Um Estudo sobre Ensino de Funções na Ótica da Proposta Curricular do Estado de São Paulo – 1991

Eduardo M. de Souza Junior
Mestrando em Educação, PUC-Campinas
eduardosouzajr@yahoo.com.br

Jairo de Araújo Lopes
Professor, PUC-Campinas
Jairo@puc-campinas.edu.br

Resumo

Neste artigo fazemos uma reflexão sobre como a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo vê o ensino de Função no programa escolar, por meio da análise da Proposta Curricular para o Estado de São Paulo. Fazemos um paralelo com o que estudiosos da Educação Matemática apresentam sobre o mesmo tema e recuperamos as idéias de Bento de Jesus Caraça, idéias presentes nos documentos, mesmo que de forma indireta. O estudo tem por objetivo verificar o quanto e de que forma as recomendações estão sendo atendidas nas propostas curriculares que orientam a prática pedagógica dos professores de ensino fundamental e médio. Trata-se, portanto, de um estudo documental no sentido de subsidiar cursos de formação de professores de Matemática.

Palavras-chave: Prática Pedagógica. Educação Matemática. Função. Ensino Básico. Propostas Curriculares.

A Study about the Teaching of Function concerning Curricular Proposal of the State of São Paulo – 1991

Abstract

In this article we reflect on the way how the Secretary of Education of São Paulo State sees the teaching of function in the school program, by means of the analysis of the Curricular Proposals for Sao Paulo State. We establish a parallel with what the Mathematics Education researchers show about the same subject and we get Bento de Jesus Caraça's ideas back, ideas which are present in documents, even if in an indirect way. This study has as objective to check how much and in what ways the recommendations are being attended in the Curricular Proposals which guide teachers' pedagogical practices of elementary and high school. It's about therefore, of a documentary study in the direction of subsidize Mathematics Teachers Formation Courses.

Keywords: Pedagogical Practices; Mathematics Education; Function; Basic Teaching; Curricular Proposals.

Introdução

Em nossos dias, no início do século XXI, temos a convicção de que necessitamos, mais do que nunca, de um entendimento claro e preciso do mundo globalizado que nos rodeia e no qual estamos inseridos.

Buscar o entendimento desse mundo globalizado significa, dentre outros fatores, não ser dizimado pelo mesmo. Para além dos meios de comunicação e informação, uma das instituições responsáveis para a necessária inclusão nesse novo contexto é a escola, reconhecida como a promotora da educação formal. Se essa instituição não cumprir o seu papel por meio da informação e da busca de conhecimento de modo reflexivo em relação aos fenômenos que cercam o homem, sejam eles sociais, econômicos ou mesmo físicos, essa inclusão poderá apresentar anomalias quanto à formação do pensamento crítico do aprendiz.

Nas palavras de Mészáros (2005, p. 59), "sem um progressivo e consciente intercâmbio com processos de educação abrangentes como a nossa própria vida, a educação formal não pode realizar as suas muito necessárias aspirações emancipadoras". É uma clara alusão de que a escola não constitui a única fonte formadora do ser humano como indivíduo dotado de aspirações e habilidades, como cidadão do seu meio e do mundo e como profissional, pois hoje, mais do que nunca, as redes de comunicação e informação contribuem para isso. Educação transformadora e emancipatória, portanto, ocorre pela integração de vários canais educativos. Pensando na educação como agente de transformação social, um dos campos mais afetados pela internacionalização e pela globalização, cabe lembrar as palavras de Freire (1993, p.53): "Nenhuma grande transformação social acontecerá apenas a partir da escola. Porém, também é uma grande verdade afirmar que nenhuma mudança social se fará sem a escola".

As estatísticas e a observação do cotidiano têm mostrado que, de um modo geral, a escola não tem cumprido bem seu papel. As políticas de popularização de ensino atreladas às exigências do mundo capitalista sem o devido olhar para a estrutura da escola e para a valorização social do professor frente às mudanças que ocorrem na sociedade como um todo, assim como os avanços no mundo das tecnologias de informação e comunicação e as exigências do campo do trabalho, tudo isso tem colaborado para um panorama educacional com resultados nada satisfatórios. A revisão dos processos de formação inicial e continuada do professor também se faz necessária, mas ela é válida se estiver delineado um caminho a percorrer.

