
Investigando e Justificando Problemas Geométricos com o Cabri Géomètre II

ANDREIA CARVALHO MACIEL BARBOSA

INTRODUÇÃO

O presente artigo refere-se à pesquisa desenvolvida na dissertação de mestrado, onde utilizamos um software educacional como recurso ao ensino da Geometria. A proposta alia a utilização dos recursos tecnológicos, no caso o software Cabri Géomètre II, com uma mudança metodológica que proporcione descobertas, que transforme e possibilite a construção de conhecimento e onde professores e alunos efetivamente construam um ambiente pedagógico.

Os computadores estão incorporando-se em nossa vida atual, principalmente na vida das crianças e adolescentes que revelam uma habilidade especial em manusear a máquina. Papert, (1994) afirma que:

“Ao redor do mundo inteiro, as crianças entraram em um apaixonante e duradouro caso de amor com os computadores... o caso de amor envolve mais do que o desejo de fazer coisa com os computadores.”

No momento existem muitos softwares educativos, com os mais diferentes objetivos. Para realizar a implementação da tecnologia no ambiente escolar passa-se por uma série de cuidados e questionamentos. Ao professor cabe avaliar a adequação do software aos conteúdos a serem abordados preocupando-se com “o como”, “o porquê” e “para que”, pois é um momento de tomada de decisão que não é neutra e representa uma opção por um modelo educacional.

A insatisfação com o modelo tradicional do ensino da Matemática conduz o professor a buscar novas alternativas para sua prática docente. A experiência que muitos professores devem ter vivenciado é passar longas horas discursando sobre conteúdos, resolvendo muitos exercícios, procurando explicar tudo bem detalhado e claro, aplicar uma avaliação e constatar que os alunos não aprenderam.

Este processo muitas vezes provoca angústia no professor e um pensamento: “eu ensinei tão bem e os alunos não aprenderam”. E, às vezes, até o próprio aluno inserido nesse paradigma educacional diz “o professor é muito bom, suas aulas são ótimas, ele sabe muita Matemática, mas eu não consigo aprender” ou “eu é que não tenho cabeça para aprender Matemática”. O professor precisa, então, compreender a profunda diferença que existe entre informação e conhecimento.

Especificamente no ensino da Geometria constata-se a necessidade de explorar a visualização do aluno e as articulações de propriedades geométricas feitas em situações diversificadas. A percepção e a representação particular do aluno faz com que ele construa significado para um determinado conceito geométrico. A partir da visualização pode-se levantar conjecturas, explorar o caráter de investigação conduzindo a generalização de propriedades e elaborando processos de justificativa, na resolução de problemas.

O PROBLEMA

Nessa pesquisa aliamos recursos tecnológicos ao ensino da Geometria e investigamos as mudanças ocorridas no aprendizado do aluno ao construir *objetos geométricos* utilizando os recursos do software Cabri Géomètre II. Analisamos também como os alunos utilizam esses *objetos geométricos* dinâmicos para justificar situações-problema.

Especificamente tivemos por objetivo:

- Analisar estratégias de investigação dos alunos quando envolvidos em situações-problema que envolvam *figuras geométricas* e suas propriedades.
- Analisar como os alunos modelam problemas com a ajuda do Cabri Géomètre II.
- Identificar as relações e propriedades geométricas utilizadas pelos alunos nas justificativas dos problemas.

REFERENCIAL TEÓRICO

Garcia (1994) define Educação como o conhecimento ligado à formação do homem, na perspectiva de um paradigma. No momento que esse modelo é questionado temos uma crise, que pode provocar o surgimento de um novo paradigma educacional.

O novo paradigma redimensiona as atitudes e modelos na educação. Abandonar o modelo de ensino tradicional, que ainda hoje é priorizado nas escolas, implica em experimentar novas metodologias. É aprender a fazer diferente, é modificar a estrutura escolar, ou seja, redimensionar o papel de professores, alunos, sala de aula, conteúdos, tecnologia e aprendizagem.

Dentro do novo paradigma, a sala de aula é um ambiente de cooperação e construção do conhecimento, onde todos desejam participar do processo. A aprendizagem ocorre em equipe e a tecnologia apresenta-se vinculada ao contexto sendo utilizada como recurso, pois acredita-se em uma sociedade em que o homem seja o centro e a utilize. Nesse contexto esses recursos são manipulados pelo professor e pelo aluno.

Uma proposta pedagógica, com o uso de computador, que possa ser efetivamente aplicada surge da integração entre o modelo pedagógico escolhido e fatores estruturais como carga horária e grade curricular.

“A utilização das tecnologias na sala de aula só auxiliará o desenvolvimento de uma educação transformadora se for baseada em um conhecimento que permita ao professor interpretar, refletir e dominar criticamente a tecnologia.” (Sampaio, 1996).

Banathy (1993) cit. Clunie (1996) acredita que ao operacionalizar um modelo de aprendizagem com o uso do computador deve-se considerar diferentes fatores como, o caráter sócio-político da sociedade, a natureza unitária ou pluralista da mesma, a noção de aprendizagem e de aluno. Segundo ele, deve-se orientar o trabalho de acordo com o nível de experiência-aprendizagem promovido por um conjunto de fatores que ajudam a organizar o pensamento.

“O progresso do aluno é determinado principalmente pela sua auto-avaliação, pela avaliação do grupo e pelas orientações do gerente da aprendizagem. Os alunos assumem progressivamente mais responsabilidades pela sua própria aprendizagem.” (Banathy, 1993)

O modelo proposto por Banathy focalizando a aprendizagem na utilização de tecnologias no processo educativo, deixa evidenciadas relações com um novo paradigma educacional, colocando ativa a posição do aluno no processo, como co-responsável pela construção de conhecimento.

