ERRO DO SIGNIFICADO OU SIGNIFICADO DO ERRO? [1]

Roberto Ribeiro Baldino[2]
Tânia Cristina Baptista Cabral[3]

Resumo

Este artigo trata de um caso exemplar, em que as dificuldades de um aluno de cálculo ao calcular uma integral indefinida, quando examinadas de perto, revelam-se dificuldades de manipulações algébricas em nível de sétima série. O estudo do caso é precedido de considerações que deslocam a questão dos erros cometidos pelos alunos do domínio cognitivo para o pedagógico: a predisposição de o professor ouvir o aluno e de este se responsabilizar por sua aprendizagem. A observação do caso relatado foi possível porque ocorreu em uma sessão de recuperação paralela de um curso universitário (cálculo) organizado segundo a pedagogia da Assimilação Solidária. Discute-se, também, o encaminhamento didático adotado.

O erro no universo do ensino

O senso comum que domina o ensino tradicional vigente tende a desvalorizar o que é categorizado como erro. Há pesquisas que se dedicam a detectar os erros cometidos pelos alunos com o mesmo empenho com que se procura o inimigo no campo de batalha e a exterminá-los empreendendo campanhas de ensino semelhantes às militares. Com essa estratégia consegue-se um certo grau de amestramento do ser humano, a gosto das aparências oficiais. Entretanto, logo que as pergunta se afastam dos padrões do treinamento ressurgem as respostas estapafúrdias. Ressurgem os casos em que, por mais que se "mostre" para o aluno o "**erro**" em sua resposta, ele "não vê". Para o aluno nada está mal. Cabe, então perguntar, o que significa dizer que o aluno não vê"? O que o aluno "está vendo" para não ver o que se quer que ele "veja"?

Focalizar as dificuldades dos alunos pelos **erros** por eles cometidos também tem gerado algumas pesquisas. Há trabalhos que compreendem os erros, ou concepções, como efeitos de um conhecimento precedente, que teve um domínio de validade bem definido e que, diante de novos problemas, fracassa. Essa é a concepção de obstáculo epistemológico [4]. As pedagogias fundamentadas na transposição de obstáculos apontam para a posição e o trabalho com conflitos. Deste ponto de vista, o professor precisa conhecer que obstáculo deverá ser transposto para escolher situações em que as concepções dos alunos não podem mais funcionar, por um lado. Por outro lado, o grande desafio que se apresenta é ser preciso que o novo conhecimento apareça como necessário ao aluno, levando-o a concluir que: 1) com seus instrumentos atuais ele não poderá dar conta da situação; 2) com esse novo instrumento ele poderá dar conta da situação; 3) o novo instrumento está ao alcance de sua capacidade. Portanto, incidir obre os obstáculos para obter uma modificação das concepções dos alunos, em situação de aprendizagem é tarefa

---

[1] Resultado parcial de pesquisa realizada no Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática da UNESP, - Rio Claro, apresentado por um dos autores na mesa redonda *O erro no processo de ensino e aprendizagem da matemática* no I Simpósio de Educação e Ensino, UNESP - São José do Rio Preto, Departamento de Educação, 16 a 18 de outubro de 1997.

[2] Docente da UNESP - Rio Claro.

[3] Docente da UFSCar, doutoranda da USP, membro da Escola Brasileira de Psicanálise.

[4] Conceito cunhado por Bachelard [1980] para se referir às condições psicológicas que impedem ou permitem a evolução da razão científica. Esse conceito foi introduzido tanto na Educação Matemática quanto no Ensino de Física pela escola de didaticistas franceses.

que, desde já, se apresenta como escapando ao domínio meramente cognitivo e abrangendo, também, o domínio pedagógico, ou seja, a organização e os valores da sala de aula.

Miriam Amit [1992], por exemplo, mostra como abordou a questão da aprendizagem dos alunos sobre o conceito de derivada e suas aplicações. Esse trabalho teve por objetivo realizar um diagnóstico baseado na análise sistemática de erros cometidos por calouros em Matemática. Foram examinadas 294 soluções de problemas conceituais que compuseram um questionário e foram realizadas entrevistas individuais acerca dos problemas evidenciados. A análise fornece um quadro a respeito dos erros que são denominados *distorções de teoremas matemáticos*. Ou seja, interpreta-se que os alunos usam os resultados de maneira *distorcida*. As maneiras como os alunos manipulavam resultados e teoremas serviram para elaborar categorias que as incluem: aplicação de proposições em condições que diferem das estabelecidas pelos teoremas, modificação da proposição original, mantendo intactas as condições e aplicação e inferências lógicas inválidas.

Dando um passo à frente, encontramos trabalhos que admitem as idéias trazidas pelo aluno como elementos fundamentais a serem relevados na aprendizagem. Em alguns deles, vemos as dificuldades de aprendizagem referentes a temas como conceito de limite, conceito de função, processos infinitos e números reais serem tratadas, por exemplo, a partir de idéias como obstáculos epistemológicos, idéias intuitivas, concepções primeiras ou espontâneas, concepções malformadas, conceituação ingênua, imagens-conceito e representações mentais [ARTIGUE, 1992; CORNU, 1983; DAVIS & VINNER, 1986; MOURA, 1993; PINTO & GRAY, 1995; PONTE, 1984; ROBINET, 1986; SIERPINSKA, 1983, 1985 e 1987; TALL & VINNER, 1981; VINNER & DREYFUS, 1989].

De maneira geral, esses trabalhos consideram as idéias dos alunos como fontes de problemas cognitivos no ensino de CDI. Outras fontes de problemas cognitivos têm sido consideradas: inconsistências decorrentes da incapacidade de o aluno compreender uma demonstração matemática e lidar com estruturas lógicas [ALIBERT & THOMAS, 1991; AMIT, 1992; BERNARD, 1995; HANNA, 1991]; inconsistências associadas à percepção, ao conteúdo e à comunicação [TALL, 1991] e a dificuldade de lidar com os vários significados que um mesmo símbolo, em nível da sintaxe, pode conjugar [ALIBERT et al., 1988; BALDINO, 1992].

A relação entre dificuldade de ensinar e construir estratégias é praticamente direta: tanto mais vasto é o campo das dificuldades levantadas, tanto mais amplo será o campo de estratégias para com elas poder lidar. As estratégias formuladas na literatura repousam em idéias de aprendizagem ativa e aprendizagem significativa e, para alcançar esse escopo, lança-se mão de: reforçar o uso de intuições e metáforas, construir novos *softwares*, trabalhar com manipulações simbólicas, elaborar engenharia didática, usar mapas cognitivos, resolução de problemas, modelagem, entre outros.

De certo modo, o objetivo dessas e de outras estratégias é criar condições de modo que <u>o aluno possa ter modificadas suas concepções</u>. Em resumo, espera-se que o aluno possa incorporar novos procedimentos técnicos, articular os conceitos nos vários domínios em que emergem, desenvolver competências para trabalhar com a lógica e, sobretudo, desenvolver atitudes que possibilitem desempenhar-se satisfatoriamente no que diz respeito aos processos de abstração a que está submetido.

Os estudos sobre concepções espontâneas e alternativas permitem que sejam evidenciadas cenas das quais o professor, de modo geral, procura distanciar-se, por saber muito pouco a respeito de como conduzir, aí, a aprendizagem. As cenas a que nos referimos dizem respeito às situações em que muitos problemas matemáticos são satisfatoriamente resolvidos sem que seja necessário o uso de definições formais. Essas situações são consideradas estorvos pela visão clássica porque impedem que os "verdadeiros conceitos", ao serem ensinados, possam ser assimilados pelo aluno. O grande mérito das pesquisas, então, acerca das concepções alternativas, é mostrar que as idéias usadas e muitos dos erros que aparecem são legítimos e que é preciso trabalhar com todo esse quadro. Nesse ponto, é fundamental indagar: como fazer com que o aluno responda de outra maneira?