A Matemática em todas as suas formas – considerando os diversos campos que a constituíram durante a história da humanidade – sempre teve papel decisivo nesse entendimento global. Entender os fenômenos de natureza variada e ser capaz de interpretá-los e analisá-los, tudo isso tem feito do homem um ser de decisões, e tem sido parte inerente à formação do indivíduo. Hoje, podemos dizer que sua constituição é alicerçada tanto pela educação formal quanto pela informal ou a não formal[1]. É impossível, assim, separar a trajetória da humanidade e a construção do conhecimento matemático.

Trazendo o foco para e educação formal, a matemática tem sido considerada, juntamente com o conhecimento da língua portuguesa, a grande vilã do fracasso escolar. Um dos motivos desse fracasso pode estar na motivação. Quanto a isso, D'Ambrosio (1997) afirma:

> É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude de problemas de então, de uma realidade, de percepções e necessidades, urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista da motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico (p. 31).

Nas palavras de D'Ambrosio há, hoje, outras fontes motivacionais que poderiam estar presentes na aprendizagem da matemática. Para ele, o fato histórico está associado à possibilidade de mostrar para o aluno que a matemática escolar é algo em construção, não está cristalizada como aparece em muitos materiais impressos. Para deixar clara essa visão, é possível apropriar-se de problemas e fatos do passado para explicar alguns conteúdos matemáticos que constituem o conhecimento acumulado que conhecemos hoje, e que alguns livros didáticos – ou muitos – apresentam descontextualizados, como se fossem frutos da genialidade de uma só pessoa. Vale mostrar que o conhecimento matemático acumulado não se restringe simplesmente a resolver exercício "seguindo o modelo", mas que, com esse conhecimento, fazemos história hoje.

Outro fato a considerar na aprendizagem da matemática escolar é a relação que ela tem com os outros campos do conhecimento. Dessa forma, a utilidade da matemática extrapola à sua presença nas ações do ser humano no seu cotidiano, e os conteúdos escolares passam a fazer sentido. Bassanezi (1988) afirma ser importante apresentar a matemática como um instrumento de compreensão e possível modificação da realidade; propõe, para isso, trabalhar com situações-problemas reais.

No contexto da educação escolar no Ensino Médio, por exemplo, deve-se considerar também que um dos principais conceitos matemáticos é o de **função**, por permitir o estudo de fenômenos dos mais simples, presentes no cotidiano dos alunos, aos mais complexos de uso das ciências. É possível, por meio do estudo de funções, perceber a relação da matemática

---

[1] Entendemos por educação formal a proporcionada por instituições de natureza educativa, com objetivos bem determinados; por educação informal a proporcionada pelos meios de comunicação e informação em geral; por educação não formal a que emana das relações humanas a partir da família e do meio sociocultural.

com as demais ciências. Eves (2002) apresenta de maneira clara e sucinta a importância desse conceito:

> O conceito de função permeia grande parte da matemática e, desde as primeiras décadas do século presente, muitos matemáticos vêm advogando seu uso como princípio central e unificador na organização dos cursos elementares de matemática. O conceito parece representar um guia natural e efetivo para a seleção e desenvolvimento do material de textos de matemática (p.661).

Dentro da matemática como um todo, os grandes avanços científicos passam pelo conceito de função, de variação. Nesse ponto nos questionamos: como o professor aborda tal conceito em sala de aula? Qual o referencial do professor para desenvolver com seus alunos a compreensão do conceito no contexto do cotidiano e das ciências? A academia tem produzido pesquisas sobre o ensino de função, apresentando subsídios para que os professores o explorem de forma mais significativa em sala de aula? Ela apresenta estudos sobre abordagens de ensino (FIORENTINI, 1995) facilitadoras ao tratamento de funções, de forma a construir uma ponte entre o conceito formal que se faz presente na maioria dos livros didáticos e o seu processo de construção do conceito diante de sua importância? São muitos os questionamentos.

