Alfabetização Algébrica nas Séries Iniciais. Como Começar?

Jorge Tarcísio da Rocha Falcão

Resumo / A presente pesquisa partiu do questionamento da programação tradicional de ensino de matemática no ciclo fundamental, que prevê a anterioridade da aritmética em relação à álgebra. Criticou-se a redução da álgebra à condição de aritmética generalizada, visto que a álgebra tem suas propriedades como campo conceitual específico. A partir de tal perspectiva, buscou-se estabelecer que aspectos da álgebra poderiam ser oferecidos no início do ensino fundamental, e como fazê-lo didaticamente. Os dados obtidos evidenciaram a possibilidade de oferta nesse nível de estudos de conteúdos algébricos conceituais e algorítmicos, tais como função, incógnita, modelização de relações entre quantidades conhecidas e desconhecidas e manipulação simbólica.

Palavras-Chave / Pré-Álgebra, Campo Conceitual Algébrico, Aritmética e Álgebra, Seqüência Didática, Desenvolvimento Conceitual em Matemática.

1. Álgebra só se ensina lá pela sétima série...

No Brasil, como é do conhecimento de todo professor do ensino fundamental, propõe-se, em termos da organização da ordem em que são apresentados conteúdos curriculares em matemática (o que vem antes, o que vem depois), que a álgebra deve "esperar" para ser apresentada *depois* que os alunos já tiverem conseguido o domínio de alguns princípios aritméticos. Se analisarmos mais de perto as razões para tal proposta de iniciação da Álgebra, encontraremos duas explicações interligadas entre si: em primeiro lugar, há razões de natureza *pedagógico-institucional*, referentes à proposição de um currículo oficial que sirva de referência para todo o sistema escolar do país, devidamente coordenada e fiscalizada pelo Estado. É nesse nível de planejamento e decisão que se escolhem determinados conteúdos dos vários campos de saber específico (como a Matemática, a Biologia, etc.), em função da expectativa que se tem *do que* pode ser ensinado a *qual nível de ensino*, e *em que ordem*.

Esse processo de escolha dos conteúdos vem sendo estudado por um filósofo e historiador da educação francês, Yves Chevallard, que chamou este processo *transposição didática*. Para este autor francês, portanto, a *transposição didática* diz respeito ao processo de mudanças e adaptações que sofre o saber cultivado nos laboratórios e demais ambientes científicos em que é produzido, quando se deseja passar (ou *transpor*) tal saber para os currículos e programas da formação escolar.

Em segundo lugar, e em estreita ligação com o processo de transposição didática acima referido, teríamos um conjunto de considerações de ordem *pedagógico-psicológica*, relacionados a uma determinada forma de encarar os processos de aprendizagem. Tal perspectiva estabelece que os referidos processos de aprendizagem são limitados por estágios gerais de desenvolvimento, estágios estes que garantem as condições necessárias ao aluno para que o mesmo possa aprender os conteúdos que o professor pretende ensinar. Em outras palavras, tal perspectiva trabalha com a idéia de que é necessário que o aluno esteja *pronto* (cognitivamente) para receber determinados conteúdos (alguns talvez se lembrem: há aproximadamente 20 anos, os alunos da pré-escola somente iniciavam o processo de letramento quando seu desenvolvimento de determinadas habilidades e competências, avaliadas por um *teste de prontidão para a leitura* bastante divulgado e utilizado, era considerado adequado para tal empreitada...). Na perspectiva da prontidão, acredita-se que a aritmética representaria um campo de trabalho mais acessível que a álgebra, uma vez que, para a aritmética os procedimentos de resolução de problemas estão mais ligados ao significado específico de cada problema proposto, e para a álgebra, os procedimentos são generalizantes, utilizam uma simbologia sofisticada e são baseados em regras de manipulação independentes dos conteúdos dos problemas (*"corta isso com aquilo"*, *"deduz o valor de x aqui e substitui ali"*).

