
Regularidades Numéricas e Generalizações: Uma Atividade de Investigação

ROSANA DE OLIVEIRA

Esta atividade foi elaborada por mim e aplicada em diversos níveis de ensino para alunos do ensino fundamental, médio, em minicursos oferecidos para professores em serviço ou futuro professores, em encontros seminários e cursos de Pós-Graduação.

Esta atividade possui características de uma atividade de investigação, pois segundo Ponte, 1997 *uma tarefa de investigação*:

“Trata-se uma questão aberta, de cunho problemático, cuja realização pode demorar um conjunto de aulas. O aluno tem de formular objectivos mais precisos para investigar, formular conjecturas, testá-las e, eventualmente, demonstrá-las.”

A atividade proposta foi a seguinte:

Antecessor e Sucessor

Complete o quadro abaixo de forma que o número à esquerda (\leftarrow) e abaixo (\downarrow) seja o antecessor e o número à direita (\rightarrow) e acima (\uparrow) seja o sucessor.

		26			

Após preencher o quadro acima faça 10 observações sobre o que vê.

De uma maneira geral professores e alunos preenchem o retângulo sem grandes dificuldades. O enunciado fala sobre completar com o antecessor à esquerda e abaixo, a idéia era que a esquerda tivesse o antecessor e abaixo também (estes dois quadrados preenchidos com o mesmo número).

	27	
25	26	27
	25	

Porém alguns alunos e professores interpretam o enunciado de forma diferente. Entendem que os dois comandos devem ser feitos consecutivamente, produzindo o seguinte preenchimento:

		27
←	26	→
25		

Nesse caso chegam a conclusão que não podem completar todo o retângulo. Professores e alunos fazem algumas sugestões de mudança do enunciado para torná-lo *mais claro*. Porém por opção mantenho o enunciado dessa forma, permitindo assim que ao propor essa tarefa em novos grupos a discussão e o debate sobre esse ponto se façam presentes.

O pedido para que o grupo faça dez observações sobre o quadro de números preenchido causa inicialmente uma certa estranheza, mas argumento, apenas para quebrar esse momento inicial, que como o trabalho é feito em pequenos grupos, onde quatro pessoas precisam escrever dez observações, cada um terá que criar duas ou três. Ao se envolverem na atividade, uma diversidade de conjecturas são enunciadas e registradas, a quantidade solicitada os estimula a criar mais relações.

Baseados no quadro abaixo preenchido.

26	27	28	29	30	31
25	26	27	28	29	30
24	25	26	27	28	29
23	24	25	26	27	28
22	23	24	25	26	27

Apresentaremos a seguir uma diversidade de conjecturas enunciadas e registradas por alunos e professores. Face ao grande número de conjecturas optamos por apresentá-las segundo uma classificação¹, procuramos agrupá-las conforme alguns aspectos comum. Esse é um olhar dentre outros possíveis.

I - VISUALIZAÇÃO DOS ELEMENTOS DA TABELA

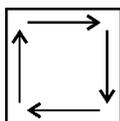
As conjecturas deste tipo são aquelas em que descrevem elementos da tabela de acordo com sua arrumação, as relações que se estabelecem entre os números são imediatas, do tipo ordem crescente, decrescente, posições horizontais, verticais, etc.

Veja a seguir algumas conjecturas que exemplificam esta caracterização:

- Na horizontal, os números encontram-se em ordem crescente.
- Na vertical, os números encontram-se na ordem decrescente.
- Nas diagonais à direita os números se repetem.
- As diagonais se alteram em números pares e ímpares.
- A tabela é formada por números com dois algarismos.
- Nas “diagonais” à direita os números se repetem e nas “diagonais” à esquerda, os números encontram-se escritos em ordem decrescente, subtraído de duas unidades.
- As linhas diagonais da esquerda para a direita os números são os mesmos em ordem crescente.
- A tabela é formada por números naturais compreendidos entre 22 e 31 inclusive, $\{x \in \mathbb{N} / 22 \leq x \leq 31\}$.
- Ao formar quadrados de quatro números, um número se repete e está entre seu sucessor e antecessor.

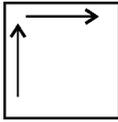
n ^o	suc
ant	n ^o

- Os números estão ora em ordem crescente ora em ordem decrescente formando:



¹ Uma primeira idéia de classificação foi elaborada pelas professoras Andreia Carvalho Maciel Barbosa e Dora Soraia Kindel.

