...E em Matemática, Nós Que Ensinamos, o Que Construímos?

Abraham Arcavi
Tradução / **Janete Bolite Frant**

Resumo

Propomos uma perspectiva construtivista para o planejamento do ensino de Matemática. Sugerimos alguns princípios básicos para este planejamento que levem em conta a capacidade dos alunos de dar sentido e procurarem um entendimento significativo em lugar de sugerir a decomposição de habilidades básicas para a graduação dos conteúdos, e do planejamento de problemas e atividades que visam um desempenho competente. Propomos, ainda, que baseado numa perspectiva construtivista, a engenharia curricular se comprometa seriamente com a prática em sala de aula, para poder planejar os apoios necessários para uma construção significativa da aprendizagem.

Neste artigo descrevo alguns princípios de planejamento curricular segundo uma perspectiva construtivista e um campo específico do conhecimento.

Delimitação a um Campo do Conhecimento: Matemática

Minha profissão é a Educação Matemática, que é a disciplina (ou talvez a interdisciplina) que se ocupa de entender os processos de aprendizagem e ensino de Matemática e também o processo de planejamento de materiais curriculares. Acredito que a Matemática, como todo o campo de conhecimento humano, tem certas especificidades que merecem um tratamento em separado. Talvez o que expomos neste artigo possa ser transferido de forma geral a outros campos do conhecimento, mas sem dúvida alguma deveremos ter cuidado com as características próprias desses campos.

Escolha Teórica: Construtivismo

Hoje em dia todos (ou quase todos) somos construtivistas. O problema é que cada um de nós constrói esta postura de maneiras muito distintas. E essa Babel de teorias, crenças ou ideologias que se refugiam sob um mesmo vocábulo, vai além da clássica distinção entre construtivismo "brando" *versus* construtivismo "radical" (Kilpatrick 1987, Schoenfeld 1992a). Um sem fim de matizes, nem sempre visíveis "a olho nu", fazem com que haja tantos construtivismos quanto construtivistas declarados. Através de exemplos e episódios no restante deste artigo, estes pontos ficarão mais claros. Quero acrescentar somente que minha perspectiva se fortalece da observação sistemática das atitudes dos alunos durante a resolução de situações que atestam, ao meu ver, mudanças nas suas estruturas cognitivas mostrando um processo riquíssimo de construção e reconstrução progressiva de idéias e concepções (veja por exemplo, Schoenfeld, Smith e Arcavi 1993).

Reinvidicação e Revisão da Prática Curricular e Docente

Acredito firmemente que o conhecimento acumulado em experiências de campo (ensino na sala de aula, preparação de textos de estudo), acompanhado de um processo de reflexão e análise guia, ou deveria guiar, os trabalhos de investigação e as elaborações teóricas. Esta é a filosofia de trabalho do grupo de Matemática do Departamento de Ensino de Ciências do Instituto Weizmann, do qual sou membro e de onde sou formado. Este grupo vem trabalhando com planejamento curricular, formação de docentes em serviço, e investigação pedagógica-cognitiva há mais de 25 anos. O trabalho se baseia na integração desses três componentes de tal modo que o resultado de um enriquece e nutre os outros dois num ciclo de refinação e realimentação (Dreyfus, Hershkowitz e Bruckheimer 1987). Parte do que apresentarei aqui foi sendo gerado, prática e intelectualmente durante 15 anos de trabalho neste grupo.

Em resumo, a perspectiva de Educação Matemática segundo a qual escrevo, integra a experiência de campo com a reflexão e a observação sistemática que caracteriza a pesquisa cognitiva.

Planejamento Curricular e Construtivismo

Se adotarmos as versões extremas sobre planejamento instrucional e sobre construtivismo, estas duas posturas se mostram completamente incompatíveis. A primeira postura assume que o conhecimento é objetivo e externo ao sujeito, tem existência própria e portanto pode ser analisado de modo lógico e formal. O construtivismo por outro lado, redefine o conceito de conhecimento como uma função em constante adaptação, através da qual os resultados de nossos esforços cognitivos têm como propósito ajudar-nos a encarar e compreender o mundo de nossas experiências. Essas experiências são subjetivas e, por isso, não podem ser capturadas na forma de conhecimento externo, objetivo, dissociado de um sujeito. O que existe de fato, segundo essa postura, são os domínios de consenso que se criam através de comunicações e negociações intersubjetivas (von Glaserfeld 1991, p.14).

Para por aqui nossa brevíssima (e até simplista) descrição das duas posturas que mereceriam um tratamento muito mais extenso, para que possamos examinar suas implicações imediatas para um planejamento do ensino de Matemática. A preocupação fundamental da primeira postura, em sua versão mais clássica (baseada em Gagné 1979), se pauta na decomposição lógica de um determinado conteúdo. Esta decomposição consiste na concatenação hierarquizada de átomos do conhecimento, pelas proposições gerais e destrezas de cálculo, cuja soma total descreveria o que significa ser competente no domínio matemático escolhido. Este marco serviria de esqueleto formal e objetivo para a criação de seqüências articuladas de exercícios e problemas, cada um planejado para exercitar uma destreza específica. Estas seqüências atuariam como avenidas de acesso ao conteúdo em questão que deve ser percorrido ordenadamente pelo aluno.