O fracasso do ensino da matemática em todos os níveis de ensino e as rotinas de sala de aula que o sustentam, deve-se, sobretudo, ao desencontro de imaginários de professores e alunos, imaginários que, por não terem passado pelo simbólico, levam ao desacerto. O desencontro de imaginários refere-se às maneiras contrárias de professor e aluno encararem certas situações, isto é, quanto à demanda a que cada um pensa estar respondendo. Para completar, argumentamos o seguinte. Qual é a eficácia de adiantar para o aluno uma dúvida ou uma dualidade se, enfim, para ele não existem dúvidas, não há contradições, não há sobreposições? De fato, é possível constatar que a maioria dos alunos pode não estar "bem preparada" para isso ou aquilo, da maneira como se gostaria. Entretanto, é preciso encontrar um modo de compreender, no sentido mesmo de interpretar, as respostas que o aluno dá quando defronta com certas situações, através de nelas tentar evidenciar as justificações que lhes dão sustentação. Assim, As respostas não deveriam ser interpretadas pela ausência do modo correto de pensar, mas, sim, como a maneira própria de o aluno justificar.

Dessa perspectiva, além da transferência de conhecimento de um campo para o outro, passa ser possível falar de transferência de habilidade. A preocupação que ocupa lugar central para a Zacary [1989] é que a Matemática usada em Ciências é vista como enfadonha e desinteressante. As reflexões da autora sobre esses dois aspectos que aparecem quando o aluno tem de lidar com Matemática levaram-na a pôr em questão, principalmente, uma situação significativamente relevante: aprendizagem centrada no professor ou centrada no aluno? Que modelo se quer usar? Essa questão desloca a discussão das dificuldades do ensino para as dificuldades de aprendizagem. O que nos chama atenção nessa discussão é a autora enfatizar que projetos assentados em tais concepções exigem um pré-requisito interessante: uma predisposição do professor ouvir o aluno e uma predisposição de o aluno dividir responsabilidades por sua aprendizagem" [ZACHARY, 1989: 342].

Um dos exemplos exibidos por essa autora e no qual tocaremos abaixo, é o seguinte: pedia-se que fosse encontrado o valor da incógnita relativa ao tempo, na equação $v = u + at$, em função dos valores atribuídos às velocidades u e v e à aceleração a. O problema, de certo ponto de vista, é simples. Todavia, a julgar pelos "erros" que foram observados, o problema não era simples para os alunos. Em termos matemáticos, solicitava-se aos alunos que resolvessem uma equação linear. Três métodos de resolver a equação foram propostos, após alguns alunos terem sido ouvidos. O primeiro método era o de entender a equação, socorrendo-se do modelo de uma balança que deve permanecer em equilíbrio: todas as operações realizadas de um lado devem ser efetuadas sobre o outro lado. O segundo método dizia respeito à utilização de propriedades algébricas. O terceiro se referia ao modelo de "diagrama de fluxo" em que as operações efetuadas sobre o lado direito da equação deveriam ser feitas inversamente sobre o lado esquerdo [ZACHARY, 1989: 341].

Destacamos esse exemplo com a finalidade de fazer ver ao leitor o seguinte. Nos termos da autora, esses procedimentos são entendidos como modelos matemáticos. Nos termos que propomos, diremos que são **modos de significar**. Qual o significado do sinal de igualdade para o aluno? Como e por que ele irá elaborar um novo significado?

Esse trabalho permitiu, em primeira instância, estabelecer uma diretriz de como ver as respostas dos alunos. Os "erros" identificados nas falas dos alunos – e mesmo de professores – caracterizam maneiras de significar ou representar um conceito. Tais respostas têm sido designadas na literatura como concepções espontâneas, raciocínios alternativos ou representações espontâneas. Tentando caminhar na direção de incorporar elementos que estejam articulados a uma teoria da produção de significado, pensaremos as **concepções** (espontâneas ou não) como um encadeamento de falas de um sujeito diante da demanda. Falar deve ser entendido como: o sujeito está trabalhando sobre a produção de sentido na relação entre fluxo de significantes e fluxo de significados.

Estudo de um caso: do terceiro grau à sétima série

Relataremos a aula de recuperação paralela de 9 de outubro de 1997 da turma de cálculo I para alunos do curso de Física da UNESP, Rio claro[5]. A disciplina é anual e está organizada segundo a pedagogia da Assimilação Solidária [Melo, 1997, Silva, 1997]. As técnicas de integração foram objeto das aulas das quartas-feiras, desde o mês e maio. O método de integração por substituição tinha foi iniciado em maio e foi objeto de duas provas, em 18 de junho e em 30 de setembro. O episódio abaixo ocupou 1 hora e 45 minutos da aula de recuperação paralela, destinada apenas a alunos com nota da prova individual abaixo da média a turma. Não se trata de um caso excepcional. Cerca de uma quarta parte de alunos dessa turma comete erros semelhantes ao relatados aqui e persiste neles com igual insistência. Estão presentes 4 alunos da turma e uma aluna de Pós-Graduação em Educação Matemática. O professor pede a TEN que vá ao quadro calcular uma primitiva: $\int \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}}+16}}{9x^{\frac{1}{3}}}\,dx$. Ele escreve:

TEN: $\int u|v = \int \frac{u'v - v'u}{v^2}$

PROF: Não entendi. O que você fez?

TEN: É a *integral da divisão.*

PROF: Como assim? De onde veio essa fórmula? (TEN tenta explicar, mas apenas aponta o que escreveu.) Onde você a viu?

TEN: No Swokowski.

PROF: Mostre onde.

O aluno vai olhar o livro, nas páginas iniciais:

TEN: Ah. Esta é para a Derivada.

COMENTÁRIO: Do ponto de vista do leigo, o aluno teria "se enganado", cometido um deslize momentâneo, etc. Do ponto de vista do matemático, a natureza desse erro indica que o aluno está muito longe de poder realizar o que se pede que ele faça. O professor do ensino tradicional vigente, diante dessa situação, optaria por mandar o aluno sentar-se, ajudando-o

[5] Os diálogos foram reproduzidos de memória após a aula, a partir das anotações do professor e da aluna de pós-graduação, Andréia Büttner Ciani. A leitura do relato não exige conhecimentos de cálculo.

a se desculpar, por “ainda não ter estudado a matéria”, aconselhando-o paternalmente a estudar mais. Pediria a um de seus favoritos para vir ao quadro e dar conta do recado. Aqui, entretanto, nas sessões de recuperação paralela, coloca-se como missão da turma, não a de resolver o problema, mas, sim, levar o aluno que está ao quadro a resolvê-lo, procurando o diálogo a partir de pontos tão elementares quanto necessário. O aluno jamais vai se sentar sem ter produzido um discurso e sem ter a certeza de que o que disse foi ouvido.

PROF: OK, tente outra coisa.

