um projeto de restruturação do DMD.

1.2 Apresentação e importância do problema a ser resolvido

Como decorrência natural das dificuldades descritas acima, ouviam-se comentários de ocorrência de "alto índice de reprovação" nas disciplinas de matemática, sendo considerado um "gargalo" no processo. Isto implicava num retrabalho exaustivo com alunos repetentes. Tal fato é sabidamente desgastante para alunos e professores, com sérios prejuízos para o sistema como um todo.

Mas, de repente, alguém indagou: o que é um "alto índice de reprovação"?

A resposta a esta questão só poderia ser dada de forma objetiva, quando houvesse disponível uma base concreta de parâmetros capazes de definir um processo ensino-aprendizagem ideal. Caso contrário, qualquer resposta não teria sentido. Serviria apenas para desmerecer ora o corpo docente, ora o discente, apontando um e outro como culpado, conforme a conveniência da resposta àquela indagação.

Para responder com precisão e seriedade à questão colocada, seria necessário uma análise global do processo ensino-aprendizagem em curso, com levantamento e análise de dados, que permitissem a taxinomia do processo. Isto levou a equipe motivada em implantar as modificações pretendidas no DMD a participar com maior interesse do "Projeto de Avaliação da Universidade Brasileira (PAIUB)". Este projeto, em pleno desenvolvimento no CEFET, enfrentava as dificuldades naturais impostas por aqueles que temem qualquer tipo de avaliação. Necessitava portanto de aliados para sua luta que consistia, essencialmente, na obtenção e processamento de dados para avaliação qualitativa e quantitativa dos diferentes setores da instituição. Ali, portanto, a equipe do DMD encontraria os indicadores de que necessitava para seu trabalho.

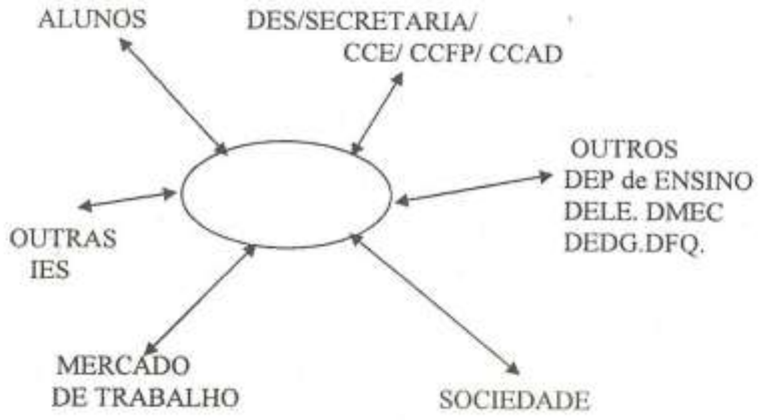
Verificou-se que a estrutura existente não oferecia condições de obter e processar os dados necessários à determinação dos indicadores definidos no projeto PAIUB. Impunha-se a necessidade de uma restruturação total do departamento. Em conseqüência, um projeto teria que ser desenvolvido com a característica de introduzir mudanças necessárias, sem solução de continuidade no processo em curso. O problema a ser resolvido assemelhava-se ao de implantação de um "Programa de Qualidade Total" para o processo de ensino no departamento. Observa-se que as mudanças exigidas, implicavam na colaboração de outros setores que deveriam melhorar seus serviços para atender às novas exigências. Ocorria assim uma reação em cadeia, no sentido da melhoria da qualidade em todos os segmentos da instituição que mantivessem qualquer tipo de vínculo com o DMD.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 Clientes do DMD e Grupos de Trabalho

Reuniu-se o colegiado para analisar a situação vigente e discutir um plano de trabalho capaz de realizar mudanças ainda não definidas. Esse plano compreenderia um conjunto de medidas de curto e outras de longo prazo. As primeiras seriam colocadas em prática imediatamente, uma vez que correspondiam a procedimentos já estabelecidos em normas em vigor. É válido observar ,entretanto, que algumas dessas normas estavam desgastadas pela impunidade, quando da não observância de seus cumprimentos. Como exemplos de normas que simplesmente precisavam ser reativadas, citam-se:- o cumprimento dos horários de início e término das atividades;- a apresentação do plano de trabalho para o semestre a ser iniciado (tanto para os alunos quanto para os coordenadores das áreas específicas); - a uniformização de procedimentos nos processos de avaliação da aprendizagem; etc... O esforço no cumprimento individual de tais obrigações seria a base para identificação das deficiências do processo em exercício. O saneamento de tais deficiências, certamente, exigiria uma programação mais demorada, com medidas de longo prazo. Estas seriam, pois, levadas a efeito quando da realização do projeto de restruturação do DMD.