A posição construtivista se oporia a estas implicações por dois motivos. Primeiro porque serviriam de base a um treinamento, e não a um ensino, que levaria os alunos a alcançarem um desempenho competente, isto é, alunos tecnicamente competentes mas sem o costume de gerar explicitamente compreensão e significado do que aprendem. Segundo porque a decomposição lógica e objetiva exclui a possibilidade da existência de vias idiossincráticas de gerar compreensão, já que o acesso ao conhecimento, ou aos domínios de consenso se baseia em experiências subjetivas (e negociações intersubjetivas dos significados).

Cabe então perguntarmos, o que poderá o construtivismo trazer ao planejamento instrucional? Uma resposta radical seria possível: nada. Pois, como é o sujeito o único que tem acesso ao mundo de seu próprio conhecimento, ele é o único indicado para desenhar ou planejar as tarefas e os problemas sobre os quais se ocupará. Nada melhor que aquele que vai aprender para determinar seu próprio interessse, sua própria motivação e gerar perguntas e construir suas respostas. Portanto não há muita serventia para um planejamento instrucional.

Descartamos esta postura de tonalidades anárquicas, porque cremos que os alunos (ou a grande maioria dos alunos) não podem ter acesso por si sós à visão global de um determinado campo; sem a orientação adequada, dificilmente os alunos saberiam o que perguntar, e pelo que se interessar. É indispensável propor uma certa estruturação externa das atividades de ensino subordinadas às seguintes funções: ser trampolim para que o aluno comece a gerar suas próprias perguntas; mostrar e exemplificar o uso de ferramentas de trabalho neste campo (não significa necessariamente procedimentos algorítmicos mas sobretudo, estratégias de pensamento); propor modelos de perícia e colocar o aluno frente a práticas de trabalho consistentes com as que atuam profissionais no campo (Schoenfeld 1992b). Em nossa opinião, essa estruturação é fundamental para o que entendemos por planejamento curricular e planejamento de ensino.

Então como ficamos? Se por um lado descartamos a decomposição lógica tradicional como base do planejamento curricular e por outro rechaçamos posturas anárquicas, devemos, ainda, responder à nossa questão anterior — o que pode trazer o construtivismo ao planejamento instrucional? — Este é o objetivo deste artigo e o analisaremos através de exemplos específicos.

Planejamento de Atividades e Problemas: Alguns Exemplos

Provavelmente qualquer vertente do construtivismo está de acordo com a seguinte afirmação: o objetivo da educação em Matemática é que o aluno gere e construa significados. Mas o que significa compreender

Matemática? Bishop (1985), entre outros, sustenta que em Matemática compreender uma idéia (ou uma expressão, ou um conceito) é conectar o significado desta idéia com o significado de outra idéia em Matemática ou ainda em outro campo do conhecimento. Bettencourt (1991), Schoelfeld (1992b) e outros acrescentaram que compreender implica também em inserir essas idéias e inserir-se numa determinada comunidade com suas práticas, seus instrumentos de pensamento, suas crenças, seus modos de discurso e ação.

Que implicações têm o que foi dito acima no planejamento de uma atividade matemática? A atividade ou o problema a ser planejado tem que promover a construção desse tipo de compreensão e estimular interações similares às que ocorreriam numa comunidade de especialistas.

Primeiro Exemplo: Divisão

a) Uma piscina tem uma superfície de 84 metros quadrados, se seu comprimento é de seis metros, qual a sua largura?

b) Esta noite visitarão a escola 84 pais. Em cada mesa cabem 6 pais. Quantas mesas serão necessárias?

Ambos os problemas estão apresentados de forma verbal e em ambos a resposta se obtém por meio de uma única operação aritmética, 84/6. Numa análise lógica os dois problemas seriam considerados estruturalmente idênticos.

Porém, se deixarmos de lado a estrutura lógica da solução de ambos os problemas e os observarmos sob uma lente construtivista, estes dois problemas são muito diferentes. No primeiro, o aluno deve recordar o aspecto operatório do conceito de área (área=multiplicação da medida de comprimento pela medida da largura), localizar os dados, fazer a operação e escrever seu resultado. Se o aluno não se lembrar ou não conhecer o algoritmo do cálculo de área não poderá resolver este problema. Por outro lado, se ele se lembra do algoritmo correto, o que ele aprende ao resolver esta problema? Provavelmente não muito além de reforçar uma habilidade técnica referente ao aspecto puramente procedural de um conceito. O problema em si não parece promover grandes oportunidades nem para introduzir um novo conceito nem para enriquecer conceitos já conhecidos conectando-o a outras idéias para embarcarmos numa verdadeira atividade matemática. Além disso, tanto faz se o enunciado tratar de piscina, janela ou qualquer objeto plano desconhecido, já que é totalmente irrelevante, não contribui de forma alguma para a solução. Em geral, poderia se concluir dizendo que este problema não é mais que um simples exercício técnico.