Em geral, o professor explora esse conteúdo pelo que está exposto nos livros didáticos, ou tem como referência a forma como lhe foi apresentada na sua trajetória escolar, no que hoje denominamos Ensino Médio, ou na faculdade. A experiência tem mostrado que há dúvidas sobre a compreensão e o significado que o aluno do Ensino Superior atribui a esse conteúdo.

A história das políticas educacionais e da Educação Matemática tem mostrado que algumas propostas pedagógicas e experiências foram altamente decisivas para os rumos do ensino de matemática como um todo e, em particular, para o ensino de funções. Dentre as propostas, uma das mais significativas das últimas três décadas ocorreu no Estado de São Paulo, como contraponto ao movimento estruturalista e tecnicista que se estabeleceu por conta dos resquícios da Matemática Moderna e da concepção de ensino que emergiu durante o regime militar. Nesse sentido, procuramos analisar aqui como os especialistas da área de Matemática da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo conceberam, por meio da Proposta Curricular publicada em 1986, o ensino de função. Recorremos, com mais ênfase, como base para análise, às idéias de Bento de Jesus Caraça, matemático português, resistente antifascista e militante do Partido Comunista Português, que faleceu em 1948, pelo fato de o autor trazer um estudo expressivo sobre o tema.

Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no 1º Grau[2] – uma análise

No ano de 1986, a Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) do Estado de São Paulo organizou a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no 1º grau. Essa proposta, segundo a equipe de professores que a estruturou, foi pensada por estar-se percebendo "alguns problemas relativos ao ensino de Matemática" e, nesse sentido, são realizadas algumas considerações sobre "o lugar da Matemática no currículo, os conteúdos e a abordagem, a Matemática e a linguagem e o papel da avaliação" (Proposta 1º grau, 1991, p. 8).

Na referida proposta, os autores ressaltam a necessidade de uma abordagem histórica para o desenvolvimento dos conteúdos por parte dos professores:

> Pode-se estudar os NÚMEROS a partir de sua organização em conjuntos numéricos, passando-se dos Naturais aos Inteiros, aos Racionais, aos Reais, tendo como fio condutor as propriedades estruturais que caracterizam tais conjuntos, ou pode-se estudá-los acompanhando a evolução da noção de número a partir tanto de contagens como de medidas, sem ter ainda as propriedades estruturais claramente divisadas, deixando-se guiar pelo fio condutor que a História propicia e trocando assim uma sistematização prematura por uma abordagem mais rica em significados. Nessa proposta, optou-se por essa última abordagem [...] (Proposta 1º grau, 1991, p.11).

A equipe responsável pela publicação apresenta sugestão de conteúdo para as oito séries do Ensino Fundamental[3]. Em relação ao conteúdo de 7ª série "[...] espera-se que o aluno represente graficamente a variação de duas grandezas e analise o comportamento dessa variação" (Proposta 1º grau, 1991, p. 127). E sugere:

> Os conteúdos a serem desenvolvidos na 7ª série são: Proporcionalidade: noção de interdependência entre duas ou mais grandezas e a noção de variável. Grandezas diretamente proporcionais. Representação gráfica e analítica desse tipo de intercedência. Grandezas inversamente proporcionais. Representação gráfica e analítica desse tipo de intercedência (Proposta 1º grau, 1991, p.129).

Na última página, encontramos um quadro que traça um paralelo entre os guias curriculares vigentes até então e a nova proposta de Matemática.

---

[2] Hoje Ensino Fundamental.
[3] Convém ressaltar que a reestruturação para nove anos no Ensino Fundamental se deu a partir do ano de 2007.