Para definição dos objetivos e metas do trabalho a realizar era preciso identificar os clientes do DMD, como diz Juran [1]. Isto foi feito, procurando-se caracterizar o processo em execução e todos os órgãos ou elementos em ligação com o mesmo. Uma análise esquemática dessas ligações é ilustrada na figura 2, abaixo.



SIGLAS: DES = Departamento de Ensino Superior; CCE=Coord. Dos Cursos de Engenharia; CCFP=Coord.do Curso de Formação de Professores; CCAD=Coord.Controle e Aperfeiçoamento de Docentes; DELE=Dep. De Eletricidade; DMEC=Dep. de Mecânica; DEDG=Dep. de Educação e Disciplinas Gerais; DFQ=Dep. de Física e Química; IES=Instituição de Ensino Superior.

Fig.2-Clientes do DMD

Da análise desses vínculos, identificaram-se as atribuições do DMD com maior nitidez. Ficou clara a necessidade de melhor definição dos problemas a serem resolvidos, limitando a abrangência dos mesmos e estabelecendo uma ordem de prioridade para a abordagem de cada um. Da diversificação de assuntos envolvidos surgiu a necessidade de distribuição de tarefas e criação de grupos de trabalho como se segue:

Tabela 1 - Grupos de Trabalho

SIGLA	TÍTULO	TAREFA
GRC	Grupo de Revisão do Currículo	Programar a revisão do currículo;
GNG	Grupo de Normas Gerais	Criar normas gerais de ação;
GAP	Grupo de Avaliação do Processo	Criar sistema de avaliação do processo;
GAF	Grupo de Arranjo Físico	Projetar a mudança do local de trabalho;
GPM	Grupo de Pesquisa em Matemática	Definir o que e como ensinar matemática;
GPD	Grupo de Pesquisa em Desenho	Definir o que e como ensinar desenho;

2.2- Produtos do projeto

Entre os principais produtos a serem obtidos como resultado dos trabalhos dos diferentes grupos, citam-se; (i) Um local de trabalho com arranjo físico coerente com os padrões de modernidade e recursos disponíveis, abrangendo espaço físico, máquinas, equipamentos e tudo que fosse necessário para o desenvolvimento do processo; (ii) Um currículo atualizado e coerente com o perfil profissional do engenheiro que a escola pretendesse formar, naturalmente, para atender aos anseios da sociedade; (iii) Um conjunto de normas de ação capazes de uniformizar procedimento, melhorando o produto final com maior confiança na garantia da qualidade, isto é, em conformidade com o projeto; (iv) Um corpo docente atualizado, integrado e participante.

2.3- Viabilidade, abordagem técnica e programação

Dentro do que ficou estabelecido, o projeto parecia perfeitamente viável com a infra-estrutura disponível. Grande parte do trabalho a ser realizado dependia mais de mudanças de atitudes pessoais do que de recursos de qualquer natureza. O potencial humano era suficiente para cumprir muitas das etapas previstas, desde que houvesse vontade, motivação e um gerenciamento adequado dos recursos existentes.

Ficou estabelecido que a abordagem técnica de todo trabalho a ser realizado deveria ser feita dentro dos padrões e recursos atuais da tecnologia dominada pelo grupo ou disponível no âmbito das IES com as quais o CEFET/RJ mantém convênio. Dentro desse espírito, contar-se-ia com o que houvesse de mais moderno no país e no mundo, pelas características das instituições sediadas no Rio de Janeiro. Seria preciso, entretanto, fazer com que os convênios, saíssem do papel para a prática de cooperação mútua, maximizando o aproveitamento dos esforços e recursos comuns às partes interessadas. Dentro deste princípio, toda ação do projeto seria iniciada com um rastreamento em todos os nichos onde se pudesse localizar o que fosse melhor e mais adequado ao modelo em gestação.

Todo o desenvolvimento do projeto seria baseado no software "VISIO", da Microsoft. Esta ferramenta oferece inúmeras facilidades em todas as etapas de um projeto, tais como: programação e ordenação de tarefas, construção de cronogramas, redes PERT/CPM,etc...