O segundo problema apresenta uma situação não muito afastada do mundo do aluno e que pode ser ativada de forma experimental. Mesmo que o aluno ainda não tenha estudado divisão, ou se já conhece seu mecanismo mas não sabe onde se aplica, ele pode usar formas *sui generis* de resolução. Por exemplo (Nunes, Schliemann e Carraher, 1993): alguns alunos desenham pequenos retângulos que representam mesas, escrevem em seu interior o número 6 e contam de seis em seis até chegar no número total de pessoas, e finalmente contam o número de mesas. Outros alunos, notam que são necessárias 10 mesas para 60 pessoas (aplicando o que sabem, 6x10 = 60) e a partir disto, calculam quantas mesas a mais são necessárias. Este caminho pode servir de base para construção coletiva do algoritmo da divisão.

Se os alunos já conhecem o conceito de divisão e sabem aplicar o algoritmo de cálculo, o problema pode ser levemente modificado: em lugar do dado inicial de 84 pode ser dado 87. Nesse caso, o número não é divisível por 6 e portanto o número de mesas necessárias (15 mesas) não aparece imediatamente no resultado da divisão (14 com resto 3). Portanto, o algoritmo em si não permite uma resposta a menos que se aplique uma visão crítica do resultado obtido usando o sentido comum: se a divisão dá 14 mas há resto 3, significa que há 3 pessoas sem lugar portanto será necessário colocar uma mesa a mais. São necessárias 15 mesas.

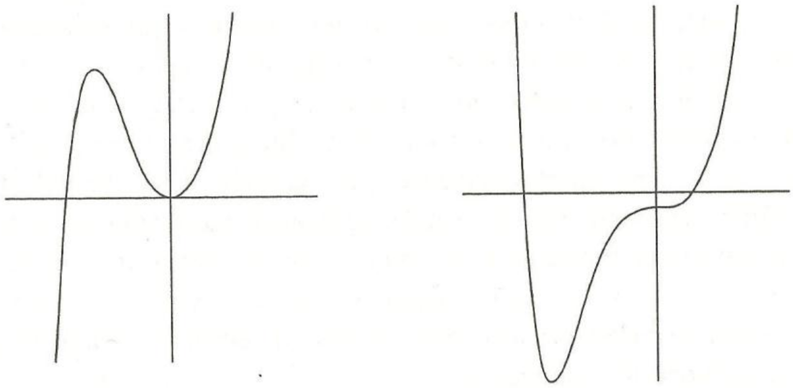
Neste caso o problema pode gerar novas perguntas, por exemplo: quantas mesas estarão completas e quantas não? a resposta não é única e dá lugar a uma reinvestigação do problema na qual os procedimentos mecânicos de cálculo não são de muita utilidade.

Segundo Exemplo: Função e Sua Derivada

Mencionamos anteriormente que os exercícios e os problemas típicos que um aluno encontra em Matemática se baseiam num conhecimento de uma técnica, um algoritmo, um procedimento que ao ser aplicado conduz à resposta desejada. Essa resposta é precisamente o resultado de uma manipulação formal. O problema anterior de mesas e cadeiras não escapa à essa categoria, só que o estamos propondo antes que o aluno saiba a técnica da divisão, ou se a sabe modificamos o problema para que a técnica por si só não conduza imediatamente à solução.

Nesta sessão sugerimos que o planejamento curricular deve criar problemas para os quais nenhuma técnica pré-aprendida seja útil e o aluno se veja obrigado a mobilizar sua compreensão dos conceitos e os ligue a outros conceitos conhecidos.

O exemplo que apresentamos aqui foi retirado da Análise Matemática e se refere ao conceito da derivada de uma função. Os gráficos a seguir (em escalas idênticas) descrevem uma função e sua derivada. O objetivo é produzir o maior número de argumentos através dos quais é possível identificar qual é a função e qual é sua derivada.



Em geral, os textos de livros ou listas de exercícios põem muita ênfase nas regras técnicas de derivação. Em compensação, neste problema a técnica de derivação não é de grande ajuda porque as funções foram dadas através de sua representação gráfica. Para resolver esta problema, o aluno deve manipular o conceito, seu significado, sua relação com outros conceitos. Além disso o problema convida a uma multiplicidade de respostas. A intenção deste problema é levar os alunos a produzir argumentos distintos e discuti-los em pequenos grupos ou coletivamente. Neste caso, a resposta a um problema não é o resultado de uma operação, mas uma argumentação na qual o aluno deve fazer uso do que sabe a respeito de um determinado conceito.

Há alunos que observam o número de raízes de cada função, há aqueles que tratam de advinhar o grau de cada função, há aqueles que usam o conceito de derivada como a "tangente num ponto" e tratam de ver qual das funções que descrevia uma em função da outra.

A riqueza da atividade que um problema deste tipo pode gerar contribui para a construção do conceito de derivada em sua forma mais ampla.