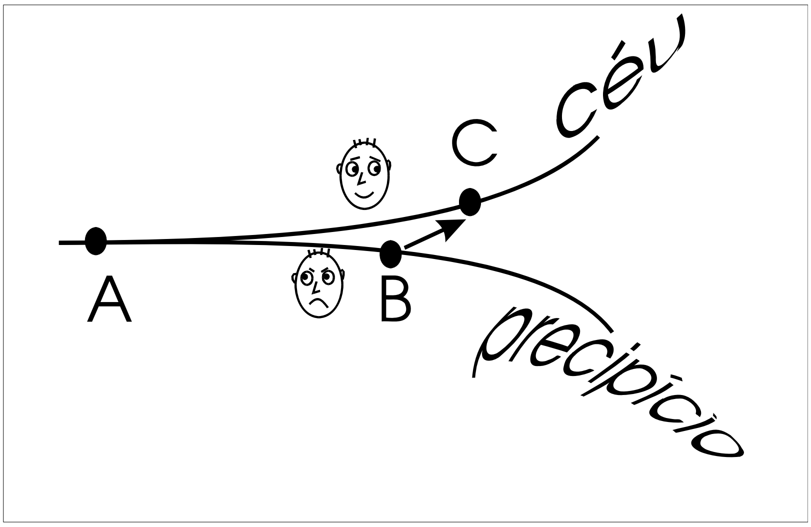
TEN: $\int \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}}+16}}{9x^{\frac{1}{3}}}dx = \int \frac{\left(81x^{\frac{2}{3}}+16\right)^{\frac{1}{2}}}{9x^{\frac{1}{3}}}dx = \int \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}}}}{9x^{\frac{1}{3}}}+\frac{\sqrt{16}}{9x^{\frac{1}{3}}}dx$

PROF: Como você fez?

TEN: *Separei* aqui.

PROF: (Encaminhamento:) Calcule $\frac{\sqrt{9+16}}{5}$ do jeito que você fez aqui. (Ele termina reconhecendo que não dá o mesmo resultado e que, do jeito que fez, está errado.)

PROF: (Interpretação:) Esse tem sido um erro muito comum no curso de cálculo. Tenho assinalado muitas vezes que $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$, mas não adianta. Os alunos têm preferências pelas justificações que dão. Já desenhei esse diagrama noutro dia. Você segue preferencialmente por esse caminho aqui e termina no abismo (ver figura). Quando você está em B, como agora, nós o avisamos de que está errado e transportamos você para C, que é o caminho do céu. Porém, da próxima vez que você vier por essa estrada, talvez ainda hoje, você segue de novo no caminho B. É preciso que você mesmo construa uma espécie de aviso, que marque esse caminho com um sinal vermelho para não entrar mais nele e possa optar, quando estiver na posição A, em seguir na direção de C. Essa é a dificuldade do ensino. Pode-se mostrar o caminho, mas, seguir por ele é uma opção sua. É a isso que se chama "estudar" de maneira correta. Não adianta mandar você para casa fazer mil exercícios de álgebra, porque você poderá estar apenas reforçando esse caminho.



PROF: (Instrução:) Faça outra coisa.

TEN: $\int \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}}+16}}{9x^{\frac{1}{3}}}\,dx = \int \frac{9x^{\frac{1}{3}}+4}{9x^{\frac{1}{3}}}dx$

PROF: Como você fez?

TEN: (Justificação:) *Extraí a raiz.*

PROF: (Encaminhamento:) Calcule $\sqrt{3^2+4^2}$. TEN calcula dos dois jeitos e conclui que do jeito que fez está errado.

PROF: (Interpretação, dirigindo-se à turma:) O que foi que ele fez?

TURMA: Caiu no precipício de novo.

COMENTÁRIO. Por que o aluno repetiu o erro? Porque, para ele, não se tratava de repetição. Ele estava fazendo "outra coisa". Em nenhum momento ele estava fazendo $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$. Ele já sabia que isso não poderia fazer, tanto que teve o cuidado de escrever o radical sob forma de expoente ½ antes de operar. No primeiro caso ele estava executando uma operação, "separar", no segundo, estava executando outra operação, "extrair a raiz". O fato que, do ponto de vista matemático, as duas levem ao mesmo "erro" apenas nos indica a insuficiência da conceituação matemática para dar conta da situação didática. A situação didática deve ser capaz de prover este aluno com meios para acender o sinal vermelho antes de entrar no caminho B. É inútil ameaçá-lo, puni-lo ou reprová-lo. Quando ele se dá conta o erro, já é tarde. É preciso acompanhá-lo desde A, prever que ele vai entrar em B e mostrar a ele a entrada de C. É preciso fazer isso várias vezes, até que AC se constitua como um trilho, um sulco no terreno, um caminho natural que faça sentido para ele. Vejamos como isso pode ser e a que preço.

PROF:(Instrução:) Faça outra coisa.

COMENTÁRIO. Este aluno costuma permanecer vários minutos em silêncio, olhando o quadro-negro. Quando fala, usa poucas palavras, em voz muito baixa e fica cobrindo o que escreve com o corpo. Agora vai ocorrer uma exceção:

TEN: (Verbalização, para a turma:) Já que tem céu, não haverá um anjo-da-guarda?

COMENTÁRIO: Nas sessões de recuperação paralela a turma tem por atribuição ajudar o aluno que está no quadro, levando-o a compreender através de perguntas e encaminhamentos, sem resolver o problema por ele. Agora o aluno solicita ajuda da turma. É só nesse momento que é possível fazer o que se denomina "ensinar". O aluno reconhece que esgotou suas possibilidades, que suas tentativas de transformar a expressão em outra, mais simples, com recursos só algébricos não são suficientes. Apesar de ter resolvido muitos exercícios de integração pelo método de substituição durante as aulas regulares, ele não entra por aí. Entretanto, à medida que nota que seus recursos são insuficientes, abre-se para aceitar algum tipo de ajuda. Antes disso, toda sugestão seria inútil, porque estaria cortando um caminho que ainda não teria sido explorado até o fim. Esse é o momento em que Lacan diz que se "abriu o postigo".

PROF: (Sugestão:) Tente uma substituição

COMENTÁRIO: O Professor de Mecânica, referindo-se às disciplinas do primeiro ano, diz que "é como se eles nunca tivessem visto nada". Estranho fenômeno, esse, pelo qual todas as condições são dadas para que os alunos aprendam X, todas as barreiras são interpostas aos que não aprenderam X e, na verdade, o que eles aprendem é Y. Em vez de substituição, eles aprendem a "separar" e "extrair a raiz", a "integrar a divisão".

PROF: (Diante da longa quietude de TEN:) Em que você está pensando?

TEN: (Verbalização:) O problema é achar uma substituição conveniente.

PROF. Antes de procurar a conveniente, faça uma qualquer, para aprender a fazer substituições. A conveniente surge com o tempo.

TEN:

$$u = \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}} + 16}}{9x^{\frac{1}{3}}} \qquad D\frac{u}{v} = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$du = \frac{(81x^{\frac{2}{3}} + 16)^{\frac{1}{2}}}{9x^{\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{1}{2}((81x^{\frac{2}{3}} + 16)^{-\frac{1}{2}} 3x^{-\frac{2}{3}} - (81x^{\frac{2}{3}} + 16)^{\frac{1}{2}} 9x^{\frac{1}{3}}}{81x^{\frac{2}{3}}}$$

COMENTÁRIO: Há, em primeiro lugar, um erro de denominar *du* a cópia do *u*, onde ele apenas substituiu o radical pelo expoente fracionário. Descuido? Pressa? Economia de escrita? Veremos que esse "erro", na verdade é sintoma de toda uma estratégia de procedimentos. O sinal de igualdade não tem, para esse aluno (e para muitos outros) o significado que o professor gostaria que tivesse. Depois há o duplo erro da derivação, primeiro porque não seguiu a fórmula que ele mesmo propôs e, segundo, porque a derivada da potência está incompleta. O aluno confundiu? Atrapalhou-se? Não aprendeu a regra da cadeia? Veremos que não é bem isso.

PROF: O que você fez?

TEN: (Justificação:) Fiz a derivada da divisão.

PROF: (Apontando ao primeiro sinal de igual:) Aqui você já derivou?

O aluno concorda que apenas substituiu o radical. Com ajuda do professor, ele conserta a escrita. O professor se detém sobre a aplicação da fórmula de derivação.

PROF: Aqui você derivou *u*? E aqui copiou *v*?

TEN. Foi.

PROF: Não está parecendo...