2.4- Descrição de tarefas

As tarefas específicas de cada grupo de trabalho seriam perfeitamente definidas. Assim, por exemplo, para o grupo de revisão do currículos, teríamos: (i) Treinamento básico: -compreendendo a orientação dos professores quanto aos procedimentos e técnicas a adotar no trabalho de revisão de currículo; estabelecimento de uma forma de apresentação dos resultados; fixação de prazos; (ii) Planejamento da disciplina para o período 96/1: -planejar criteriosamente as atividades didáticas para execução do programa em vigor, com o objetivo de dimensionar o tempo mínimo para a abordagem de cada assunto previsto; (iii) Análise crítica do programa a executar: - identificar as deficiências do programa em termos do conteúdo programático, definição dos objetivos específicos de cada assunto, metodologias propostas, planejamento das avaliações e bibliografia; (iv) Pesquisa bibliográfica: -fazer a pesquisa bibliográfica, de acordo com a orientação do pessoal especializado nesta área (bibliotecários) e os recursos oferecidos pela Internet; (v) Pesquisa de metodologias e meios auxiliares: -especificar as metodologias adequadas para abordagem dos diferentes assuntos e os meios auxiliares a empregar; (vi) Especificação de recursos de informática: -indicar a utilização de programas ou softwares a utilizar na realização de exercícios; (vii) Proposta de novo programa de matéria: -redigir a proposta do programa reestruturado da disciplina.

Um novo modelo para registro do programa de uma disciplina foi estabelecido com as seguintes características essenciais: (a) descrição dos objetivos específicos de cada assunto, utilizando os verbos adequados que traduzem a modificação do comportamento do aluno ao dominar o assunto em apreço, conforme propõe Grounlund [2]; (b) o dimensionamento do tempo médio necessário para efetivação da aprendizagem de cada tópico; (c) a indicação dos procedimentos didáticos e meios auxiliares a empregar, inclusive, e essencialmente, os recursos de informática adequados; (d) uma orientação para avaliação do rendimento, utilizando os métodos mais adequados para cada assunto específico.

Esta forma aparentemente rígida na especificação dos programas, não inibiria a criatividade do docente no exercício de sua nova missão no processo ensino-aprendizagem. O novo papel do professor não é ensinar mas preparar e orientar a aprendizagem realizada efetivamente pelo aluno.

3. COMEÇANDO TUDO DE NOVO

Pelo que foi descrito acima, parecia tudo racionalmente correto ou pelo menos dentro de certa lógica. Um resultado satisfatório era esperado com otimismo, na medida em que as mudanças fossem introduzidas no processo ensino-aprendizagem praticado até então. Entretanto, constatou-se que o índice de reprovações praticado era da ordem de 50% por disciplina. Este fato exigiu um reexame mais acurado das causas determinantes desse índice. Chegou-se, lamentavelmente à conclusão de que o elevado índice de reprovações era mesmo coerente com os paradigmas estabelecidos pelo tipo de "escola autoritária", segundo a definição de Ramos [3]. Esse tipo de escola estava baseado na autoridade dos professores, dirigentes e funcionários, donos da verdade e do saber. Estes formavam uma estrutura hierarquizada e treinada para impor programas também estruturados que deveriam ser cumpridos por todos os alunos em doses periódicas comuns, independentemente das diferenças individuais. Essa escola vivenciava o princípio da competição entre professores e alunos. Os primeiros, dispostos a mostrar que os alunos nada sabiam, preparavam provas que mostravam o quanto estes desconheciam do assunto. Alguns, felizmente poucos, vangloriavam-se dos resultados desastrosos obtidos. Achavam que isso valorizava a disciplina pelo grau de dificuldade associado, e consequentemente, aumentava sua importância pessoal, por dominar aquele assunto, tão inacessível aos mortais comuns.

Os alunos, mesmo desconfiando do sistema, acabavam aceitando ou duvidando da sua competência. Quando não desistiam, lutavam desesperadamente para vencer as barreiras impostas naquele processo contínuo, cíclico e massacrante. A satisfação ao término de um período letivo não era a de ter aprendido ou dominado determinado assunto, importante para sua formação. Sentia apenas o alívio de ter-se livrado de um certo número de disciplinas.

Era preciso mudar toda essa estrutura. Passar da escola da competição para a escola da cooperação entre alunos e professores. Era preciso abandonar o regime autoritário e passar para o democrático. Neste, o aluno, como principal cliente do processo, teria o direito de opinar e escolher com maior liberdade o que fosse de seu interesse. Era preciso substituir os programas de matérias que não fossem úteis, por outros atualizados e que estivessem estritamente ligados aos objetivos gerais estabelecidos.

Poderia parecer que essas novas idéias destruiriam todo o trabalho realizado anteriormente. Não é verdade. Todas as propostas de restruturação continuariam válidas e enriquecidas com o rompimento de certos paradigmas que agrilhoavam a educação em programas e currículos concebidos sem as preocupações acima.