Quando se enfatiza o fazer pedagógico apenas na utilização do recurso tecnológico reproduz-se o modelo de ensino descrito no paradigma

tradicional. Para que ocorra uma mudança de paradigma faz-se necessário questionar diferentes abordagens de ensino.

Para tratar do uso do computador no processo educacional é necessário que se conheça suas potencialidades como recurso educativo, mas a tecnologia não é suficiente. O processo educacional é um processo grandioso e envolvente. Nele estão presentes diferentes aspectos como o cognitivo, o emocional, o técnico, o cultural e o sócio-político.

Dentre as abordagens utilizadas para compreender o processo educacional com fundamentação nas práticas com computador, a teoria proposta a partir das idéias de Vygotsky valoriza a atividade social no processo de aquisição e desenvolvimento da linguagem e construção do conhecimento.

Surge em sua obra o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP) e com ela a noção de mediador como pessoa intervém para orientar a criança. Para favorecer uma ZDP deve-se criar um contexto para a interação. Acredita-se que o aprendizado ideal ocorre quando o aluno interage com o adulto em um nível imediatamente superior ao seu.

A perspectiva de Vygotsky, que Papert (1994) retoma, refere-se ao papel da palavra considerada elemento fundamental nas relações entre aluno, professor e computador. Na visão de Papert (1994), ao promover a aprendizagem utilizando o computador, além de produzir conceitos significativos deve-se identificar a zona de desenvolvimento proximal do aluno.

Dentro desse referencial o computador não detém o conhecimento, sendo o aluno que indica os caminhos. A escolha do software Cabri Géomètre II, além do reconhecimento das possibilidades de trabalho com o mesmo, levou isso em conta. Caracterizado como um micromundo, segundo Galvis (1991) cit. Clunie (1996) e Ilabaca (1993), está entre os mais utilizados na área de Matemática. Sua elaboração tem uma perspectiva na prática pedagógica diferente, por exemplo, do Excel, que foi criado para atender uma demanda e adaptado ao ensino. O Cabri Géomètre II é um software voltado para o trabalho com Geometria Dinâmica e permite gerar atividades cognitivas diferenciadas. Uma das maiores riquezas no uso do Cabri Géomètre II é realizar construções geométricas como em uma folha de papel e movimentar essa construção pelo caráter dinâmico do software.

O caráter dinâmico dos softwares como o Cabri Géomètre II, gera algumas vantagens para o ensino, como a de acelerar o tempo de muitas

construções, encorajar a tentativa e erro, e possibilitar as construções de figuras geométricas mais trabalhosas. Permite também, depois de promovido domínio suficiente do software, tirar o foco do estudo dos processos de construção geométrica possibilitando aos professores trabalhar com objetos iniciais definidos e macros. Além disso, o aluno pode esconder, pontilhar, engrossar e alterar cores de linhas, realçando elementos do desenho.

Nasser (1991) aponta a visualização como uma forma de orientar os alunos no processo de dedução, descobrindo a existência de regras e questionando sua veracidade. Nesse contexto, a atmosfera gerada pela Geometria Dinâmica é importante, fornecendo a possibilidade de construção de situações em que estimule-se a exploração e a justificativa do aluno.

Quando saímos da construção no papel ou no quadro negro para a representação através do software, mudamos de um referencial estático para um referencial dinâmico, pois ocorre uma mudança de perspectiva. Com a visualização, a movimentação e a mudança de perspectiva permitidas com o uso do Cabri Géomètre II temos a possibilidade de representar um novo panorama. Isso possibilita explorar figuras geométricas em várias posições, para que o aluno caminhe a uma representação de um protótipo próprio.

Para desenvolver e analisar essa pesquisa faz-se necessário definir termos: desenho, figuras geométricas e objetos geométricos, como em Sangiacomo (1996).

O *desenho da figura* ou simplesmente *desenho* é entendido como qualquer representação de um ente geométrico.

Figura Geométrica é um conjunto de pontos no plano, sendo um conjunto de elementos geométricos ligados por relações e propriedades.

Objeto Geométrico designa a figura que corresponde a classe definida por uma determinada figura geométrica.

Um triângulo construído no Cabri pode ter seus lados “esticados”, seus vértices deslocados e, na realidade, representa o conjunto de todos os triângulos contidos no plano, ou a “classe dos triângulos”. A palavra “classe” é sinônimo de conjunto, mas tradicionalmente usa-se para evitar a expressão carregada “conjunto de conjuntos”. (Carneiro, 2001¹)

¹ Comentário do Professor José Paulo Carneiro feita por e-mail em 29/05/2001.

Unindo a proposta de resolução de problemas (Polya, 1985) e utilizando o Cabri Géomètre II, surge uma forma de desenvolver atividades que permitam ao aluno trabalhar a percepção visual do problema, experimentar, investigar, conjecturar, comprovar e generalizar. O trabalho no software funciona como um suporte para o processo de justificativa do aluno.

“Ao serem desafiados e ao mesmo tempo apoiados a articularem os significados e as conjecturas que vão fazendo sobre as ‘invariâncias no meio das mudanças’, é possível que as propriedades matemáticas, as técnicas, as idéias e as heurísticas se tornem não apenas o assunto, mas o objeto de estudo” (Mason, 1996).

DESCRIÇÃO METODOLÓGICA

Neste ano de 2001, ocorre a implantação do Projeto Político Pedagógico do Colégio Pedro II, reformulando a grade curricular do Ensino Médio e redimensionando os tempos semanais das disciplinas. Com uma nova grade que se justifica pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e pela nova Lei de Diretrizes e Bases, dividiu-se a carga horária total das disciplinas em blocos de igual carga horária pelas três áreas do conhecimento. Passando a disciplina de Matemática de quatro para três tempos semanais.