O aluno concorda que errou e refaz a conta, sem contudo corrigir a derivada da potência. O professor escreve em separado $(81x^{\frac{2}{3}} + 16)^{\frac{1}{2}}$ e pede que TEN calcule a derivada.

TEN: $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}81x^{-\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

PROF. Que regra de derivação você está aplicando?

TEN: Da soma.

PROF: Olhando para cá você vê uma soma? Esse expoente, aqui, não conta? Que tipo de função é?

TEN: É uma exponencial.

PROF: Como x^2 ou como 2^x. A variável está na base ou no expoente?

TEN: Está na base.

PROF: Então, é preciso informá-lo, porque é uma questão de nome que você não pode descobrir sozinho. Quando a variável está na base, a função se chama:...? (Nem o aluno nem seus colegas sabem. O professor continua.) Chama-se potência. Exponencial é quando a variável está no expoente. Qual é a regra da derivada da potência? (TEN não se lembra.) Onde está a ficha que dei a vocês com as regras de derivação? Há uma versão recente, distribuída duas semanas atrás. (TEN vai buscá-la na carteira.) Procure e leia a regra.

TEN: (Localiza a regra da derivada da potência entre treze outras. O professor pede que ele a leia.) *A derivada de uma potência é o expoente vezes a base elevada ao expoente menos uma unidade, vezes a derivada da base.*

PROF: (Interpretação:) Observe que esta foi a maior seqüência de palavras que você pronunciou até aqui. (Instrução:) Execute o que você leu. Vá repetindo a regra à medida que deriva. (O mesmo processo é repetido com a derivada do quociente, até que a expressão do *du* fica completa.)

COMENTÁRIO: A leitura da frase, com a permanência do som da voz de TEN durante vários segundos, contrastou com seu silêncio habitual. Foi quase como se outra pessoa estivesse lendo a regra. Inúmeras vezes o professor tinha insistido em que as regras de derivação deveriam ser repetidas em voz alta à medida que fossem aplicadas. Fez isso, tanto nas aulas regulares, indo de grupo em grupo, quanto nas aulas de recuperação paralela, não só com colegas de TEN, diante dele, mas também com o próprio TEN, mais de uma vez. Enfatizou, o quanto pôde, que isso era muito importante. Entretanto... O que ele esteve fazendo para deixar de fazer o que se pediu que fizesse? Em que acreditou? Que importância deu a essa instrução do professor? Acreditou que poderia continuar e obter aprovação sem verbalizar a regra, que poderia achar outro caminho que não o indicado?

Não se pode concluir que TEN seja um aluno que "não quer nada", como os matemáticos costumam dizer. No último bimestre sua estratégia foi a seguinte: ele teve 98% de participação nos trabalhos de sala de aula, em grupo, e 41% de presença nas sessões de recuperação paralela. Obteve 1,98 na prova escrita individual e 10 na prova em grupo. Apesar de todos os integrantes desse grupo terem tido notas baixas na prova anterior, dois deles tinham se recuperado e obtiveram notas individuais acima de 5, enquanto a média da parte individual da prova foi 2,89. A nota da prova de TEN ficou em 3,99, enquanto a média da turma foi 3,14. Sua nota do bimestre foi essa mesma, uma vez que, não participando das recuperações paralelas, não se beneficiou da nota em Assimilação Solidária. Se tivesse vindo a mais algumas dessas sessões, sua nota teria subido para uma nota de aprovação. Porém, a participação nas sessões de recuperação paralela requer que o aluno vá ao quadro, onde agora ele está. Depois da última vez que ali esteve, quando ficou evidente a impossibilidade de lidar com a álgebra a partir dos esquemas que usava, passou três semanas sem retornar. A sessão que estamos descrevendo é a primeira do quarto bimestre. Cabe então perguntar: Por que ele veio? Convenceu-se de que sua estratégia no o levará à aprovação? O que ele quer? E ao procurar isso que busca, o que ele vai encontrar?

PROF: (Encaminhamento:) A integral que você obteve é $\int u dx$. Parece mais fácil, mas ainda falta substituir o dx. O *du* que você obteve está cheio de *x*; vai ser preciso passar tudo para u. Isso vai dar muito trabalho. Recomece, como fez há pouco o colega que o precedeu. Calcule x a partir de $u = \frac{\sqrt{81x^{\frac{2}{3}}+16}}{9x^{\frac{1}{3}}}$, isole o *x* para depois calcular o *dx*.

COMENTÁRIO: Teria valido à pena o professor manter a estratégia que vinha usando e deixar o aluno esgotar o caminho das tentativas de substituir x?

TEN: (Silêncio.)

PROF: O que você está querendo fazer?

TEN: *Extrair a raiz.*

PROF: Como?

TEN: Cortando aqui (indica a simplificação do índice do radical com os expoentes).

PROF: Como você fez antes?

TEN: Ah é!

PROF: (Interpretação, para a turma:) Parece que o sinal vermelho está começando a funcionar. (TEN concorda.)

TEN: Então como é?

COMENTÁRIO: Novo momento de abertura do postigo, em que o aluno se torna receptivo à aprendizagem.

PROF: (Encaminhamento:) Você está diante de uma igualdade. A única coisa que você pode fazer é operar do mesmo modo nos dois membros. Pode multiplicar, dividir, somar, fazer qualquer coisa, desde que faça a mesma coisa dos dois lados. Sua colega ILA, relutou muito, mas terminou aprendendo a fazer isso. Tente fazer desaparecer essa raiz.

TEN: (Quietude.)

PROF: (Encaminhamento:) Se x $\sqrt{x} = 3$, quanto é x?

TEN: x = 9.

PROF: O que você fez?

TEN: Elevei ao quadrado.

PROF: E sumiu a raiz?

TEN: É.

PROF: Então faça a mesma coisa ali.

TEN: $u^2 = \dfrac{81x^{\frac{2}{3}} + 16}{81x^{\frac{2}{3}}} = 1 + 16$

PROF: O que você fez?

TEN: (Justificação:) Dividi.

PROF: (Encaminhamento:) $\dfrac{2+6}{2} =$

TEN: (Escreve:) $\dfrac{8}{2} = 4$

PROF: Faça como você fez ali.

TEN: (?)

PROF: Você dividiu este por este e copiou esst aqui. Faça a mesma coisa ali.

TEN: $\dfrac{2+6}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$ $\qquad \dfrac{2+6}{2} = 1 + 6 = 7$

PROF: (Encaminhamento:) É assim que você tem que fazer ali.

TEN: (Silêncio.) (O postigo não estava aberto.)

PROF: (Encaminhamento:) Vamos tomar uma equação mais fácil: $5 = \dfrac{y+7}{y}$

TEN: O que é pra fazer?

COMENTÁRIO: Aqui não é o postigo que se abriu. Ele pede uma instrução que o livre da responsabilidade de decidir. Em geral, quando o aluno pede uma diretriz, ele não está receptivo à aprendizagem.

PROF: Resolva. Ache o y.

TEN: (Escreve:) $y = \dfrac{y+7}{5}$ (Olha para o professor, como esperando a confirmação de que está pronto.)

PROF: (Encaminhamento:) Calcule o valor de y. Prossiga.

TEN: $y - y = \dfrac{7}{5}$

PROF: O que você fez aqui?

TEN: *Passei dividindo* (5) e *passei multiplicando* (y).

PROF: E aqui?

TEN: *Passei subtraindo.*

PROF: Como?

TEN: Estava somando, passei subtraindo.

COMENTÁRIO: Do ponto de vista matemático o erro eqüivale a $y = \frac{y+7}{5} = y + \frac{7}{5}$, o mesmo cometido antes. Para TEN é algo diferente.

PROF: (Para a turma:) E agora, pessoal? O que a gente faz?

ALUNO: (Encaminhamento:) Você só pode operar dos dois lados da equação. Não pode "passar" nada.