Quadro 1: Comparação entre a Proposta Curricular apresentada em 1991 e os Guias Curriculares anteriores à mesma – 7ª série

	Guias Curriculares	Nova Proposta Curricular
RELAÇÃO / FUNÇÃO	• Os conceitos de relação e função são considerados como pontos unificadores de Matemática, tratados como um dos seus eixos. • Preocupação com determinação de Domínio, Contra-domínio, Conjunto, Imagem e exploração de gráficos desvinculados da análise de fenômenos.	• Não constitui tema à parte, mas são indicadas situações em que podem ser exploradas desde o início do estudo dos números, em situações-problema até as interpretações de gráficos. • No estudo da variação de grandezas (proporcionais ou não) associadas a diferentes fenômenos nas situações de interdependência por meio de gráficos é que se enfatizam as relações e se concretiza o conceito de função. • O estudo formal das funções será feito no 2º grau.

Fonte: Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no 1º Grau – Estado de São Paulo

A partir desse quadro contrastivo e da citação anterior, é possível tecer algumas considerações.

- A nova Proposta Curricular representa o rompimento com o formalismo excessivo que se estabeleceu a partir das estruturas algébricas e de uma linguagem formal contemporânea (FIORENTINI, 1995) que caracterizou o Movimento da Matemática Moderna, em que função se coloca como um dos conceitos unificadores da matemática.
- Ela apresenta a resolução de problemas como ponto de partida para a aprendizagem de um conceito matemático, sem que o conceito de função – um dos eixos integradores na Matemática Moderna – perdesse sua importância.
- A idéia de proporcionalidade, como apresentada, integra uma rede conceitual (MACHADO, 1996) em que a correspondência constitui o elemento integrador, possibilitando ao professor promover uma aprendizagem significativa de função.
- A Proposta orienta para o estudo das interdependências utilizando as representações gráfica e analítica a partir de situações-problema, o que pode romper com a representação utilizada pela Matemática Moderna por Diagrama de Venn; neste, o conceito de variação se perde, permanecendo somente o de correspondência.

Da mesma forma, embora não vinculada aos textos de referência, a apresentação do conceito de função utilizando a figura de uma máquina, em que a variável livre entra por um orifício e é processada por um mecanismo (a lei) produzindo a variável dependente, metáfora presente no tecnicismo, é desprezada na Proposta.

Podemos afirmar que a nova Proposta vem recuperar os estudos de Caraça (1978), visto que o conceito de função encontra-se alicerçado na idéia de correspondência, ou seja, no estudo da relação de dependência existente em fenômenos físicos ou de outra natureza, configurando um "[...] instrumento matemático cuja essência seja a correspondência de dois conjuntos" (p. 127).

Partindo do que denomina "intervenção matemática" no entendimento e explicação da "Realidade", impregnada de duas características fundamentais – interdependência e fluência – Caraça faz uma explanação sobre o conceito de variável: "[...] é o símbolo da *vida colectiva* do conjunto, vida essa que se nutre da vida individual de cada um dos seus membros, *mas não se reduz a ela*" (CARAÇA, 1978, p. 127). Vê-se nitidamente que o autor não entende a noção de variável como parte integrante da teoria dos conjuntos iniciada por George Cantor.

Percebe-se, assim, na Proposta Curricular e em Caraça, a preocupação com a noção intuitiva de função, e não com a sua formalização matemática. Na Proposta, essa evidência está na forma sugerida para introduzir o conceito: "Não constitui tema à parte, mas são indicadas situações em que podem ser exploradas desde o início do estudo dos números, em situações-problema até as interpretações de gráficos". Para ambos, não significa que se despreze a definição formal de função – que é abordada mais adiante – mas, sim, que para o entendimento matemático de tal conceito devemos, num primeiro momento, utilizar a noção intuitiva de correspondência. É possível realizar um trabalho introdutório em nível do ensino fundamental pela análise de fenômenos facilmente observáveis, como o crescimento de uma planta, analisando inclusive aspectos da complexidade existente ao ampliar o olhar para o entorno de onde a planta se encontra: claridade, temperatura, umidade, ação de outros organismos vegetais e animais (Caraça, 1978), por exemplo, desenvolvendo o espírito científico do aprendiz. Assim, aspectos da semiótica, da semântica e os recursos da tecnologia, hoje, tornam-se um referencial importante para a introdução do conceito de funções, integrando os princípios da Proposta e de Caraça.

Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no 2º Grau[4] – uma análise

Na Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no 2º grau, são abordados os seguintes tópicos: 1. Por que ensinar Matemática; 2. Por que uma nova proposta de Matemática para o 2º grau; 3. O processo de elaboração da nova proposta; 4. As preocupações metodológicas; 5. A escolha dos conteúdos nessa proposta.

Logo na introdução, os autores da proposta esclarecem acerca do papel do professor de Matemática, na visão que o trabalho irá abordar:

---

[4] Hoje Ensino Médio.

> Conseguir uma situação de equilíbrio nesta permanente tensão entre a pressão das necessidades práticas e a ultrapassagem da experiência concreta, tanto no nível das ferramentas conceituais como no das concepções, é a maior e a mais difícil tarefa do professor de MATEMÁTICA. (Proposta 2º grau, 1992, p.8).

Quando se pensa na Matemática, pensa-se “como” e “porque” determinado conceito surgiu. Pensamos no sentido que esse ou aquele assunto teve para seu(s) “criador(es)” – se foi uma criação individual e/ou coletiva. Quando se abandona a gênese conceitual na prática escolar, cabe ao aluno indagar: seriam esses criadores semideuses?

O professor, a princípio, deve estar preparado para responder a essa questão, pois é dessa forma que a Matemática se apresenta para muitos alunos nesse nível de escolaridade. De fato, esse tipo de inquietação parece tornar-se mais nítido no Ensino Médio, quer pela reflexão que o aluno faz de sua própria trajetória na matemática desde o início da vida escolar, quer pelos conteúdos programáticos estabelecidos para esse nível de ensino, quer pela emergência de inserção profissional.

Dentro da educação formal instituída hoje em nosso país, o assunto inicial dos programas de matemática em quase a totalidade das escolas de formação geral na primeira série do Ensino Médio, é o estudo das *funções*.

No rol dos conteúdos a serem abordados na Proposta Curricular para o Estado de São Paulo encontramos: “Funções, Geometria, Trigonometria, Análise Combinatória, Probabilidade, Geometria Analítica, Matemática Financeira e Estatística” (Proposta 2º grau, 1992, p.14).

A Proposta faz ainda uma distinção de carga horária, pois algumas escolas trabalhariam o conteúdo de matemática com 2 ou 3 aulas semanais, e outras com 4 ou 5 aulas semanais ao longo das três séries do 2º grau, com conteúdos selecionados distintamente, conforme indicam os quadros 2 e 3 a seguir.

Quadro 2: Distribuição dos conteúdos para as três séries do 2º grau com 2 ou 3 aulas semanais

1ª série	2ª série	3ª série
- *Função* - Trigonometria no triângulo - Potências e expoentes	- Análise Combinatória - Probabilidade - Geometria	- Geometria - Geometria Analítica - Matemática Financeira

Fonte: Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no 1º Grau – Estado de São Paulo, 1992, p.15.

Quadro 3: Distribuição dos conteúdos para as três séries do 2º grau com 4 ou 5 aulas semanais

1ª série	2ª série	3ª série
- *Função* (com Progressão Aritmética) - Trigonometria no Triângulo - Potências e Expoentes com Exponencial e Logaritmo	- Trigonometria (1ª volta) - Análise Combinatória - Probabilidade - Geometria. Prismas - Sistemas Lineares com Matriz e Determinante	- Geometria Analítica - Matemática Financeira ou Estatística - Geometria - Polinômios e equações polinomiais - Números complexos

Fonte: Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no 2º Grau – Estado de São Paulo, 1992, p.16.

A Proposta traz uma nítida distinção de públicos alvo: os jovens que almejam ingressar no mercado de trabalho após o ensino médio, e os pretendentes ao ensino superior. Ressalta-se, no segundo caso, que o conceito de função pode ser trabalhado de forma mais abrangente ao logo dos três anos, caso o professor integre conteúdos curriculares por meio da noção central de dependência, correspondência, a partir do estudo de fenômenos físicos, químicos, sociais ou econômicos, para construir formalmente o conceito de função, utilizando variáveis discretas ou contínuas.