Aritmética e álgebra implicam, de fato, em atividades diversas de resolução de problemas em matemática. Para o pesquisador russo Bodanskii, a resolução aritmética de um problema matemático implica na decomposição do mesmo em sub-problemas interrelacionados, cuja solução vai reduzindo gradativamente o "espaço de problema", até um ponto no qual a solução final como que se impõe por si mesma. A resolução algébrica, em contrapartida, implica numa sistematização prévia do problema, para a qual a identificação de aspectos-chave do mesmo é essencial, tais como valores conhecidos e incógnitas, relações entre as incógnitas já explícitas e as que decorrem das primeiras, etc.

A álgebra é uma ferramenta cultural poderosa de resolução de problemas, cujo momento de apresentação nos currículos e programas de matemática (necessariamente posterior à aritmética) pode e deve ser questionado. A "prioridade" aritmética, inclusive, parece responsável por alguns obstáculos didáticos importantes na introdução à álgebra elementar por volta da 6ª/7ª. séries do I Grau, conforme dados obtidos pela pesquisadora pernambucana Anna Paula Brito Lima. Essa pesquisadora, em trabalho conjunto comigo, mostrou haver várias possibilidades de trabalho com a álgebra bem antes da época "oficial" de introdução à mesma. A tais dados, podem ser ainda acrescentados observações acerca de meninos de rua da cidade do Recife, para quem foram introduzidas com sucesso determinados aspectos da álgebra apesar de seu precário nível em aritmética básica, bem como as observações de F.G. Bodanskii (anteriormente citado) com alunos da 1ª série do sistema de ensino soviético[1] (cidade de Kharkov), igualmente introduzidos à álgebra elementar. Finalmente, cabe comentar que a própria transposição didática

[1] Estudo realizado nos anos de 1963 e 1964, anteriormente à dissolução da URSS.

da álgebra parece ter evoluído para repensar a prioridade isolada da aritmética no encadeamento temporal de conteúdos, que podemos constatar nas proposições da versão final dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) para a matemática no ciclo elementar.

Os dados e aspectos acima discutidos dão margem para o questionamento da programação tradicional ainda vigente de ensino de matemática no ciclo fundamental. É verdade que a álgebra retoma uma série de relações entre números, estabelecidas no domínio da aritmética, para agora generalizá-las com letras (representando variáveis e/ou incógnitas): pode-se pensar em $5 + 3 = 3 + 5$ ou em $x + y = y + x$ (para qualquer y e qualquer x). Porém, a álgebra não pode ser vista apenas como uma *aritmética generalizada*, pois ela tem suas propriedades intrínsecas, como ***campo conceitual*** específico que ela é. Nesse sentido, conviria refletir sobre alguns aspectos importantes (senão centrais) do que chamamos campo conceitual algébrico, de forma a nos perguntarmos, de forma honesta e o mais possível rigorosa: *Que álgebra é possível ensinar no início do ciclo fundamental de ensino, concomitantemente com as atividades usuais em aritmética?*

Jerome Bruner, um dos mais brilhantes pensadores contemporâneos em psicologia da aprendizagem e do desenvolvimento, propôs que "toda idéia, problema ou conjunto de conhecimentos pode ser suficientemente *simplificada* para ser entendida por qualquer estudante particular, sob forma *reconhecível*". Segundo tal formulação, qualquer conteúdo pode ser expresso de forma didaticamente *eficaz* (ou seja, recorrendo a exemplificação que faça sentido para o aluno) e epistemologicamente *honesta* (ou reconhecível, como escreve Bruner). Nossa questão passa, portanto, a ser: *Que aspectos da álgebra são fundamentais, de forma a efetivamente iniciar os alunos nesse domínio de conhecimento, e como fazê-lo didaticamente, em se tratando das séries iniciais?*

2. Alguns pontos centrais do campo conceitual da álgebra

Para muitos pesquisadores em didática da álgebra, esta teria uma dupla função, conforme resumido no quadro abaixo: ***representar*** fenômenos e relações, e ***auxiliar na resolução*** de problemas matemáticos:

Atividades em Álgebra

Ferramenta representacional	**Ferramenta de resolução de problemas**
Modelização: captura e descrição dos fenômenos do real. ***Função***: explicitação simbólica de relações elementares. ***Generalização***: passagem de descrições específicas, ligadas a um contexto, para leis gerais.	algoritmos, regras sintáticas, prioridade de operações, princípio da equivalência entre equações.