TEN: $25 = \frac{y^2 + 49}{y^2}$

COMENTÁRIO. O aluno aprendeu recentemente que pode elevar dos dois lados ao quadrado. Tenta fazer isso aqui. Ele está atento e aprende rápido. Se, lá, deu certo elevar ao quadrado, aqui também isso pode funcionar, principalmente quando não se sabe o que fazer e a escola pede que se faça alguma coisa.

PROF: Não falta um pedaço?

TEN: (Corrigindo:) $25 = \frac{y^2 + 49 + 14y}{y^2}$

PROF: Como se faz para passar este y para cá, só operando dos dois lados?

TEN: $25y = \frac{y^2 + 49 + 14y}{y^2}\, y = \frac{y^2 + 49 + 14y}{y}$

PROF: E como se faz para passar este 5 pra lá, aqui, nesta equação? $y = \frac{y+7}{5}$

TEN: (Escreve rápido:) $5y = y + 7$

PROF: Como você fez?

TEN: *Passei multiplicando*.

COMENTÁRIO: O aluno retoma sua justificação preferencial: as regras do passa-passa cuja aprendizagem lhe custou tanto e cujo sucesso o trouxeram à universidade. Mesmo que esteja convencido de que sua estratégia diante do curso, evitando expor-se ao quadro negro, não o levará à aprovação, isso não implica que ele queira abrir mão dessas regras.

PROF: Sem "passar", só operando. Existe um sinal, o de igualdade, que é o único verbo usado aqui. Só quando você afirma "é igual" é que pode errar. Esse sinal é o centro de tudo.

TEN: $5y = \frac{y+7}{5} 5 = y + 7$

PROF: (Encaminhamento:) Prossiga. Calcule y.

TEN: (Silêncio.)

ALUNO: (Encaminhamento:) Para eliminar o 5 do denominador o que você fez?

TEN: Multipliquei por 5.

ALUNO: Por quê? Porque 5 dividido por 5 da 1. Agora, para eliminar este y, o que você tem que fazer para dar zero?

TEN: Subtrair y?

PROF: Tente.

TEN: $5y - y = y + 7 - y$, $4y = 7$, $y = 7/4$

PROF: (A última passagem foi rápida.) Como você achou este 7/4?

TEN: *Passei dividindo.*

PROF: Sem "passar"!

TEN: (Finalmente parece se dar conta de que tem outro jeito de fazer, sem "passar" e tenta conscientemente aprendê-lo:) $\frac{4y}{y} = \frac{7}{4}$ $y = \frac{7}{4}$

TEN: (Verbalização:) Eu nunca tinha feito desse jeito. (Pouco depois:) Eu sempre tento aprender.

PROF: (Interpretação:) O tempo está esgotado. A integral não chegou a ser calculada. Eu não sei se isso que faço com vocês dá certo. Não sei quanto tempo leva. Alguns se recuperam em um ano, outros, em dois, outros em três, como o CAP, que tirou a nota mais alta nessa prova. Outros ficam ano após ano do mesmo jeito. Não sei que tempo você vai levar. Faço assim, porque não conheço outro jeito. Se alguém souber, que me diga, porque eu começo hoje mesmo.

COMENTÁRIO: No final da sessão os silêncios de TEN ficaram consideravelmente mais curtos. Havia, quase, um diálogo entre ele e o professor. Seu olhar passou a revelar uma certa aproximação. Sua frase final, referindo-se a "esse jeito", mostra que ele reconhece que está diante de um método, a que ele se refere como o "jeito". A estratégia da sessão, com os encaminhamentos adotados pelo professor, levou à revelação da precariedade dos esquemas que ele vinha empregando: passa-passa, "extrair a raiz", "separar", "passar subtraindo", etc. Como aluno esforçado, ele aprendeu a descobrir regras para cada caso. Falta saber se ele vai se comprometer em desenvolver esse método como método preferencial seu, ou se vai recair nos esquemas antigos.

Para chegar nesse ponto, foi preciso que ele reconhecesse a ineficácia dos esquemas que são, afinal, estratégias diante, tanto da matemática quanto do curso em si. Ele tentou o quanto pôde permanecer como era. Não vir à recuperação paralela significava a possibilidade de conservar esses esquemas. Porém, ficou evidente que, sem a recuperação paralela não obteria aprovação. Então não tinha outra alternativa. Parece que o aluno só aprende em última instância.

Em seguida, ele parece ter reconhecido, ao final da sessão, que esse esquema de operar sobre os dois membros da igualdade é possível, que ele pode aprendê-lo. Isso porém, ele parece perceber, vai implicar uma mudança geral e desestruturação de toda a teia de regras *ad hoc* armadas para lidar com a matemática. O tempo está esgotado a integral não chegou a ser calculada. ai ter de se "reciclar" desde a sétima série. Essa teia teve sua época de sucesso. Constituiu-se como obstáculo epistemológico. A verbalização antecipada da regra de derivação vai em paralelo com a verbalização de decidir vir ou não vir à recuperação paralela. Este aluno votou contra o contrato de trabalho em AS, mas não verbalizou sua oposição na plenária. A estratégia do silêncio, adotada por muitos alunos diante da escola e estimulada pelos professores do ensino tradicional vigente, está presente, não só na matemática, mas na pedagogia também. Está arraigada na cultura: não se expor enquanto se espera que surja alguma vantagem pela qual seja possível a ascensão social.

O conceito de erro matemático revelou-se insuficiente para encaminhar a situação didática. Porém a repetição do erro indicou o ponto a ser trabalhado. É preciso levar o aluno a percorrer o caminho C várias vezes, percorrer o caminho junto com ele, fazer com que opere sobre o sinal de igualdade em vez de "passar", fazer com que ele substitua em vez de transformar o integrando. O sinal "=" que lhe parecia, e talvez ainda pareça, mera burocracia, ficou claro ao calcular o *du.* Esse sinal deve adquirir a importância, o *significado* de um princípio a ser seguido e procurado em todos os casos. A interpretação e o reconhecimento pelo professor e pela turma, do modo pelo qual ele está dando a resposta, o reconhecimento pelo aluno do significado que está sendo atribuído ao que diz, isso constitui um retorno do ponto B ao ponto A, a partir do qual se pode prosseguir junto com ele ao ponto C.

É surpreendente que esses alunos consigam promoção no sistema de créditos escolar e ultrapassem a barreira do vestibular. Chegam à universidade, ficam nela mais tempo do que o oficialmente exigido, aperfeiçoam seus esquemas *ad hoc* e terminam colando grau. Uma vez professores, realimentam o processo pelo qual obtiveram êxito. Contribuem para o que se chama "custo Brasil". Se educação é adaptação ao meio, como se depreende de uma das acepções do Aurélio, estes alunos estão muito bem educados e adaptados à sociedade em que vivem. São extremamente inteligentes e esforçados. Para eles o sistema escolar é perfeito.

Relato de um caso: tirei o mínimo

É a aula de recuperação paralela de 3 de setembro de 1997. Estão presentes 9 alunos. O professor pede a XEN que vá ao quadro.

XEN: Não posso, estou com bronquite, foi a resposta.

FAB, sentada a seu lado, ri. Ele fica vermelho.

XEN: Sério. Estou com bronquite; o giz é um veneno.

PROF: De fato, eu estava alarmado com sua tosse durante a aula. É sério.

Todos riem.