Essa reformulação traz como novidade as disciplinas eletivas, que foram oferecidas para todos os alunos da 1ª série do Ensino Médio em todas as unidades e, em particular, para os alunos da 2ª série da Unidade Escolar Centro, que já havia experimentado a grade no ano 2000. Ao longo do Ensino Médio o aluno terá que escolher, de acordo com seus interesses, cinco disciplinas eletivas. Os alunos que se inscrevem na disciplina eletiva o fazem por opção.

A disciplina eletiva Tópicos da Matemática com o Uso do Computador abrange conteúdos de Geometria, Estatística, Gráficos e Funções utilizando softwares como recurso pedagógico. Os softwares utilizados são o Cabri Géomètre II para o ensino da Geometria e Excel, Grafmath, Grafith para outros conteúdos matemáticos.

O objetivo geral desta disciplina é explorar e aprofundar conceitos e idéias de maneira mais dinâmica, possibilitando ao aluno criar e realizar investigações. A carga horária é de noventa minutos por semana e acontece no Laboratório de Informática.

Outro aspecto que faz a disciplina eletiva ter um caráter diferente de uma disciplina da grade regular é a possibilidade do professor poder criar e reformular durante o processo. A disciplina é elaborada a partir da proposta descrita na ementa, porém permite uma maior flexibilidade de abordagem sem a obrigatoriedade de todos caminharem juntos, como ocorre com grupos maiores nas disciplinas regulares.

Os alunos dessa pesquisa são Carol(C), Fernando(F), Jonathas (J), Gustavo (G), Michel (M) e Theresa (T) que estão cursando a 2ª série do Ensino Médio. Concentramos a pesquisa nas atividades realizadas com o Cabri Géomètre II. Os alunos envolvidos tiveram em séries anteriores, contato com a Geometria Plana usualmente apresentada nos livros didáticos tradicionais.

Todas as diferentes etapas foram desenvolvidas no laboratório de informática, inclusive os momentos de leitura e registros utilizando lápis e papel. Isso mostra o nosso objetivo em criar um ambiente de aprendizagem onde o aluno não se insere apenas para utilizar o computador.

Para cada aula elabora-se um grupo de “folhas-tarefa”. Uma folha-tarefa reúne um grupo de atividades afins utilizando um determinado software. A idéia é propor conteúdos e situações diversificadas entre si, que não são realizadas apenas no software Cabri Géomètre II. Na dinâmica proposta, o aluno recebe as atividades impressas a serem realizadas, algumas perguntas para responder e espaço para relatórios.

As atividades envolvendo o software Cabri Géomètre II, na disciplina Tópicos da Matemática com o uso do Computador, foram realizadas seguindo uma determinada proposta de trabalho que incluem o desenvolvimento de atividades dispostas em sete folhas-tarefa e dispostas em três blocos: *Atividade Disparadora*, *Grupo de atividades I* e *Grupo de atividades II*.

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DISPARADORA E O PRIMEIRO CONTATO COM O CABRI

No primeiro encontro iniciamos o desenvolvimento da atividade disparadora. Os alunos receberam a folha-tarefa 1 composta de três páginas. A primeira com um texto, “A Matemática e o Caipira”, a segunda com questões e espaços para respostas e a terceira contém um segundo texto, “Novamente a Matemática e o Caipira — Agora a Matemática e o

engenheiro, para concluir a atividade. Os textos foram adaptados da Revista do Professor de Matemática (volumes 1 e 2).

Após a leitura do texto "A Matemática e o Caipira", foi proposto aos alunos que modelassem o problema em linguagem matemática e o ilustrassem no papel.

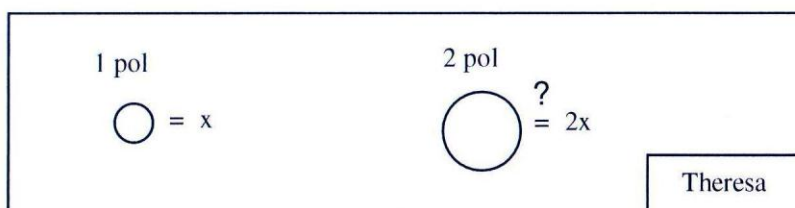
Na redação, Carol, Fernando, Jonathas, Gustavo e Michel, apresentam a formulação do problema dentro do estereótipo do modelo tradicional de ensino evidenciando a incógnita como sendo a área do cano de duas polegadas. Mas apesar disso, os esboços dos alunos apresentam idéias diferentes.

Entretanto, na redação da Theresa encontramos:

"Se colocar um cano de uma polegada de diâmetro, um homem paga x reais para o outro. Estaria certo esse homem colocar um cano de duas polegadas e pagar $2x$?"

Esta distingue-se das outras redações por apresentar uma redação mais inserida no contexto do problema. A expressão "estaria certo" evidencia a conjectura criada por ela de verificar se dobrando a medida do diâmetro dobramos ou não a área do círculo. Essa conjectura apareceu no texto no diálogo entre o caipira e o advogado.

O esboço apresentado pela aluna foi o seguinte:



O esboço parece pouco significativo pois não há preocupação em comparar o quanto é maior. Através da medida x , bastante valorizada, pretende verificar se $2x$ está correto ou não.

Após essas etapas da atividade os alunos trocaram as folhas e leram o problema e a ilustração do colega, questionando-se as diferenças e as variações das ilustrações. Encerrados a redação, o esboço e a leitura, foi solicitado aos alunos que explicassem como construiriam o problema usando instrumentos de Desenho Geométrico.