Na mudança da metodologia do processo ensino-aprendizagem, teria que ser levada em conta a velocidade própria de cada aluno, conforme as várias manifestações de inteligência. Ter-se-ia que criar um sistema que permitisse a cada aluno, caminhar em conformidade com sua capacidade e possivelmente cooperar na aceleração dos que tivessem dificuldade em qualquer etapa do percurso.

O dimensionamento adequado das características; utilidade, atualidade e velocidade de apreensão dos diferentes item de um programa, seria a tarefa mais difícil de todo o projeto de reforma. É sabido que um curso de Equações Diferenciais, por exemplo, pode ser dado em um mês, um ano ou vários anos, conforme seja o objetivo do mesmo.

O projeto para o ano 2000 seria como a criação de um "Laboratório de Matemática". Ali, os alunos iriam desenvolver pesquisas, realizar experiências e aprender a utilizar os diferentes recursos da matemática na solução dos problemas onde essa ferramenta fosse imprescindível. Os frascos desse laboratório seriam disquetes, fitas de vídeo, CD's e outros recursos da informática, multimídia etc. O conteúdo ou matéria prima a ser manipulada, seriam módulos devidamente preparados com os diferentes assuntos que compõem o mundo da matemática. Os professores seriam os laboratoristas, com a finalidade de orientar, tirar dúvidas, fazer pesquisas, preparar novas experiências e até dar aulas convencionais quando o assunto ou o grupo mostrasse interesse ou necessidade. O relacionamento professor-aluno seria modificado, criando-se um clima propício à aprendizagem, conforme propõe Spanbauer[4]. O certificado de aprovação em cada módulo seria estabelecido mediante um sistema de avaliação programado, em conformidade com os objetivos do assunto. O aluno não perderia mais tempo repetindo assuntos já dominados, podendo caminhar em conformidade com seu grau de desenvolvimento e capacidade em cada fase do percurso.

4- CONCLUSÕES

É inadmissível manter-se uma escola pública ou privada com um índice de reprovação de 50% em cada período letivo. O CEFET/RJ identificou a ocorrência deste fenômeno nas disciplinas de matemática e tomou providências para sanar o problema. O projeto de reformulação do departamento responsável, concluiu pela necessidade de mudanças mais profundas em todo o sistema, recomendando a implementação de um "Programa de Qualidade Total" a ser implantado. Para o caso específico da matemática, verificou-se a necessidade de reformulação do currículo e da metodologia do processo ensino-aprendizagem. Uma nova forma de tratar o aluno (principal cliente do sistema), teria que ser admitida passando-se da teoria X para a teoria Y de Hersey, conforme expõe Barbosa [5]; o aluno deixaria de ter má vontade com o estudo para considerá-lo agradável e lúdico. O professor necessitaria uma reciclagem para adaptá-lo a uma nova forma de agir. As figuras "dar aulas", "período letivo" e "provas" seriam suprimidas ou teriam interpretações diferentes das atuais. O enfoque ensino, que valoriza o professor, seria substituído pelo aprendizagem, cujo interesse está centrado no aluno, conforme a proposta de Lima [6]. O desafio é grande mas é necessário para nos prepararmos para o próximo milênio. O sistema educacional tem que adaptar-se à evolução da tecnologia. Houve uma inversão dos papéis; a escola anda atualmente à reboque dos sistemas produtivos que utilizam tecnologias de ponta enquanto a escola continua com quadro negro e giz. A escola precisa formar mais gente, com melhor qualidade e em menos tempo. Ir à escola deve tornar-se um prazer e não um sacrifício. Comecemos já as mudanças para que o professor recupere o seu lugar de destaque na sociedade.

5- REFERÊNCIAS

[1] Juran, J.M., "Juran Planejando para a Qualidade", Pioneira Novos Umbrais, S.Paulo.1992

[2] Gronlund, N.E., "A Formulação de Objetivos Comportamentais para Aulas", Editora Rio, Rio de Janeiro. 1975

[3] Ramos,C., "Sala de aula de Qualidade Total", Qualitymark Editora, Rio de Janeiro.1995

[4] Spanbauer, S.J., "Um Sistema de Qualidade para Educação", Qualitymark Editora, Rio de Janeiro. 1955

[5] Barbosa, E.F.,; et al, "Implantação da Qualidade Total na Educação", Editora Littera Maciel Ltda., Contagem, Minas Gerais., 1995.

[6]Lima,L. O, "Mutações em Educação Segundo McLuhan", Editora Vozes Ltda., Rio de Janeiro.1973.