PROF: Eu tenho dois problemas, o joelho do WAN e sua tosse. Há dois anos o WAN disse que não podia ir ao quadro porque estava com muita dor no joelho. Perguntei-lhe como ele chegara na aula. De carro? Não, disse, ele, à pé. Uma vez o FAM também falou que tinha alergia ao giz. Na aula seguinte eu trouxe uma caixa de giz anti-alérgico. Se você está com bronquite, tudo bem; nas duas aulas seguintes, quando você estiver melhor, você virá ao quadro. Todos pareciam se divertir muito com a cena. Ele terminou se levantando e foi ao quadro. O professor colocou a integral indefinida $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}}\,dx$. XEN ficou muito tempo olhando. O professor esperou pacientemente. Finalmente escreveu:

XDN: $\sqrt{x} = u$

Ao calcular $u^2 = x$ começou a rabiscar alguma cisa sobre a igualdade $\sqrt{x} = u$. O professor se levantou e marcou essa igualdade com uma roda. Insistiu:

PROF: Esse é o seu compromisso fundamental. Tudo mais vai decorrer daí. Não escreva mais nada dentro dessa roda. Calcule tudo em separado.

XEN escreveu $u^2 = x$. Apontou para a raiz cúbica:

XEN: Posso chamar de v?

PROF: Não. Na integral só pode aparecer u, nenhuma outra letra.

COMENTÁRIO: Provavelmente, logo que tivesse escrito v, XEN tentaria integrar por partes, que é o método preferido dos alunos nesse estágio. Várias vezes XEN tentou colocar um v na integral. Finalmente, reclamou:

XEN: Se não posso usar outra letra, como é que vou substituir isso?

COMENTÁRIO: Abriu-se o postigo, ele se tornou receptivo ao encaminhamento.

PROF: Se u^2 é x, o que é raiz cúbica de x?

Uma aluna o auxilia.

ILA: Você só pode partir das equações que tem e operar dos dois lados da mesma maneira.

O professor a aplaude:

PROF: *Voilà mademoiselle, c'est ça.*.

COMENTÁRIO: ILA costumava errar as manipulações algébricas, usando regras de passagem que ela não explicitava. O caso está relatado em outro lugar. Durante dois anos o professor insistia com ela para que ela aprendesse a fazer as contas desse jeito, girando em redor do sinal de igualdade. Finalmente, ao que parece, ela adquiriu esse esquema e agora o cobra de XEN, donde o contentamento do professor.

Depois de muitas idas e vindas, finalmente XEN escreveu:

XEN: $\sqrt[3]{x} = u^{\frac{2}{3}}$

O cálculo do *dx* não apresentou problemas: $dx = 2udu$. Esses valores foram substituídos na integral, também sem hesitações. XEN começou a calcular:

XEN: $\int \frac{u\,2u}{1+u^{\frac{2}{u}}}du = \int u\left(1+u^{-\frac{2}{3}}\right)2udu$

PROF: O que você fez?

XEN: *Passei multiplicando.*

O professor foi apagando os símbolos um a um, primeiro o sinal de integral e o *dx*, depois o *u* e o *2 du*, até que ficou: $\frac{1}{1+u^{\frac{2}{3}}} = 1+u^{-\frac{2}{3}}$

PROF: Foi isso?

XEN: Foi.

PROF: Então você fez $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$? (1)

XEN: Não.

COMENTÁRIO: A resposta indica que XEN se lembra das inúmeras vezes em que essa expressão apareceu escrita em seus exercícios e provas, seguidas de pontos de interrogação e comentários indignados. Ele sabe que isso está errado, *mas ele não acha que foi isso que fez!*

PROF: Vejamos aqui: $\frac{1}{1+b^2} = 1 + b^{-2}$. Isso está certo?

XEN: É. Está.

PROF: E aqui: $\frac{1}{a+b} = a^{-1} + b^{-1}$?

XEN: É, foi isso.

PROF: Bom. Você concorda que a elevado a menos um é um sobre a?

XEN: É.

PROF: Então foi assim: $\frac{1}{a+b} = a^{-1} + b^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$?

XEN: É, isso está certo.

COMENTÁRIO: O aluno não reconhece que antes tinha dito que não era isso que fizera. Provavelmente a expressão intercalada como passo intermediário foi suficiente para afastar sua lembrança do sinal vermelho associado à expressão (1).

PROF: Então, $\frac{1}{4+2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$?

XEN: É.

PROF: Vamos calcular: $\frac{1}{6} = \frac{1}{4+2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$ (2)

PROF: Mas três quartos não é igual a um meio? Como fica isso?

XEN sorri, um pouco desconcertado.

PROF: Você fez o que muitas vezes já fez e que eu vivo dizendo que está errado. (Virando-me para a turma:) Como esta conta estava embutida no meio de uma integral, ele não reconheceu e caiu aí de novo. (Voltando-se para XEN:) Tente outra coisa.

O professor reescreve a integral, agrupando os dos u's sob a forma u^2. XEN concorda que o fator 2 pode ser posto para fora.. Depois de algum rabisco à margem, ele escreve:

$$2\int \frac{u^2}{1+u^{\frac{2}{3}}}\,du = 2\int \left(u^2 + u^{\frac{4}{3}}\right)du$$

PROF: Chegue para o lado para que eles possam ver. (Dirigindo-se à turma, pergunta): O que foi que ele fez? Após algum tempo FAB responde:

FAB: Fez a mesma coisa de novo.

COMENTÁRIO: Lacan diz que a repetição é irmã do gozo. Aqui há algo que XEN não verbaliza e que ele gosta muito de fazer. Conjeturamos que é poder *continuar a conta*, passar de um estado desagradável a outro , mais satisfatório, evitar uma situação traumática. Se ele aprender a conferir as contas através de operações aritméticas, se, para ele, a álgebra não for mera sintaxe, mas passar a ter alguma aritmeticidade, ele não poderá mais fazer isso: morrerá um pouco.

Guiado pela turma, XEN volta ao cálculo anterior e, aparentemente, reconhece que está errado. Entretanto não demonstra espanto por ter repetido o erro. Na verdade, do ponto de vista de XEN, não se trata de um erro. A Nova expressão algébrica, com u^2 no numerador, é diferente da antiga, onde o numerador era 1. Nova expressão, nova sintaxe.

PROF: Tente outra coisa.

Ele escreve o sinal de integral e, depois deste, um longo traço de fração:

XEN: $$2\int \frac{u^2}{1+u^{\frac{2}{3}}}du = 2\int \frac{u^2\left(1+u^{\frac{2}{3}}\right)+u^2}{1+u^{\frac{2}{3}}}du$$

PROF: O que você fez?

XEN: *Tirei o mínimo*, foi a resposta.

PROF: Como foi isso?

O professor procura ganhar tempo para entender como ele pensou.

XEN: Foi como você fez ali (respondeu XEN apontando para o cálculo do 1/6 na equação (2))

Ele recompõe o cálculo da soma de frações que tinha sido mal apagado, para mostrar que o que fez está certo. Finamente, parece que o professor entendeu o que ele fez, porque exclamou:

PROF: Ah, mas está errado.

XEN: Como? Está errado? Se foi o mesmo que você fez?

COMENTÁRIO: Um deslize do professor. Informar ao aluno que o que ele fez está errado, apenas tem o efeito de bloquear o diálogo. É preciso criar uma situação em que seja ele a dizer que está errado. O que XEN fez foi o seguinte. Os sinais de + adquiriram conotações de vezes:

$$\frac{u^2}{1\underset{\times}{+}u^{\frac{2}{3}}} = \left(\frac{u^2}{1}\underset{\times}{+}\frac{u^2}{u^{\frac{2}{3}}} = \frac{u^2\left(1.\underset{+}{\times}u^{\frac{2}{3}}\right)+1.u^2}{1\underset{+}{\times}.u^{\frac{2}{3}}} = \right)\frac{u^2\left(1+u^{\frac{2}{3}}\right)+u^2}{1+u^{\frac{2}{3}}}$$

Já não é possível analisar essa resposta do ponto de vista da matemática. Desse ponto de vista, trata-se de um delírio. Entretanto, esse delírio parece ser um grande “barato” para XEN. Ele o repete sempre que pode, mesmo ao preço de realizar complicados cálculos mentais. Até ca a aula durou mais de uma hora. Neste ano XEN está muito esforçado, tem vindo a todas as aulas. Dele, pode-se dizer o que se quiser, menos que seja "subdotado", expressão usada por um professor do Departamento de Matemática da UNESP para se referir a esses alunos. Depois que XEN aprende, ele não esquece. Realizou a proeza de chegar até o primeiro ano da universidade sem relacionar o pensamento algébrico com o aritmético. A álgebra, para ele, é pura sintaxe. Essa é certamente uma forma de inteligência. É pena que não seja institucionalmente valorizada.