Trabalhamos nessa primeira etapa a primeira das fases definidas por Polya (1995), a compreensão do problema, onde o aluno apresenta a sua

representação acerca do mesmo. Comprovamos que a maneira de compreender e formular o problema é singular de cada aluno e constatamos que nas formulações e esboços de cada aluno existe uma coerência entre as representações e a modelagem do problema proposto.

Somente após a modelagem, a ilustração e a construção geométrica, os alunos foram apresentados ao programa Cabri Géomètre II. Até esse momento não havia contato algum com o software. Foi proposto, então, que o manipulassem livremente, enquanto a professora circulava entre os alunos interrogando e fazendo sugestões com o objetivo de estimular a procura de novos comandos.

Os alunos realizavam suas construções e faziam perguntas a medida que sentiam necessidade em utilizar algum comando ou realizar alguma construção. Na interação dos alunos com o Cabri Géomètre II surgiram obstáculos indicando a impossibilidade de realizar a construção desejada e em muitos momentos fez-se necessário um mediador, a professora ou algum outro colega que já tivesse realizado a descoberta.

Tivemos a preocupação também, durante o desenvolvimento da atividade livre, em explorar o caráter dinâmico do software para que os alunos começassem a perceber o que são os objetos geométricos, nesse primeiro momento de forma intuitiva, conforme podemos perceber no diálogo entre Gustavo e a professora:

P - Olha, você construiu um hexágono. Já experimentou movimentar os vértices?

G - Ainda não.

P - Clica no ponteiro, é o primeiro ícone, e depois tente puxar os vértices com o mouse.

G - Ih, ele mexe!

Gustavo revelou espanto quando percebeu a possibilidade de movimentação da figura. A mudança da perspectiva na construção do papel, estática, para a construção dinâmica provoca no aluno uma mudança de paradigma. A intervenção da professora sinaliza a preocupação de que o aluno compreenda que cada figura geométrica define uma classe de figuras geométricas pela movimentação com o mouse, o objeto geométrico.

Com a Geometria Dinâmica surge um vocabulário próprio que pauta os diálogos sobre as construções como: “puxa o ponto”, “clica na reta”, “aumenta o triângulo”, “mede as áreas e divide”. Essa nova forma de

comunicação está intimamente ligada à definição de objeto geométrico e uma forma de expressão que não faz sentido no papel.

Essa dinâmica utilizada na apresentação do software foi a tônica de utilização do Cabri Géomètre II na pesquisa. Acreditamos que seja importante que o aluno aprenda a utilizar o software de acordo com as necessidades propostas na construção necessária ao problema, através de suas próprias descobertas, de seus questionamentos e na troca com os outros alunos e que o domínio do software ocorra progressivamente dessa forma.

Após a atividade livre os alunos construíram o esboço do problema no Cabri Géomètre II. Como a exploração do software não foi direcionada, cada aluno fez suas próprias descobertas e após esse momento resolvemos socializá-las e com isso ampliar o conhecimento dos alunos sobre o software.

A última pergunta feita aos alunos na folha-tarefa da Atividade Disparadora foi “Se o advogado pagava x reais, quanto deveria pagar agora?” e pediu-se para que os alunos justificassem a resposta usando argumentos matemáticos diferentes do esboço e da construção.

Finalizamos a atividade disparadora com a leitura do texto “Novamente a Matemática e o Caipira — Agora a Matemática e o Engenheiro”.

O texto possibilitou a discussão sobre a importância da Geometria em situações cotidianas que, às vezes, podem ser mais complexas que a compreensão de alunos, professores e matemáticos. Questionamos também que a resolução de um problema prático pode envolver domínio de várias áreas de conhecimento.

“A resolução de problema requer muitas vezes a exploração do contexto para além do que surge o enunciado.” (Abrantes, 1996)

Nesse conjunto de atividades trabalhamos a interação do aluno com o software através da investigação. Os alunos levantaram conjecturas e iniciaram a distinção entre figura e objeto geométrico na busca de justificativas para atividade proposta.

DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES DO GRUPO I

Os objetivos nesse grupo de atividades foram promover maior integração do aluno com o software, fornecer o instrumental necessário às construções para a resolução de problemas e trabalhar o conceito de objeto geométrico com os alunos.

Nas atividades do grupo I, os alunos realizaram quatorze problemas de construção distribuídos nas folhas-tarefa 2, 3, 4 e 5. Analisamos construções do triângulo equilátero e da divisão do segmento em sete partes congruentes.

Na construção do triângulo, os alunos, inicialmente, não faziam distinção entre justificar e descrever os processos realizados durante as construções. Somente o aluno Michel buscou a justificativa para esse problema. Nenhum aluno evidenciou a existência de dois triângulos equiláteros, que diferem por reflexão.

Com o desenvolvimento dessas atividades trabalhamos a diferença do que Laborde chama de Desenho do Cabri e Figura do Cabri. Na primeira construção realizada, os alunos tentaram inicialmente construir de duas formas: uma delas utilizando um triângulo qualquer e a outra por segmentos de reta, depois foram ajustando de forma que o triângulo parecesse equilátero.

A professora indagava *“Posso mexer no que você fez?”* e acontecia o que Laborde chama de deformação. A partir daí questionávamos o que é um triângulo equilátero e que, para construí-lo e não desarrumar, teríamos que construir a partir de suas propriedades.

Depois dessa discussão, com exceção de Gustavo, os outros alunos perceberam a distinção entre desenho e figura do Cabri. Discutimos com Gustavo as propriedades do triângulo equilátero, e o aluno não mostrou dúvidas nas propriedades e procedimentos de construção do triângulo utilizando instrumento de Desenho Geométrico. Apesar disso, algum tempo depois novamente chama a professora para mostrar sua construção.

P - Posso mexer?