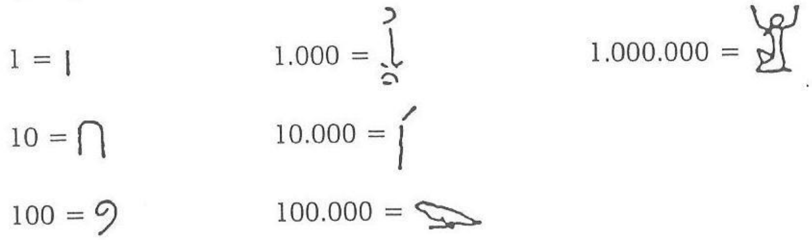
Terceiro Exemplo: A Multiplicação Egípcia

Kaput (1987) argumenta que há, nos currículos mais comuns, uma tendência a subestimar as possibilidades das representações externas em Matemática. Geralmente, acredita-se que o currículo da escola primária gira em torno dos números, entretanto o que ocorre é que grande parte deste currículo gira em torno das propriedades de uma representação muito particular do conceito de número, a representação decimal. Segundo Kaput, a força dos algoritmos numéricos que aprendemos e ensinamos na escola primária reside na liberdade de poder trabalhar com uma representação, bastante conveniente, que nos permite realizar manipulações relativamente fáceis que fazem-nos esquecer a essência dos números que representam. Tendemos, portanto, a confundir a representação com o conceito, o algoritmo com o processo que esse algoritmo representa.

Esta confusão deve ser levada em consideração para permitir o planejamento e a elaboração de problemas nos quais o trabalho do aluno consista em dissociar a representação do conceito representado. Sugerimos, aqui, que essa discussão não pode ser levada ao nível de discussão filosófica explícita (que só confundiria os alunos), mas sim através de ações orientadas para o conhecimento de outras representações. Ao conhecer outra representação do mesmo conceito e ao tratar de compreender seu sentido, são geradas comparações e contrastes que trazem uma nova luz sobre aquilo que dávamos por sobreentendido na representação conhecida, liberando-nos de suas particularidades e permitindo que nos aproximemos mais da essência dos conceitos.

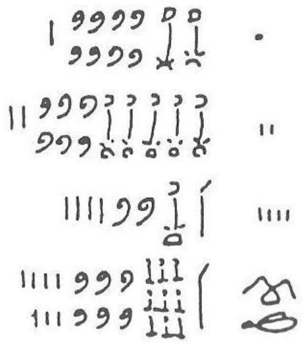
Temos trabalhado com planejamento curricular deste tipo em vários temas. Um deles foi criar um micromundo que permite representar graficamente funções matemáticas em um par de eixos paralelos (PAR), em lugar dos eixos cartesianos ortogonais tradicionais. Observamos alunos e professores trabalhando com PAR em funções lineares e documentamos situações nas quais uma nova representação força o re-conhecimento e a re-aprendizagem de conceitos sabidos. Esses conceitos estão "confundidos" com as representações conhecidas, e até seus nomes levam o rótulo inconfundível da representação cartesiana: inclinação de uma reta, interseção com os eixos, etc... por isso, quando trabalhamos com uma nova representação surgem perguntas e observações que os enriquecem. Essas experiências estão descritas em Arcavi e Nachmias (1996).

Apresentaremos outro exemplo de uma atividade planejada com esse propósito. O problema (Arcavi 1987) consiste em decifrar e entender o modo empregado pelos antigos egípcios para operar com números inteiros na sua representação particular. O sistema de numeração egípcio consistia nos seguintes símbolos, cuja justaposição permite representar qualquer número inteiro.



O problema que planejamos consistia em representar o texto hieroglífico fiel ao original do Papiro de Rhind (que é o documento matemático mais antigo que se tem conhecimento, data do século XVII ou XVIII a. C.) e pedir primeiro a tradução dos símbolos para nossa representação.

Versão hieroglífica **Versão decimal**



1	2 801
2	----
4	----
Total	19 607

Logo, o problema é descobrir e entender que operação foi realizada neste texto, por que a operação está correta e se é possível operar da mesma forma com quaisquer números. Os alunos descobrem, com esforço, que a operação realizada é uma soma de (1 + 2 + 4) vezes o número 2 801, isto é, uma multiplicação (7 x 2 801) para a qual somente necessitamos saber o dobro de um número dado e saber somar, o que é muito simples na representação egípcia e também na decimal. A pergunta sobre a generalização do método gera discussões muito interessantes.

Quarto Exemplo: O Fator de Correção

É muito comum afirmar que todo currículo em Matemática deve conter problemas realistas que permitam usar instrumentos matemáticos para resolver situações da vida diária. De fato, encontramos este tipo de problema em quase todos os livros-texto, porém na maioria das vezes uma observação crítica do mesmo revela que muitos deles são apenas disfarces para os alunos fazerem mais exercícios e sua conexão com o real é totalmente superficial. Desta maneira, a metamensagem desses problemas leva o aluno a perceber a atividade matemática como algo esotérico e artificial. O planejamento e elaboração de problemas realistas deveria estar inspirado em situações que aparecem na vida diária que têm o potencial de despertar o interesse do aluno e que a aplicação de ferramentas matemáticas faça com que o aluno compreenda melhor a complexidade da situação dada.