Elementos básicos do campo conceitual algébrico

Números, medidas, incógnitas e variáveis, regras de atribuição de símbolos, significados do sinal de igual, trânsito entre formas de linguagem	Operadores, sintaxe, prioridade de operações, princípio da equivalência, conhecimentos-em-ação vinculados a experiências extra-escolares de compensação e equilíbrio, fatos aritméticos instrumentais (ex: elemento neutro da adição).

Quadro 1: elementos básicos de caracterização do campo conceitual da álgebra (a partir das contribuições de F.G. Bodanskii , G. Vergnaud e Da Rocha Falcão e colaboradores).

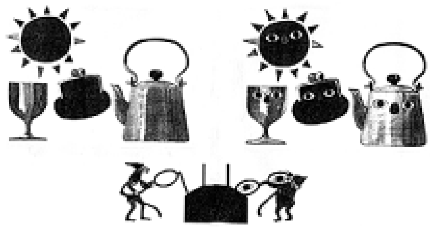
A partir dos pontos resumidos acima, poderíamos pensar em algumas atividades centrais, vinculadas a conceitos igualmente centrais em álgebra, atividades e conceitos estes que pudessem ser explorados desde o início do ensino fundamental de forma honesta e efetiva. Escolhemos as seguintes atividades, já exploradas com alunos de escola pública de Recife em 1999-2000:

Atividade 1: exploração do conceito de *função*

1.1. Atividade adaptada para ensino: *identificando princípios que regem transformações*, expressando-os, em termos gerais, em linguagem natural.

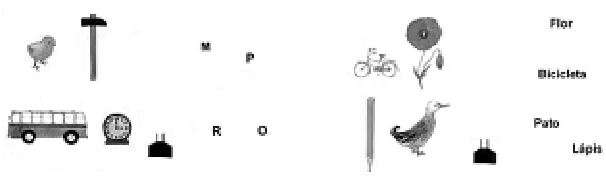
1.2. Exemplos de atividade: identificando o princípio que rege o funcionamento de máquinas mágicas:

1.2.1. Máquinas que mudam um aspecto perceptual do objeto nelas introduzido:

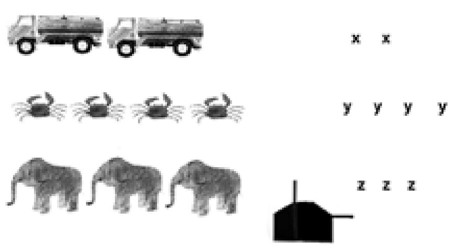


A máquina que põe olhos em ***tudo*** que passa por ela!

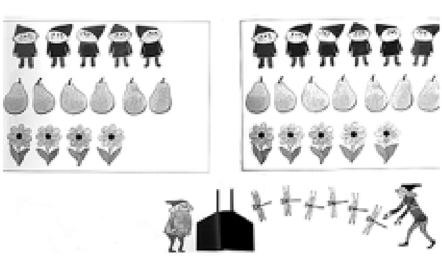
1.2.2. Máquinas de atribuição simbólica: trocam o que entra nelas por uma letra do nome da coisa que passou, ou pelo próprio nome:



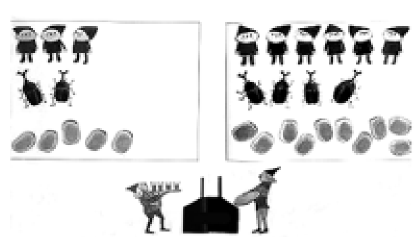
1.2.3. Máquinas de atribuição simbólica de tipo 2: trocam o que entra nelas por letras do final do alfabeto (x, y, z e w):



1.2.4. Máquinas que realizam uma operação aritmética:



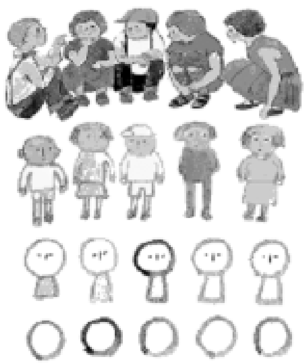
Máquina que soma 1!