G - Ah não, a senhora vai bagunçar tudo.

O aluno segurou o mouse protegendo sua construção do desmoroamento. No computador ao lado, a professora construiu um triângulo equilátero e ocultou as linhas auxiliares de construção. Gustavo não associou inicialmente a construção feita com régua e compasso com aquela feita no computador utilizando o software. Foi preciso que a professora mostrasse a construção através de um recurso do Cabri Géomètre II que refaz o processo passo à passo. Nesse momento o aluno percebeu as propriedades que a professora utilizou para construir e fez a transferência da construção instrumental à construção no Cabri Géomètre II.

Outra questão sobre a mudança de perspectiva e definição do objeto geométrico é que a construção com o Cabri Géomètre II ocorre diferente do papel. Quando no papel traça-se o círculo com centro e raio em um segmento dado, abre-se o compasso e passa-se um círculo pelo ponto que é uma aproximação visual da outra extremidade do segmento.

Quando realizamos a construção no papel utilizando régua e compasso, a partir de um segmento \overline{AB} , colocamos a ponta seca no ponto A e com abertura do tamanho da medida desse segmento traçamos o círculo passando por B. Essa é a construção representada na figura 1.

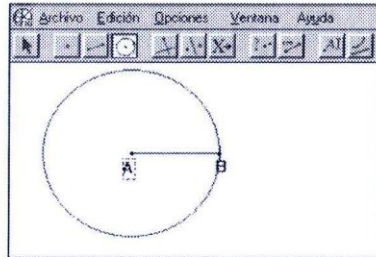


FIGURA 1

Acontece que essa construção quando realizada no software desmorona, ou seja, separa o círculo do segmento \overline{AB} , como ilustra a figura 2:

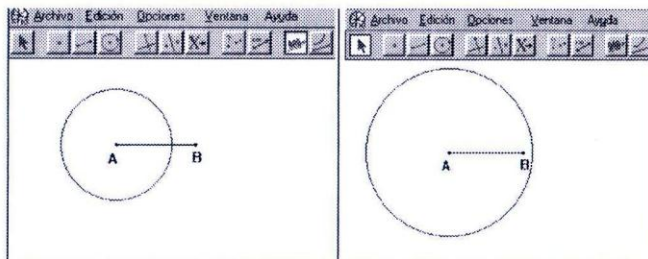


FIGURA 2

No software Cabri Géomètre II o centro e o raio do círculo têm que estar definidos. No caso, se desejamos traçar um círculo com centro em A e raio de medida \overline{AB} ocorre uma troca entre uma informação dada pelo software e o aluno de forma que estes objetos fiquem definidos.

Aqui ficam evidenciadas algumas regras do micromundo Cabri Géomètre II. A construção ilustrada na figura 1 mostra a construção que o aluno faz usualmente com instrumentos de Desenho Geométrico. Na verdade, quando fazemos esta construção estamos pensando em construir um círculo com o ponto A como centro e passando por B, mas no papel isso fica visual.

Quando o aluno passa da construção do papel para a construção no software, a construção assume um caráter diferente pois os pontos têm que ser definidos. A diferença será percebida pela movimentação dos elementos básicos da figura. Nas primeiras construções no Cabri Géomètre II é comum que os alunos façam como Theresa. A construção apresentada pela aluna visualmente estava como na figura 3 e quando movimentamos os círculos ocorre como na figura 4.

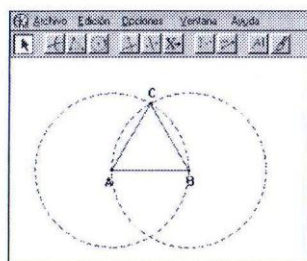


FIGURA 3 - CONSTRUÇÃO DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO DA ALUNA THERESA.

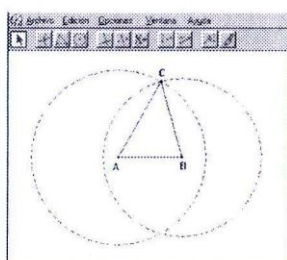


FIGURA 4 - CONSTRUÇÃO DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO DA ALUNA.

Nesse momento a aluna ainda não distinguia figura de objeto geométrico pois ainda lhe eram obscuras as diferenças entre a construção no papel e no software.

Na folha-tarefa 3, propomos a construção da divisão de um segmento em sete segmentos congruentes. Os alunos relataram os processos de construção e a justificativa.

Alguns alunos indicam, já nesse momento, a procura de justificativas mostrando o teorema de Tales, mas não chegam a conclusão. O aluno Michel mostra preocupação com a linguagem e com a justificativa do problema. Tanto a justificativa como os procedimentos estão precisos.

Nessa atividade houve progressos na manipulação do software e questões importantes surgiram para que desenvolvêssemos mais questionamentos sobre os objetos geométricos. Apareceram mais indícios de busca de justificativa, mas alguns alunos ainda mostram-se resistentes, diferente de suas atitudes nas construções que logo procuram fazer e os motiva mais. Isso reforça nossa opção em procurar nas atividades do grupo II utilizar o software para levantar conjecturas e depois buscar justificativas.

DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DO GRUPO II

Analisamos aqui estratégias de investigação dos alunos relativos a duas situações-problema. Nosso foco era verificar como os alunos utilizavam os objetos geométricos construídos no Cabri Géomètre II, para conjecturar e relacionar propriedades geométricas na busca justificativas. As atividades propostas nesta etapa constam das folhas-tarefa 6 e 7.

A folha-tarefa 6 propunha a construção e a investigação sobre a posição dos pontos D, E e F, obtidos a partir de um quadrado ABCD e dois triângulos equiláteros: o triângulo ABE interno ao quadrado e o triângulo BFC externo ao quadrado.