- A coluna 1 e a linha 1 possuem os números de 22 a 31 em ordem,



II - RELAÇÃO ENTRE OS ELEMENTOS NA TABELA

As conjecturas deste tipo são aquelas que estabelecem relações entre números, porém recorrem a elementos matemáticos que envolvem operações, equações, porém não utilizam esses termos matemáticos.

- Último termo da cada coluna é igual ao primeiro termo da coluna seguinte acrescentando de 4.

- Os elementos das diagonais secundárias de cada quadrado contido na figura são crescentes de dois em dois da direita para a esquerda.

- A soma do algarismo da 1ª linha com a 5ª linha de cada coluna é igual a soma dos algarismos da 2ª linha e 4ª da mesma coluna.

- Em cada linha e em cada coluna, as somas dos termos equidistantes são iguais.

- A soma dos termos equidistantes de cada coluna é constante e par.

- A 3ª linha é igual à:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2^a l + 4^a l}{2} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 23 & 24 \\ \hline 22 & 23 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \frac{22+24}{2} = 23 \\ \\ \frac{1^a l + 5^a l}{2} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline 24 & & 26 \\ \hline & 24 & \\ \hline 22 & & 24 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \frac{22+26}{2} = 24 \end{array} \right.$$

III - IDENTIFICAÇÃO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS SISTEMATIZADOS

As conjecturas deste tipo são aquelas que se referem a conteúdos matemáticos sistematizados previamente em outros contextos, a linguagem utilizada atribui nomes aos elementos matemáticos, além de mostrarem um registro onde aparecem símbolos e termos tipicamente matemáticos.

- A tabela é uma matriz do tipo 5 x 6 e os elementos de cada linha são formados pelo elemento anterior mais 1 e os elementos de cada coluna, formados pelo elemento anterior menos 1.

- É uma matriz triangular superior e inferior.

- O elemento a_{11} é anterior do elemento a_{56} .

- Cada linha é uma P.A. de razão 1.

- Cada linha é formada por números em seqüência que formam uma PA crescente de razão 1 e cuja fórmula do termo geral é $a_n = a_{n-1} + 1$. As colunas também, só que a PA é decrescente de razão -1 e cuja fórmula do termo geral é $a_n = a_{n-1} - 1$.

- A seqüência das somas dos elementos de cada linha (soma da PA) também formam uma PA decrescente de razão -6 e cuja fórmula do termo geral é $a_n = a_{n-1} - 6$.

- A seqüência das somas dos elementos de cada coluna (soma da PA) também formam uma PA crescente de razão 5 cuja fórmula do termo geral é $a_n = a_{n-1} + 5$.

- Cada termo é igual a média aritmética do anterior pelo sucessor:

$$x = \frac{a + s}{2}.$$

Termo médio de cada coluna é a média aritmética dos termos e dos termos eqüidistantes aos extremos.

A soma de todas as linhas é igual a soma de todas as colunas.

$$171 + 165 + 159 + 153 + 147 = 795$$

$$120 + 125 + 130 + 135 + 140 + 145 = 795$$

Estas conjecturas foram discutidas por todo o grupo, a fim de verificar a validade e criar possíveis generalizações, algumas conjecturas foram reformuladas durante as discussões. Observei que existe uma resistência de alunos e de alguns professores de matemática em demonstrar a validade das conjecturas. Acreditamos que para quebrar essa resistência seja necessário um trabalho contínuo, para que alunos e professores compreendam todas as etapas e objetivos da atividade.

Vale ressaltar a importância de ouvir aluno, procurar explorar suas falas e registros, construindo junto com ele conceitos e a escrita matemática.

BIBLIOGRAFIA

- PONTE, J. P., BOAVIDA, A ., GRAÇA, M., & ABRANTES, P. **A dinâmica da aula de matemática**, Didáctica da Matemática. Lisboa: DES do ME.1997.
- LINS, R.C. e GIMENEZ,J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**: Perspectivas em Educação Matemática. Campinas - SP: Papyrus, 1997.
- OLIVEIRA, R. **Pensando Algebricamente antes da 7ª série: Uma Outra Perspectiva nos Processos de Construção do Conhecimento**: Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação da Universidade Santa Úrsula. Rio de Janeiro - RJ: 1997.