O problema a seguir surgiu quando minha filha adolescente voltou um dia da escola; neste dia as notas do exame de Matemática (sobre conceito de função e sua representação gráfica) foram baixas; e portanto, a professora decidiu adotar um fator de correção. O fator consistia em extrair a raiz quadrada da nota e multiplicar o resultado por dez. Por exemplo, se nota foi 8,1 o fator a corrigiria para 90 ($10 \times \sqrt{8,1}$). Lamentavelmente esta situação passou desapercebida e inexplorada. Nesta turma ela poderia ter sido usada para enriquecer precisamente o conceito de função. Por exemplo, poderia se investigar:

- Se o fator eleva a nota de todos os alunos.
- Que alunos são mais favorecidos com este fator de correção.
- Se existe algum caso de aluno cuja nota não é corrigida.
- Se existem outros fatores mais ou menos justos, etc...

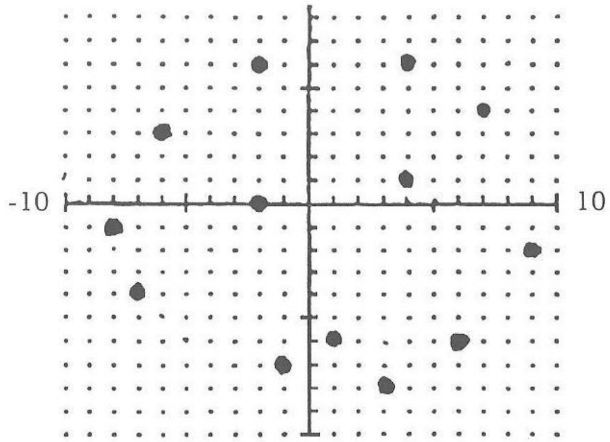
A atividade incluiria a justificação das respostas em forma numérica, gráfica e algébrica. Cabe notar que o conceito de função em suas diversas representações é crucial para entender a fundo esta situação e poder responder aos itens acima listados. Depois de utilizar este problema com alunos e professores e confirmar que promove oportunidades muito ricas de aprendizagem, incorporamo-lo ao nosso currículo.

Neste caso foi uma situação real, surgida na vida diária do aluno, e não uma elaboração artificial, que encontrou seu espaço no currículo. O interesse intrínseco deste problema (pode apresentar-se como um projeto de discussão, para que a turma eleja três ou quatro fatores de correção) e o uso das ferramentas matemáticas faz com que o estudo se converta em significativo, apropriado e motivante. Conceitos abstratos podem aparecer de imediato, como instrumentos para compreender situações concretas.

Alguns afirmam (por exemplo, Papert 1985) que o nosso mundo cotidiano é bastante pobre no que se refere a oportunidades matemáticas, comparado por exemplo a oportunidades de vivenciar fenômenos físicos com aplicações em engenharia simples. Entretanto, existem situações matemáticas, e se buscarmos as encontraremos. São essas situações que deveriam inspirar os problemas reais a serem incorporados no currículo.

Quinto Exemplo: As Bolas Verdes

Bolas Verdes (Green Globes – Dugdale e Kibbey, 1986) é um jogo matemático para microcomputador baseado numa idéia simples mas muito engenhosa. A tela do computador nos mostra um sistema de eixos cartesianos sobre a qual apareceram 13 bolas localizadas em posições aleatórias escolhidas pelo programa cada vez que inicia um novo jogo. O objetivo do jogo é explodir o maior número de bolas possível. A explosão consiste em produzir uma função cujo gráfico passa pelas bolas, pois ao passar por uma bola ela explode. Para se obter o gráfico deve-se introduzir a forma algébrica da função. A figura abaixo é uma cópia da tela no início do jogo.



Com esta disposição, poderíamos tentar uma função linear, uma quadrática, etc... O número de pontos que o aluno pode obter no jogo, cresce exponencialmente, de modo que com a primeira bola explodida obterá 1 ponto, 2 para a segunda, 4 para a terceira, 8 para a quarta e assim sucessivamente. Logo, o jogo instiga que o aluno destrua o maior número de bolas possíveis com uma mesma função.

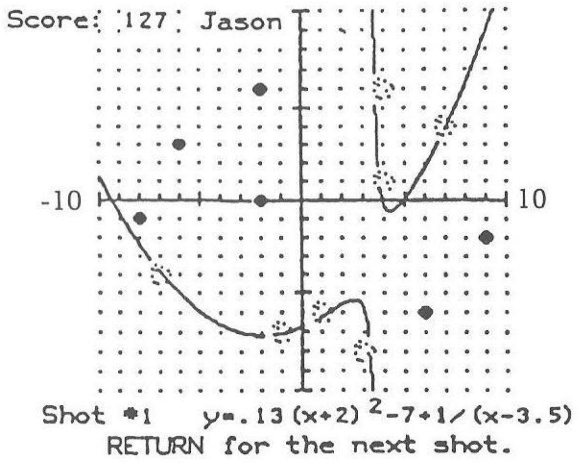
O Que Nos Mostra Este Jogo?