Primeiro foi proposto que os alunos fizessem o esboço do problema no papel. Não foi imposta nenhuma condição sobre o uso ou não dos instrumentos de desenho geométrico. A seguir os alunos realizaram a construção no Cabri Géomètre II.

Após a construção no software, os alunos movimentaram os elementos básicos da figura construída para investigar ou comprovar o que ocorre com os pontos D, E e F. Gustavo e Fernando relatam:

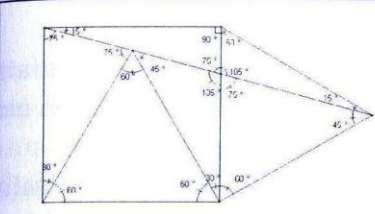
“Eu puxei o ponto D e notei que parecia que D, E e F serem retos (distância), então eu tracei uma semi-reta a partir de D e confirmei que a distância dos pontos poderia ser traçada por uma reta, semi-reta, etc.” (Gustavo)

“Traça-se então a reta DEF. Realmente os pontos estão na reta.” (Fernando)

Perguntamos aos alunos, depois da investigação no Cabri Géomètre II, se consideravam que o problema já estava justificado “matematicamente”. Todos os alunos responderam que não, o que mostra um resultado do trabalho desenvolvido nas atividades anteriores, onde procurava-se

estimular articulações de propriedades geométricas não sendo suficiente uma justificativa visual.

As justificativas destes alunos apresentadas para o problema foram:



$\alpha + \beta + \gamma = 75 + 60 + 45 = 180^\circ$

Fernando

Com B como centro E e F tem a mesma distância, pois são raios e D é o raio com A como centro sendo que a distância de A com D, B com E e B com F, então com uma certa arrumação angular que eu não descobri qual, a distância entre eles pode ser dada por uma reta, semi-reta, etc.

Gustavo

A partir do registro do Gustavo onde apareceu o termo “arrumação angular” iniciou-se um diálogo entre o aluno e a professora:

P - Gustavo, leia novamente o seu problema, tenho uma dúvida na justificativa.

G - Já li.

P - Lembra porque você escreveu ‘com uma certa arrumação angular?’ O que você quis dizer com isso? Eu não entendi.

G - Calma aí. Eu não entendi porque certinho nesse ponto aqui seria a reta, prá mim tinha alguma coisa a ver com angulo, percebi quando mexi que ficava tudo com essa arrumação angular.

P - Faz o desenho da figura aqui nesse papel. Você falou que aqui tinha uma ‘certa arrumação angular’. O que eu entendi é que você disse que alguns ângulos se mantinham. Você quis dizer que têm ângulos que permanecem com a mesma medida quando você movimenta a figura?

G - É isso professora! Eu até medi eles e mexi em tudo e não é que esses ângulos continuavam iguais sempre prá onde quer que eu puxasse.

P - Então você descobriu que eles ficavam com a mesma medida e o que mais? Os ângulos ficarem com a mesma medida já é suficiente para garantir que é uma reta?

G - Ah, não, tem outra coisa. Juntos eles davam 180° por isso também que era uma reta.

P - Puxa Gustavo, você percebeu que os ângulos se mantinham e também que somados encontramos 180° e você tentou achar os ângulos?

G - Não. Prá que?

Gustavo mediu os ângulos e apesar de ter visualizado que eram invariantes, não percebeu que o fato da soma dos ângulos ser 180° , era suficiente para afirmar que os pontos estavam alinhados.

A professora interferiu fazendo duas figuras de três, uma em linha reta e a outra com os três pontos não alinhados.

P - Gustavo olha aqui. O que há de diferente nessas duas figuras?

G - Na de cá os pontos estão em uma reta e na de lá tem um triângulo.

P - E com relação aos ângulos formados nelas?

G - Como assim?

P - Vamos chamar os pontos de D, E e F como no problema. No triângulo se eu for aumentando o ângulo $D\hat{E}F$ quando é que os pontos estarão em linha reta?

G - Quando for igual a 180° ?

P - Isso mesmo. Então quando o ângulo $D\hat{E}F$ medir 180° teremos uma reta. Agora vamos voltar ao problema. Será que consegue justificar agora?

G - Ah, achando os ângulos e somando. Mas não sei os ângulos, só sei porque medi no computador.

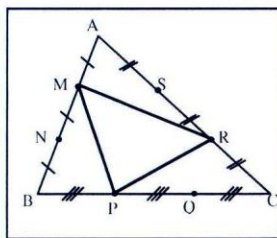
O aluno já entende que medir os ângulos no software Cabri Géomètre II e somá-los não era suficiente para justificar o problema.

P - Mas você não tem na figura um quadrado e dois triângulos equiláteros?

G - Como é que é? É! É!

P - Use isso então. Vou deixar você pensar sozinho agora.

O aluno começou a relacionar os ângulos e encontrou que a medida do ângulo é igual a 180° .



Na folha-tarefa 7 os alunos realizaram investigações a respeito das áreas dos triângulo ABC e MPR conforme ilustra a figura anterior. Os vértices do triângulo MPR foram obtidos através da divisão de cada lado do triângulo ABC em três segmentos congruentes.

Primeiro a professora pediu que os alunos construíssem a figura no Cabri Géomètre II explicando sua construção. Na realização dessa atividade constatamos que a construção do objeto geométrico não foi um entrave, pois envolvia a construção de um triângulo qualquer e a divisão de segmentos em três partes congruentes. Essas atividades já haviam sido realizadas nas atividades do grupo I.