Máquina que multiplica por 2!

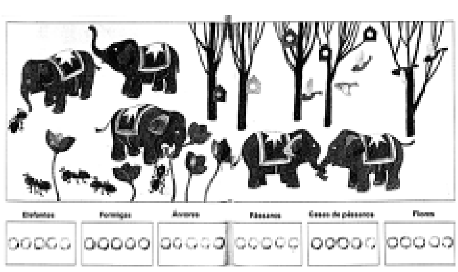
Atividade 2: passagem para uma representação mais simplificada:

A partir da atividade anterior, com as máquinas, caminha-se para essa atividade que retoma uma das máquinas exploradas, aquela que mudava conjuntos de objetos em outros, estes últimos conservando o mesmo cardinal dos conjuntos iniciais. O objetivo aqui é introduzir o interesse pela simplificação da representação de objetos do mundo real. Tal representação tem vantagens, conforme ilustrado pela figura a seguir:



Observe o esmaecimento de algumas características de conjunto de crianças, até a representação simplificada restrita à cardinalidade.

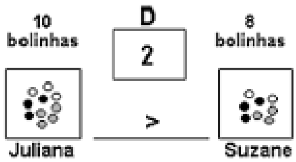
Conforme sugerido pela ilustração, a representação baseada em símbolos simples como as "bolinhas" da figura acima tem o inconveniente de perder a indicação do que é representado, quando são representados vários conjuntos de coisas. Isso enseja a discussão acerca da substituição das bolinhas por outros símbolos - letras por exemplo - representando-se agora os elefantes por **e e e e e** , ou o que é mais econômico, **5e**.



Isto feito, passa-se à atividade seguinte:

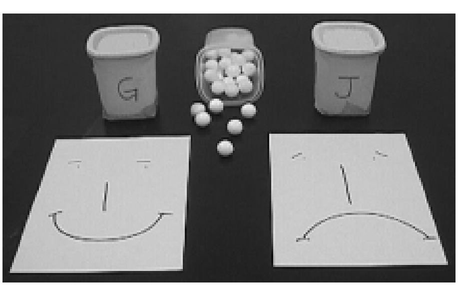
Atividade 3: passeando entre semelhanças e diferenças

A atividade anterior conduz à representação simbólica de quantidades; agora, passamos à representação de relações de diferenças e igualdades entre quantidades, utilizando conjuntos de bolinhas de gude, conforme representado ilustrativamente abaixo:



Comparação entre dois conjuntos de elementos discretos (bolinhas de gude).

Conforme sugerido pela representação acima, comparam-se as quantidades de bolinhas de gude em dois recipientes, cada um dos quais de propriedade de alguém – Juliana e Suzane – pedindo-se às crianças participantes da atividade que escrevam no espaço marcado pela linha qual o sinal mais adequado (maior que >, menor que < ou igual =), e no espaço delimitado pelo pequeno retângulo sob a letra D, qual a diferença entre as quantidades. Neste contexto, sugere-se às crianças a passagem de relações de desigualdade para relações de igualdade (e vice-versa), através da consideração da diferença entre duas quantidades: se A e B simbolizam cardinais de conjuntos discretos, sendo $A > B$, então $A - B = D$ (diferença), logo $A = B + D$ e $B = A - D$, para qualquer A, B e D. A atividade se torna mais refinada algebricamente, e mesmo mais divertida, cobrindo-se os recipientes de bolinhas com papel opaco, de forma que apenas se saiba que há uma diferença entre as quantidades em cada recipiente, sem a informação numérica acerca de tais quantidades, conforme ilustrado a seguir:



Comparação entre dois conjuntos de elementos discretos (bolinhas de gude), agora em recipientes cobertos por papel opaco.