Discussão [6]

PROF. ANTÔNIO CÉSAR FRASSETO: Várias vezes você se referiu a "ponto de vista da matemática" e "ponto de vista do sujeito". Você poderia esclarecer melhor o que isso significa?

AUTORES. Sua pergunta me permite esclarecer o que é da ordem da repetição, ou seja, do gozo, nas falas desses alunos. Do ponto de vista da matemática eles *repetiram erros*. O segundo caso relatado é mercante. O sujeito fez três vezes: inverso da soma é soma dos inversos. Entretanto, para poder repetir, foi preciso que ele não reconhecesse, ou, até, produzisse um desconhecimento dessa repetição, uma espécie de "disso nada quero saber" que permitiu que se desbloqueasse, que fosse à frente, escrevendo de maneira lógica e inteligente uma continuação da matemática a partir do ponto em que estava. Entretanto, para o professor, é o paradigma matemático que indica que o significante ele deve marcar, entre os que o aluno lhe envia. É diante do erro, portanto do ponto de vista da matemática, que se deve pedir ao aluno para explicar o que fez, sem, contudo, mostrar-lhe o que vai mal no que fez. É preciso que ele mesmo elabore seu drama e escolha sua saída diante dele, ou seja, escolha a resposta que vai dar à demanda que a instituição escola lhe põe através do professor e da matemática. A escolha da resposta preferencial envolve um gozo que Zizek [1992] denomina gozo do sentido. A escolha da resposta que, enfim, é a saída diante do drama, não é determinada pelo simbólico, mas, sim pelo real e pelo imaginário. Aí é que está a dificuldade dessa relação entre ensino e aprendizagem que, na palestra de hoje da manhã foi classificada acertadamente como relação de oposição. A aprendizagem não ocorre no domínio simbólico-cognitivo. É nesse ponto que a psicanálise e a sala de aula de matemática se aproximam. Não estamos querendo aplicar a psicanálise ou orientar a sala de aula pela psicanálise, nem, muito menos, psicanalisar o aluno. Estamos querendo que a teoria psicanalítica diga alguma coisa sobre nossa prática, sobre isso que estamos fazendo com os alunos.

PROFA. MIRTES ABDELNUR: Como fica a questão da ansiedade nesse modo de encaminhamento que você adota? Eu, aqui, ouvindo o relato, estava aflita, ao ver o aluno começar uma questão de terceiro grau e terminar com dificuldades de sétima série. Como fica a ansiedade do aluno nesse processo?

AUTORES: Tudo depende do ambiente da sala de aula. A matemática causa ansiedade porque o sujeito pode encontrar e conferir as respostas em nível de seu organismos biológico, se é que essa expressão tem algum sentido. Não saber a tabuada não é da mesma ordem de não saber qual é a capital da Bulgária ou quanto é o produto interno bruto do Brasil. Há uma culpa pelo erro muito fácil de ser imputada ao sujeito. A matemática é uma ameaça ao leigo. Alguns a amam, a maioria a odeia, mas não há indiferença. Quando encontramos alguém e dizemos que trabalhamos com matemática, muitos logo se desculpam: Ah, de matemática nada entendo. Com isso se põem ao abrigo dessa culpabilidade intrínseca pela desconstrução imaginária que o sujeito se imputa. O professor do ensino tradicional vigente sabe explorar isso muito bem para separar os "bons" dos "fracos" e, com isso, contribui para fazer da matemática o instrumento de controle e dominação que ela é. Porém na aula de recuperação paralela que você viu exposta aqui, e na organização da sala de aula segundo a Assimilação Solidária, a matemática, o acerto matemático, não é um valor. Não interessa se está certo, interessa é que se produza uma justificação, que se saiba como o aluno pensou. Portanto o valor fundamental aí não é a matemática, é ouvir o outro, é a *escuta diferencial* que está em jogo. Aliás, é isso que o professor de matemática já não sabe mais fazer, escutar. Melhor dizendo, ele trabalha através de identificações que, sem qualquer exagero,

---

[6] Perguntas feitas por ocasião da apresentação na mesa redonda *O erro no processo de ensino e aprendizagem da matemática,* no I Simpósio de Educação e Ensino, UNESP - São José do Rio Preto, em 17 de outubro de 1997.

poderíamos dizer que são da ordem do narcisismo. Como dizia Caetano Veloso "Narsciso acha feio o que não é espelho". Se o professor não encontra uma imagem semelhante a sua, ele naturalmente, rejeita. É narciso que está presente. Já na Assimilação Solidária o sujeito tem certeza, após algumas semanas de trabalho, que seja lá o que for que venha a dizer sobre a matemática, isso será ouvido pelo professor e pelos colegas e isso lhe será devolvido, junto com um esforço de não distorcer e de interpretar. É uma escuta diferente da escuta psicanalítica, porque ela é *seletiva*, pois não se trata de ouvir o sujeito sobre sua crise de bronquite, ou sobre sua resistência em vir ao quadro. O que se propõe é dar-lhe a segurança de que o passa-passa que ele usou também faz parte de um imaginário, que é uma operação logicamente possível, embora o leve ao abismo. É preciso que o simbólico evidencie, de saída, um encontro de imaginários. Entretanto, para ativar o simbólico, é preciso que um acordo pré verbal tenha tido lugar: é preciso que o aluno tenha vindo a aula, como é preciso que o paciente entre no consultório. A certeza que o sujeito tem de que sua respostas será acolhida, tanto pelo professor como pela turma, como sendo uma resposta logicamente válida e que não será desprezada como matematicamente errada, é isso que esvazia a ansiedade.

PROFA. LENI RODRIGUES MARTINS TEIXEIRA: Como se pode evitar isso que está ocorrendo em terceiro grau? Os alunos estão chegando à terceira série do ensino elementar sem saberem escrever o nome. Parece que algo parecido está ocorrendo na universidade. Você acredita que seria possível resolver esse problema a partir do desenvolvimento de um trabalho desde a escola elementar?