Primeiro, oferece uma possibilidade de fazer gráficos de função com muita facilidade, atenuando o peso da calculeira e do desenhar ponto a ponto, ambos tediosos. No computador, o gráfico é instantâneo, liberando nossas energias para pensar, analisar e argumentar em vez de gastá-las em operar tecnicamente.

Segundo, vejamos os contrastes no tipo de pensamento exigido por este jogo e aquele que é exigido, em geral, durante um curso de Análise Matemática. Tradicionalmente, o exercício mais comum consiste em aplicar algoritmo para estudar as características gráficas de uma função dada na sua forma algébrica, por exemplo, substituições e resolução de equações para descobrir os pontos de interseção com eixos, derivar e igualar a derivada a zero para estudar possíveis pontos extremos, usar o limite para investigar a existência de assíntotas, etc... Neste caso, tratamos do inverso, a construção de uma forma algébrica dadas as características de um certo gráfico construído. Alguém poderia pensar em estabelecer um sistema de equações para encontrar o valor dos parâmetros, mas, em geral, não é este tipo de atividade que este jogo gera. Os trabalhos de observação dos alunos com este jogo, nos mostram formas de pensar mais informais, empíricas, qualitativas e intuitivas nas quais se investiga o rol dos distintos parâmetros, e como eles influem na forma final do gráfico. Por exemplo, no caso da equação de uma reta, muitos alunos começam tratando de visualizar sua inclinação, desenvolvendo habilidades de estimar e, caso a função encontrada não seja a desejada, os alunos trabalham nas correções necessárias da expressão inicial. Este modo informal de pensar desenvolve a intuição e a compreensão de conceitos, que muitas vezes para os alunos são opacos ou estão escondidos por trás dos procedimentos formais.

A situação, a seguir, foi registrada na literatura (Dugda, 1993) como um exemplo do tipo de atividade cognitiva que esse jogo pode promover.

Um aluno, envolvido pelo jogo, se propôs a bater recordes de pontos, tendo obtido uma distribuição de bolas como a indicada na figura anterior, o aluno visualizou uma parábola cuja equação podia criar ($y = 0{,}13\ (x + 2)^2 - 7$). Mas esta parábola só explodiria quatro bolas, aquelas cujos centros estão em (-7,-4), (-1,-7), (1,-6) e (7,4). Seu raciocínio foi o seguinte: "se quiser pegar mais três bolas que estão na posição vertical próximas a reta $x = 3{,}5$, seria necessário que a função continuasse sendo uma parábola em quase todo seu domínio (para poder pegar as quatro bolas anteriores) mas que nas imediações de $x = 3{,}5$ se comportasse como uma vertical, ou quase como uma vertical". Depois de muito investigar, começou a traduzir as características desejadas para o planejamento de uma equação cujo gráfico se comportasse dessa maneira. Ele o fez mediante a adição de um termo racional, que afastado de x = 3,5 não afeta seriamente os valores da função inicial mas nas imediações de x = 3,5 se comporta quase como uma vertical.



Em resumo, este jogo oferece oportunidades de aprendizagem, ao permitir formas de pensamento, que além de não fazerem parte do currículo tradicional, são muito difíceis de surgir em outro contexto. A aprendizagem que resulta neste caso tem a ver com uma conexão entre o formal, o gráfico e o intuitivo. Neste caso, o planejamento da instrução consistiu em criar um microambiente suficientemente amplo e interessante, para possibilitar que os alunos, atuando nesse ambiente, definam e elaborem os problemas em que querem trabalhar. É o aluno quem elege o problema que vai resolver, e é ele que elege o tipo de função que vai utilizar, e quantas bolas ele quer explodir. Se é o aluno que define o problema, o problema lhe pertence, e portanto é provável que a motivação, a inversão de tempo, esforço e recursos a sua disposição tenderá a ser maior, do que com um problema alheio ou definido por um docente. Cabe ressaltar que esta decisão se faz dentro de um marco pre-estruturado e pré-elaborado, que neste caso era o próprio jogo.

Planejamento de Atividades e Problemas: Alguns Princípios

Os anteriores são apenas alguns exemplos que ilustram de que maneira o espírito do construtivismo pode orientar o planejamento de atividades e problemas em Matemática. A lista a seguir, ainda que parcial, é uma tentativa de resumir os princípios básicos para o planejamento que emergem destes exemplos.