Também no caso acima, pode-se dizer que $G > J$, donde $G - J = D$, e $G = J + D$. Tal situação permite de fato construir sentido para a afirmação acima, quando se dizia, na situação envolvendo cardinais conhecidos, que as relações propostas eram válidas “para qualquer A, B e D”. A situação em que os recipientes estão cobertos permite de fato se dar conta do fato que determinadas relações são válidas mesmo quando não envolvem números conhecidos. Tal exploração pode ser levada ainda mais adiante no contexto da próxima atividade:

Atividade 4: Estabelecimento de relações envolvendo grandezas desconhecidas

Propõe-se aqui a seguinte situação-problema:

Um grupo de pedreiros de Casa Amarela (*) é capaz de construir uma certa quantidade de casas em um mês, enquanto outro grupo de pedreiros do bairro da Macaxeira (*) constrói uma outra quantidade de casas no mesmo tempo. Vamos chamar de A esse tanto de casas que o grupo de pedreiros de Casa Amarela constrói, e vamos chamar de B o tanto de casas construídas pelo grupo da Macaxeira. Nós sabemos que A é maior do que B. O que poderíamos sugerir fazer para que o número de casas construídas pelo segundo grupo de pedreiros se tornasse igual ao número de casas construído pelo primeiro grupo?

(*) Casa Amarela e Macaxeira são bairros da cidade de Recife (PE).

Ora, também aqui é possível construir “frases” relacionais como as construídas nas duas situações anteriores; não obstante, o fato de que aqui não há a “certeza” comprovada de que se trata de quantidades diferentes (mesmo em recipientes encobertos, os quais podem, no entanto, ser “chacoalhados” de forma a se confirmar que contêm bolinhas de gude), traz dificuldades adicionais que têm de ser discutidas, exploradas e negociadas com as crianças. Isso feito, passa-se ao domínio da manipulação de símbolos sem referência imediata com quantidades numéricas, e mais um passo importante é dado em termos de atividade algébrica, conforme ilustrado a seguir:

Atividade 5: compondo relações de segunda ordem a partir de relações simbólicas sem números:

Coloque o sinal que você acha certo:

	V = L	
	X > Y	
V - X		L - Y
	>	
	<	
	=	

Essa atividade encerra o bloco de cinco atividades interconectadas que compõem um plano de trabalho possível de introdução à álgebra nas primeiras séries do ensino fundamental.

3. Concluindo nossa conversa

Queríamos discutir criticamente, aqui, a idéia segundo a qual álgebra "tem" de vir obrigatoriamente em determinado momento curricular, tradicionalmente por volta da 7ª série. Fornecemos alguns subsídios no sentido de mostrar que a escolha do momento de oferecer a álgebra nada mais representa que uma decisão de *transposição didática* dos responsáveis institucionais pela coordenação da atividade de ensino em nosso país (como também em outros). Isto posto, é razoável considerar a oferta de álgebra nas séries iniciais, desde que se pense em *quais conteúdos* contemplar e *de que forma*.

Assim, concluiríamos ressaltando que a proposta que expusemos acima, testada satisfatoriamente em ambiente de pesquisa em sala-de-aula, é somente *um* dos caminhos que fornece resposta à questão-chave *por onde começar*. Outros caminhos são viáveis, desde que, como gostaríamos de reenfatizar aqui, contemplem aspectos relevantes do campo conceitual algébrico, e se baseiem em atividades que possibilitem às crianças um nível de representação conceitual ao seu alcance. Essa é, em última análise, a tarefa básica do professor de matemática em qualquer nível: responsabilizar-se por recortes de aspectos que julga fundamentais, estabelecer uma ordem de apresentação dos conteúdos recortados, e se munir de bom arsenal de exemplificação, de atividades que *metaforizem* os conceitos a ser introduzidos.