Propusemos então a investigar a relação entre a medida das áreas dos triângulos ABC e MPR. Ao iniciar a manipulação da figura em busca de relações, o aluno Gustavo afirma que:

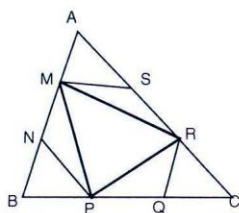
G - Isso tem a ver com a parada do cano.

O aluno associa a busca de relação entre as medidas das áreas com a realizada durante o desenvolvimento da atividade disparadora.

Analisando os registros, num primeiro momento, todos os alunos investigaram as áreas calculando o valor pelo ícone de medida de área do programa. Com exceção do Fernando, todos utilizaram a ferramenta calculadora, o que na visão de Nasser (1991), é um momento que buscam acreditar na validade da relação encontrada. No registro do Gustavo, acreditamos que o uso de aspas confirmam mais uma vez, que ele interiorizou que apresentar justificativas para o problema é mais que usar o software, calcular e medir.

Após conjecturar sobre a relação entre as áreas, pediu-se aos alunos que justificassem o resultado encontrado. Dentre as soluções encontradas, temos as apresentadas por Fernando e Michel:

Fernando resolve por uma estratégia diferente dos demais. Calcula que a medida da área externa do triângulo MPR é $\frac{2}{3}$ da medida da área do triângulo ABC e depois acha a razão $\frac{1}{3}$. Afirma dois resultados e depois justifica, o que sugere as conjecturas que levantou na elaboração do plano de resolução.



Pode-se perceber uma relação de proporcionalidade entre os segmentos do novo \triangle e do antigo, para se extrair a relação é preciso provar qual é essa proporcionalidade, construindo novos no \triangle interior da figura e provando que essas possuem áreas iguais mesmo tendo lados diferentes.

Traça-se os triângulos auxiliares MAS, BNP, QCR, que são congruentes entre si e proporcionais em área ao triângulo por razão 1/9, porque a base dos triângulos menores é 1/3 da base maior e a altura também, daí se extrai que a área total dos 3 é 3 nonos da maior. É visível também que MAS possui área igual a RSM pois as bases são iguais e a altura também, aplica-se isso aos outros dois triângulos e se tem uma área total de 2/3 de novo, logo a área dos triângulos BPN, PCR, AMR é da área do maior, a área de MPR então é 1/3.

Fernando

Carol, Jonathas, Gustavo, Michel e Theresa dividem o problema em dois outros: As áreas de três triângulos congruentes AMS, NBP e ROC e a do hexágono MNPQRS. Em seguida reduzem o problema de encontrar a área do hexágono MNPQRS ao de calcular três áreas de paralelogramos MSRO, PORQ e MOPN. Michel mostra que organizou a resolução do problema em casos e relata como a construção geométrica ajudou na justificativa:

“Através da construção geométrica no Cabri pude analisar e visualizar os traçados feitos no interior do triângulo, pois com a utilização desse programa, os traçados saíram sem nenhum tipo de erro referente a medida, o que auxiliou na hora da análise.” (Michel)

Os alunos mostram que utilizaram o objeto geométrico construído nos seguintes aspectos: visualização, verificação, análise, construções auxiliares e cálculo de medidas. Theresa relata que houve interação entre a visualização no computador e o raciocínio no papel, mostrando que a utilização do software é uma etapa que atua como facilitador, motivador e disparador do processo de buscas por justificativas.

No relato de Michel, observamos que nesse momento o aluno já diferencia os procedimentos de construção e a busca de justificativas.

“Na explicação do procedimento, que é para você descrever o processo utilizado para a construção feita, não houve, ao meu parecer, algum tipo de complicação. Na justificativas que é para agente dizer o porque

utilizando justificativas matemáticas, eu achei que já foi um pouco complicado. Houve construções que não tive a menor idéia de como justificá-las.” (Michel)

Na auto-avaliação pedimos para que os alunos avaliassem o desempenho na realização das atividades, apontassem se houve evolução e atribuíssem uma nota explicando o porquê.

“A presença e a participação em sala de aula tem sido fundamentais nessa aprendizagem, pois é nela que aprendemos, pois é o único local onde temos acesso ao programa.” (Carol)

“É difícil de fazer uma auto-análise, até porque ninguém é capaz de se julgar com muita precisão. Apesar disso eu acho que comecei o trabalho meio relaxado, até porque como eu não conhecia o que era essa eletiva, eu não ligava muito. Porém vendo a seriedade disso resolvi correr atrás... Na minha opinião interesse é a chave do sucesso, eu acho que melhorei meu desempenho inicial, apesar de saber pouco ainda, mas não puderam construir o Empire States sem uma base.” (Gustavo)

Carol levanta uma questão relevante sobre a diferença da utilização do computador que, salvo raras exceções, o contato com um software educativo limita-se a escola contrapondo-se a um livro didático, por exemplo, ao qual o aluno pode consultar em casa e mostra valorizar a presença e participação nas aulas. Gustavo enfoca a questão da avaliação da Disciplina Eletiva. A quantificação da média bimestral foi acordada com os alunos e não possui avaliação formal escrita como nas disciplinas regulares. Gustavo escreve que no início do processo “começou meio relaxado” justificando o motivo “até porque eu não conhecia o que era essa eletiva”. Foi a primeira experiência desses alunos com uma disciplina que não possui avaliação formal e houve uma quebra de paradigmas no modelo tradicional de avaliação ao modelo novo. O aluno mostra em sua fala que a princípio não compreendia que atitudes seriam relevantes no processo e ao longo do processo revela “correr atrás” que segundo Banathy, 1993 cit. Clunie, 1996 “os alunos assumem progressivamente mais responsabilidades pela sua própria aprendizagem”.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No desenvolvimento dessa pesquisa, trabalhamos uma perspectiva interativa e dinâmica do conhecimento geométrico. Encontramos no software um aliado na implementação do ambiente de aprendizado

pretendido. Não buscamos “*uma versão computadorizada dos modelos atuais de ensino*” (Valente, 1993), mas uma proposta de Informática Educativa, inserida no novo paradigma educacional.