Um primeiro princípio para eleição de problemas apropriados descartaria a mera análise lógica, que focaliza o tipo e o número de operações a aplicar na resolução de um problema. A partir desse ponto de vista, muitos problemas podem ser similares, e sem dúvida seu potencial educativo é radicalmente diferente. A eleição de um problema, deveria levar em conta:

- que o aluno possa usar sua experiência prévia, e que haja um convite implícito para aplicar o senso comum
- que seja possível resolver o problema de mais de uma maneira para gerar um diálogo, que conduza a conectar formas diferentes de pensar
- que se chegue à resposta, não apenas através de aplicações mecânicas de algum procedimento de cálculo
- que o problema leve a elaboração de novas perguntas, isto é, que a solução do mesmo desperte a curiosidade e o aluno, por si próprio, em grupo ou com a ajuda do professor, abra a possibilidade de seguir explorando a situação
- que nem sempre haja uma única resposta ao problema
- que a resposta não seja sempre o resultado de uma operação, mas seja a formulação de uma argumentação, uma comparação, uma idéia, uma conexão entre conceitos, uma tradução entre diferentes representações
- que o problema convide o aluno a rever uma idéia, um conceito ou uma operação numa nova representação, para tratar de isolar, na medida do possível, o conceito e separá-lo de suas representações típicas ou usuais
- que haja problemas da vida real, para os quais o uso de ferramentas matemáticas ajude a compreender melhor os fenômenos que nos rodeiam
- que haja micro-mundos planejados por experts para que o aluno que trabalhe nele seja quem decida e reformule que tipo de problema irá resolver.

No processo de planejamento, estes princípios (bem como outros) orientam a formulação de problemas. O planejamento deve nutrir-se ainda de uma sondagem constante de campo, através da qual estabelecemos de que maneira os problemas são abordados pelos alunos e muitas vezes são essas observações que ajudam a reestruturar ou refinar os problemas. (veja em Arcavi, Hadas, Dreyfuss, 1994 um exemplo detalhado).

É importante destacar que esta lista acima é incompleta, e a completa mostra-nos que a formulação de problemas é apenas uma pequena parte da tarefa educativa. Há problemas potencialmente mais ricos que outros e os princípios expostos nos ajudariam a distingui-los, o processo de planejamento tem suas limitações. Onde termina uma tarefa começa outra, que é a de estruturar, conduzir e guiar a atividade discente para que baseando-se no problema formulado haja uma genuína mobilização, uma compreensão, interações e diálogos ricos. Desta forma o papel do professor é fazer que o trabalho do aluno seja conduzido de forma que o conhecimento seja construído, explorando dessa forma o potencial do currículo.

Ultimamente enfatiza-se o estudo de aulas de Matemática (Schoelfeld, 1992b). Esses estudos apontam alguns dos princípios do ensino, como a promoção de diálogo, a discussão coletiva, o levantamento de hipóteses e sua exploração, e a responsabilidade do aprendizado ser delegada ao aluno. Assim o professor, num contato diário, exercitando ao máximo sua capacidade de escutar, orquestra sua turma promovendo a construção de conhecimento, de acordo com o espírito, em que os problemas foram formulados.

Em síntese, o texto matemático pode ter mudanças drásticas sob uma perspectiva construtivista, ele não é mais que um primeiro passo no árduo caminho de criar e implementar experiências enriquecedoras de ensino-aprendizagem. O potencial de um bom currículo é esgotado através do direcionamento competente de um professor.

E Nós, o Que Construímos?

Nós, aqueles que adotamos como desafio ajudar nossos alunos a construir idéias com sentido, conceitos e práticas em Matemática, também construímos.

Primeiro, construímos problemas e atividades que oferecem oportunidades para que conhecimento seja gerado, conexões sejam estabelecidas entre conceitos distintos e dificuldades sejam enfrentadas.

Segundo, construímos, ou melhor, reconstruímos e revemos o entendimento de nosso próprio conhecimento. Muitas vezes nesse processo, encontramos novas formas de ver certos conteúdos, sendo a abordagem de nossos alunos, fonte de nossa inspiração para tal.

Postscript

Esta nota resulta de questões levantadas pelos editores que publicaram este texto, em Substractum, vol. II, Nº 6, 77-94 (1995). O que se segue é uma intenção de resposta. Mostro a visão clássica, onde em minha opinião não são contemplados pelo planejamento, no estudo ora apresentado, e a mudança proposta por mim, dentro de uma perspectiva construtivista.

Visão clássica

1 - Planejamento aponta para uma decomposição lógica dos conteúdos, e portanto o planejamento pode ser feito a priori por especialistas sem nenhum contato com os alunos.

2 - Enfatiza os aspectos mais técnicos do que significa ser competente em Matemática, definindo objetivos comportamentais.

3 - Pressupõe que o planejamento deveria estar apenas nas mãos dos especialistas, que são os indicados para estabelecer os conteúdos, os problemas e a seqüência.

4 - Não parece levar em conta concepções alternativas da atividade matemática.

5 - Parece implicar que o planejamento curricular rigoroso, ao levar em conta a organização lógica dos conteúdos, garante um trajetória satisfatória para a aprendizagem.

Visão de uma perspectiva construtivista

1 - Aponta que a decomposição lógica de um problema não é suficiente (dois problemas podem ser logicamente idênticos, o primeiro gera a compreensão e o segundo não) e portanto é necessário estar muito atento

à forma como esse conteúdo é percebido pelo aluno, tratar de capturar seu ponto de vista, as atividades por ele geradas, e incorporar isso no planejamento. Por exemplo: a) Sabendo que uma piscina tem 84 m^2 de área e seu comprimento é de 6 m. Calcule sua largura. b) Numa reunião de escola havia 84 pais. Em cada mesa cabem 6 pais. Quantas mesas foram utilizadas?