AUTORES: É claro que esse trabalho deve ser tentado, mas deve-se levar em conta que não se está lidando só com o domínio cognitivo. A pergunta é a seguinte: será que essa sociedade, essa cultura, os pais e as mães, vão aceitar que seus filhotes pautem suas ações por princípios, em vez de regras *ad hoc* ? Será que vão aceitar que digam: eu vou operar dos dois lados do sinal de igual e, de fato, operem sobre os dois lados do sinal de igual? Será que vão aceitar que digam: eu vou à aula para aprender matemática e, de fato, venham à aula para aprender matemática? Será que vão aceitar que os compromissos declarados sejam cumpridos? Afinal, as classes dominantes dessa sociedade costumam declarar uma coisa, exatamente para fazerem outra. Costumam fazer as leis para não serem cumpridas por elas, para serem cumpridas apenas pelas classes subalternas. Rasgam a constituição quando isso lhes convém. O advogado é o mestre em defender teses, sejam quais forem, perante essa sociedade. O assassinato, registrado em vídeo e que o país inteiro viu, "necessita abertura de inquérito", "precisa ser investigado", "requer apuração rigorosa dos fatos", "precisa de uma *prova*". Já não se sabe o que essa palavra significa. Parece que prova é aquilo que se procura quando não se quer achar. Nunca há culpados, só suspeitos. Nessa sociedade, o sofisma é a regra básica de ascensão social. Ora, será que essa sociedade vai estar disposta, de repente, a pautar sua conduta por princípios declarados, como os da matemática ? Será que vai adquirir, de um momento a outro, paixão pela lei, será que vai gozar com o respeito à lei, com o cumprimento da lei? Ou será que, pelo contrário, vai continuar legislar em torno da esperteza. O acordo de lideranças só é atingido quando todos sabem como manter seus privilégios diante da nova lei. No momento em que escrevo esta linha, tocam a campainha. É alguém que pede uma esmola e solicitamente me alcança o jornal que acabou de chegar [7]. Na primeira página lemos a frase do ministro da saúde, legítimo representante da classe acima aludida: "Se refletirmos sobre o texto legal, nós verificamos, que, com *muita sabedoria*, (grifo nosso) o legislador disse que o direito à saúde do cidadão é um dever do Estado. No entanto, em nenhum momento afirma que é obrigação do Estado assumir integralmente a prestação ou

[7] Folha de São Paulo, 19 de outubro de 1997.

financiamento da saúde". Vejam que não há limites para o deslize do significado sob o significante. A única coisa que essa sociedade ainda não conseguiu sofismar são as quatro operações. Nenhum advogado ou ministro jamais ousou dizer que dois e dois, em certas circunstâncias, podem não ser quatro. Por que motivo essa sociedade iria, de um momento a outro, aprender matemática? Não estamos dizendo que esse esforço não deva ser feito, nas escolas. Estamos dizendo que a ação educativa é, antes de tudo, política. Não se trata de enfiar matemática na cabeça das pessoas, trata-se de fazer com que se *comprometam com o que dizem*, alunos, professores e funcionários, na escola e na vida. A matemática pode ser um instrumento privilegiado no exercício dessa prática educativa.

PROFA. MENGA LUDKE: Diante dessa situação, que você mostrou, em que se encontra a universidade e, certamente, todo o sistema escolar, o que se pode fazer ? Que solução você sugere? Por onde começar?

AUTORES: Realmente, que fazer diante disso? Do ponto de vista de nossa felicidade, teria sido melhor não olhar o que foi mostrado aqui. Abrimos uma porta. Jamais poderemos fechá-la, nem fingir que não vimos através dela. Será preciso fazer alguma coisa, embora saibamos a dimensão do que queremos mudar. Foram apresentados um quadro, uma análise e uma *possível solução* diante dessa análise: a ética do trabalho na escola, consubstanciada na proposta da Assimilação Solidária. Certamente não será essa a única solução diante dessa análise e, mesmo, haverá outras análises que partirão de outros quadros. Começar por onde? Só há um lugar. É o lugar onde estamos, quarenta ou mais horas por semana, os professores do ensino superior, na universidade, os dos ensinos elementar e médio, nas escolas. É preciso, entretanto, concatenar essas ações para que umas não se oponham e desfaçam as outras. Para isso é necessário um amplo debate que parta do que a escola é, não do que ela deveria ser. É preciso valorizar as *análises não normativas* e evitar o açodamento das soluções consensuais. Enquanto confundirmos educação com sacerdócio, as coisas ficarão onde essa concepção as levou.

Bibliografia

ALIBERT, D.; ARTIGUE, M.; COURNILLE, J.M. et al. (1987); Le Theme "Differentielles". Un Exemple de Cooperation Maths-Physique dans la Recherche. In Vergnaud, G.; Brousseau, G & Greco, H.M. (Eds.). Actes du Colloque de Sèvres, **Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques**: 7-45. Editions La Pensée Sauvage.

ALIBERT, D. & THOMAS, M. (1991); Research on Mathematical Proof. In Tall, D. (Ed): **Advanced Mathematical Thinking**, 215-230. Netherlands: Kluwer.

AMIT, M. (1992); Students' Misconceptions in Understanding Calculus Theorems. In Artigue, M. & Ervynck, G. (Eds.): **Seventh International Congress on mathematical Education. Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus**, 38-40. Québec: Collège de Sherbrooke. ARTIGUE, M. (1992); Functions from an Algebraic and Graphic point of view: Cognitive Difficulties and Teaching Practices. In Dubinsk, E. & Harel, G. (Eds.): **The Concept of Function. Aspects of Epistemology and Pedagogy**, 109-132. USA: Mathematical Association of America.

BACHELARD, G. (1980); **La Formation de l'Esprit Scientifique. Contribution a une Psychanalyse de la Connaissance Objective**. Paris: Vrin.

BALDINO, R.R. (1992); Students' Difficulties in Calculus. In ARTIGUE, M. & ERVYNCK, G. (Eds.): **Seventh International Congress on mathematical Education. Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus**, 35-37. Québec: Collège de Sherbrooke.

BERNARD, T. (1995); The Impact of 'Meaning' on Students' Ability to Negate Statements. In Meira, L. & Carraher, D. (Eds.) **Proceedings of the 19th International Conference for the Mathematics Education**, 2: 11-17.

CORNU, B. (1983); **Apprentissage de la Notion de Limite: Conceptions et Obstacles**. These de Doctorat de Troisieme Cycle des Mathematiques Pure. Université Scientifique et Medicale de Grenoble.

DAVIS, R.B. & VINNER, S. (1986); The Notion of Limit: Some Seemingly Unavoidable Misconception Stages. **Journal of mathematical Behavior**, 5: 281-303.

HANNA, G. (1991); Mathematical Proof. In TALL, D. (Ed.): **Advanced Mathematical Thinking**, 54-61. Netherlands: Kluwer

MELO, J. R. (1997) *Assimilação Solidária dá certo?* Dissertação de Mestrado. UNESP, Rio Claro.

MOURA, M.E.B. (1993); **Student's Alternative Frameworks About the Notion of Limit**. Thesis of Master Degree of Science, Cornell University.

PINTO, M.M.F. & GRAY, E. (1995); Difficulties teaching Mathematical Analysis to Non-Specialists. In Meira, L. & Carraher, D. (Eds.): **Proceedings of the 19th International Conference for the Mathematics Education**, 2: 18-25.

PONTE, J.P.M. DA (1984); **Functional Reasoning and the Interpretation of Cartesian Graphs**. Thesis of Doctor Degree of Education, University of Georgia, USA.

ROBINET, J. (1986); Les Réels: Quels Modèles en Ont les Élèves? **Educational Studies in Mathematics**, 17: 359-386.

SIERPINSKA, A. (1983); On Some Difficulties in Learning Limits: A Case Study. **Seminaire de Didactique des Mathematiques et de l'Informatique**, Grenoble.

SIERPINSKA, A. (1985); Obstacles Epistemologiques relatifs a la Notion de Limite. **Recherches en Didactique des Mathematiques**, 6(1): 5-67.

SIERPINSKA, A. (1987); Humanities Students and Epistemological Obstacles Related to Limits. **Educational Studies in Mathematics**, 18: 371-397.

SILVA, M.R.G. da (1997). *Avaliação e trabalho em grupo em Assimilação Solidária: análise de uma intervenção.* Tese de Doutorado. UNESP, Rio Claro, SP, Brazil.

TALL, D. (Ed.) (1991); **Advanced Mathematical Thinking**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

TALL, D. & VINNER, S. (1981); Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. **Educational Studies in Mathematics**, 12: 151-169.

VINNER, S. & DREYFUS, T. (1989); Images and Definitions for the Concept of Function. **Journal for Research in Mathematics Education**, 20(4): 356-366.

ZACHARY, D. (1989); Teaching, Learning and Using Mathematical Models in Physics. **Physics Education**, 24: 339-343.