Muitas são as limitações de incorporar a utilização de softwares no processo ensino-aprendizagem. Se por um lado, estamos na era da informática, por outro a estrutura escolar não fornece condições ideais de utilização. Os professores ainda encontram muitas dificuldades na implementação de uma proposta de trabalho com o uso do computador. Quando existe essa possibilidade, geralmente precisam adaptar as condições e o ambiente para inserir o uso de softwares educacionais no ensino.

Acreditamos que essa pesquisa contribua na utilização de softwares educativos em Educação Matemática, em particular no uso do Cabri Géomètre II. Embora tenha sido feita com seis alunos, seus relatos e suas dificuldades podem auxiliar outros professores, mesmo que trabalhem com um grupo maior, e sempre adaptadas a realidade de cada um.

Consideramos relevante a experiência de manipulação do software através da descoberta, como foi proposta na atividade livre, e as estratégias utilizadas para resolução de problemas utilizando o Cabri Géomètre II.

A novidade da mudança de perspectiva provocada pelo caráter dinâmico do software pode ser comprovada no relato do Gustavo quando movimentou um ponto e exclamou: — “*Uh, ele mexe!*”.

Através dos relatos dos alunos, pudemos comprovar também que, inicialmente, o procedimento de construção era confundido com a justificativa do problema, o que foi sendo diferenciado ao longo do desenvolvimento das atividades.

Os alunos mostraram, inicialmente, resistência à escrita e alguns sentiram dificuldade com as justificativas, onde verificamos uma maior precisão na linguagem ao longo da pesquisa.

O Cabri Géomètre II forneceu aos alunos recursos para estratégias de investigação, trabalhando a percepção visual do problema e calculando medidas desejadas, e ajudou no estabelecimento do plano de resolução do problema (Polya, 1995).

Comprovamos um progresso no encadeamento das idéias nas justificativas realizadas ao longo das atividades, o que pode ser verificado nas soluções da folha-tarefa 7. Isso foi evidenciado nos relatos, onde alguns alunos formularam e verificaram hipóteses auxiliares,

comprovaram sua conjectura e as utilizaram para justificar o problema proposto. No relato de Fernando, por exemplo, além de utilizar uma estratégia de resolução diferente dos demais o aluno afirma resultados e depois os justifica.

Os alunos mostraram fazer relações entre a investigação proposta e as realizadas anteriormente, como verificamos na fala de Gustavo ao construir a atividade da folha-tarefa 7: — “Isso tem a ver com aquela parada do círculo”.

Na continuidade dos processos estamos utilizando as macro construções para agilizar os processos de construção e intensificar a utilização do software para justificar situações-problema. Os alunos vêm preparando seminários de alguns conteúdos para uso posterior com o software. Dentre alguns temas dos seminários temos as cônicas, conteúdo que despertou curiosidade dos alunos desde o desenvolvimento da atividade de exploração do software quando o aluno Michel descobriu o ícone.

O Cabri Géomètre II insere a Geometria em seu raciocínio lógico-dedutivo, proposta há muitos séculos nos Elementos de Euclides (Boyer, 1974), na era da tecnologia do século XXI, onde “mouses falantes” e “formas malcriadas e bagunceiras” dão forma às imagens mentais abstratas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- ABRANTES, Paulo e outros. *Matemática para todos: Investigação na sala de aula*. In ABRANTES (org.): *Investigar para Aprender Matemática*. Lisboa, 1996.
- BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blüncher Editora, 1974
- CLUNIE, Gisela E. T., e outros. *Ambientes de Aprendizagem e Hipertecnologias: Uma Relação Promissora*. Programa de Engenharia de Sistemas e Computação UFRJ. Rio de Janeiro, 1996.
- GARCIA, Pedro Benjamim. Paradigmas em Crise e Educação. In BRANDÃO (org.). *A Crise dos Paradigmas e a Educação*. São Paulo, Cortez, 1994.
- ILABACA, Sánchez. *Informática Educativa*. Chile, Editora Universitária, 1993.
- MASON, John. O “quê”, “o porquê” e o “como” em Matemática. In

- ABRANTES (org.): *Investigar para Aprender Matemática*. Lisboa, 1996.
- NASSER, Lilian. *O Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria*. Boletim do GEPEN, 27, pp. 93-99, 1991.
- PAPERT. *The Children's machine*. New York: Basic Books, Traduzido para o português como, *A Máquina das Crianças: repensando a escola na Era da Informática*. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.
- POLYA, George. *A Arte de Resolver Problemas: Um Novo Aspecto do Método Matemático*. Rio de Janeiro, Interciência, 1985.
- SAMPAIO, Marisa Narcizo. *A Alfabetização Tecnológica do Professor: a busca de um conceito*. Dissertação de Mestrado apresentada a COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação UFRJ, 1996.
- SANGIACOMO, L. *O Processo da Mudança de Estatuto: De Desenho para Figura Geométrica. Uma Engenharia Didática com o Auxílio do Cabri Géomètre*. Dissertação de Mestrado apresentada a PUC-SP. São Paulo, 1996.
- SOUZA, Fernanda Cristina A. G. de. *Geometria Dinâmica: Um Estudo*. Dissertação de Mestrado apresentada a COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação UFRJ. Rio de Janeiro, 1998.
- VALENTE, José Armando. *Diferentes Usos do Computador na Educação*. *Em Aberto*, Brasília, ano 12, (57), 3-17, jan/mar. 1993.