2 - Subordinar os aspectos mais técnicos do ensino aos aspectos de compreensão e conexão entre os conteúdos. Por exemplo, saber executar o processo e derivação de uma função não é o objetivo mais importante, mas sim compreender o sentido desse conceito em diferentes contextos e/ou entender o sentido de um dado procedimento.

3 - Dar espaço para que o aluno proponha um problema, e o elabore sem se preocupar, demasiadamente, em estabelecer se ele possui os pré-requesitos lógicos para resolvê-lo, porque confia no poder do aluno em encontrar soluções idiossincráticas.

4 - Permitir e legitimar aspectos da atividade matemática, que não sejam puramente dedutivos (medir, induzir, formular hipóteses, estimar, experimentar, mudar de representações). O que nem sempre é possível, de se levar em conta, com um planejamento fechado *a priori.*

5 - Utilizar o planejamento curricular como um primeiro passo, como uma proposta de cenário. Mas serão os atores quem darão vida a este cenário. Um planejamento curricular pode ser potencialmente rico, mas não garante o alcance de sua aplicação.

Referências Bibliográficas

ARCAVI, A. Using historical materials in the mathematics classrooms. *Arithmetic Teacher EUA, 35* (4), pp. 13-16,1987.

ARCAVI, A. y NACHMIAS, R. Re-exploring familiar concepts with a new representation *Proceedings of the 13th International Conference on the Psychology of Mathematics Education (PME 13)*. Paris, 1989, .1, pp. 77-84.

ARCAVI, A., HADAS, N., y DEYFUS, T. Engineering curriculum tasks on the basis of the theoretical and empirical findings. *Proceedings of the 18th International Conference on the Psychology of Mathematics Education (PME 18)*. Lisbon, 1994, Vol II, 280-287.

BETTENCOURT, A. On what it means to understand science. *Second International History and Philosophy of Science Proceedings*. Canada, 1991, pp. 77-86.

BISHOP, A. The social construction of meaning: a significant development for mathematics education. *For the learning of mathenatics. EUA, 1985,* 5, 24-28.

DUGDALE, S. and KIBBEY, D. (1986). *Green Globes and Graphing Equations* [A computer based instructional package]. New York: Sunburst Communication, Pleasantville, 1986.

DUGDALE, S. Function and Graphs – Perspectives on Student Thinking. In Romberg T. A., Fenema E. y Carpenter, T. P. (Eds.) *Integrating Research on the Graphical Representation of Function,* EUA, 1993pp. 101-130. Lawrence Erlbaum Associates.

DREYFUS, T., HERSHKOWITZ, R., Y BRUCKHEIMER, M. Process in the transition from syllabus to curriculum. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 19(1), pp. 19-26.1987.

GAGNÉ, R. M. *Principles of Instructional Design*. Holt, Reinhart y Winston. 1979.

KAPUT, J. Representation System in Mathematics. In Janvier C. (Ed.) *Problems of representation on Teaching and Learning of Mathematics,* EUA, 1997, pp.19-26.Lawrence Erlbaum Associates.

KILPATRICK, J. What Constructivism might be in Mathematics Education? *Proceedings of the 11th International Conference on the Psychology of Mathematics Education (PME 11)*, Montreal, 1987, pp. 2-27.

NUNES, T., SCHILIEMANN, A. D. y CARRAHER D. W. *Street Mathematics and School Mathematics,*pp.148-152. Cambridge University Press. 1993.

PAPERT, S. *Mindstorms.* Basic Books. 1980.

PEET, T. E. *The Rhind Mathematics Papyrus.* University of Liverpool Press, 1970.

SCHOENFELD, A. H. O mathematics as sense-making: Na informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. In Voss J., Perkins, D. y Segal J. (Eds.), *Informal Reasoning and Education,* EUA, 1990 pp. 311-343. Lawrence Erlbaum Associates.

SCHOENFELD, A. H. Radical constructivism and pragmatics of instruction – A review of Radical Constructivism in Mathematics Educatio, editado por Ernst von Glasersfeld. *Journal for Resersh of Mathematics Education,* 1992a, 23(3), pp. 290-295.

SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making. In Grouws D. A. (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning,* 1992b pp.334-370. Macmillan Publishing Company.

SCHOENFELD, A. H., SMITH, J. P. y ARCAVI, A. Learning – The Microgenetic Analysis of One Student's Evolving Understanding of a Complex Subject Matter Domain. In Gaser, R. (Ed.) *Advances in InstructionalPsychology,* 1993, *Vol 4,* pp. 55-175. Lawrence Erlbaum Associates.

VON GASERSFELD, E. Introduction. In von Glasersfeld, E. (Ed.) *Radical Constructivism in Mathematics Education,* pp. xiii-xx. Kluwer Academic Publishers. 1991.