Tivemos interesse particular nos itens *Conteúdos*, *Objetivos* e *Comentários* da Proposta (p. 22, 23 e 24) referentes à 1ª série do Ensino Médio pois, aí, os autores trazem reflexões sobre o conteúdo de Funções. Elaboramos o quadro 4 com o intuito de proporcionar melhor condição de análise. Optamos por apresentar um bom número de informações do documento no sentido de recuperar um momento de reversão de uma abordagem metodológica para o ensino de matemática que se mostrou insatisfatória.

Observa-se na Proposta que a construção do conceito de função e seu estudo deveriam ocorrer de forma significativa para o aluno, além de partir de uma linguagem natural para a formal, seguindo as recomendações do 1º grau.

Quadro 4: *Conteúdos*, *Objetivos* e *Comentários* sobre cada um dos conteúdos abordados a serem abordados nas respectivas séries referentes ao ensino de Funções

Objetivo geral: Familiarizar e sistematizar o conceito de Função. Estudar as Funções do 1º e do 2º Graus. Conceituar Progressão Aritmética.	
C: Conteúdo / **O**: Objetivo(s)	COMENTÁRIOS
C1: Primeiras noções sobre função. Gráficos e representações de função. **O**: Expressar a dependência de uma variável em relação à outra. Relacionar gráficos com tabelas que descrevem uma função. Conceituar	A formação do conceito de Função é um processo demorado. Utilizar situações significativas para o aluno, bem como usar linguagens informais para descrever a dependência entre duas variáveis é uma excelente estratégia no início do trato do conceito de função. Tanto a formalização do conceito, como as propriedades dos vários tipos de funções deverão ser

domínio e conjunto imagem de uma função.	solicitadas ao longo do 2º Grau. Ao final desta fase o aluno deverá dominar o conceito de domínio e do conjunto imagem dos valores correspondentes resultantes da interdependência de duas variáveis. A revisão das propriedades dos cálculos algébricos e das figuras geométricas planas, estudadas no 1º grau, poderá ser feita na discussão dos problemas de função, existentes nesta PROPOSTA.
C2: Sistematização do conceito de Função. Estudo da variação de uma Função. **O**: Definir função. Estudar graficamente a variação de uma Função. Reconhecer os intervalos em que a Função é crescente (decrescente). Reconhecer e utilizar pontos de máximo (mínimo) na solução de problemas.	O conceito de "função de A em B" é mais abstrato do que qualquer exemplo evidencia. Esse nível de abstração é favorecido com o uso integrado das propriedades dos gráficos, tabelas, sentenças matemáticas e leis de associação de uma dada função. A PROPOSTA considera que as seqüências, principalmente as Progressões Geométricas e Aritméticas, sejam tratadas como funções exponenciais e do 1º grau respectivamente, cujos domínios são subconjuntos dos números naturais. É oportuno trabalhar com intervalos (subconjuntos dos números reais) no estudo da variação de uma Função (crescimento, decrescimento, máximo ou mínimo).
C3: Estudo das Funções Constantes do 1º e 2º Graus. **O1**: Reconhecer e definir Função constante. Utilizar a Função Constante como instrumento de análise de situações. **O2**: Reconhecer e definir Função do 1º Grau. Relacionar o gráfico com os coeficientes da expressão que descreve uma Função do 1º Grau. Resolver equações e inequações do 1º Grau. **O3**: Reconhecer e definir Progressão Aritmética (P.A.). Utilizar a soma dos termos de uma Progressão Aritmética na resolução de problemas. **O4**: Reconhecer e definir Função do 2º Grau. Construir gráficos e utilizá-los na análise de funções quadráticas. Resolver equações e inequações do 2º Grau. Utilizar máximos e mínimos de funções quadráticas na solução de problemas.	As Funções constantes servem para descrever situações em que grandezas variam aparentemente; a densidade de um líquido, por exemplo, não depende de seu volume. Na PROPOSTA encontram-se situações que pretendem ser significativas para o aluno no sentido de relacionar Função Linear com "grandezas diretamente proporcionais". É importante relacionar o coeficiente angular com a inclinação da reta que representa graficamente uma Função do 1º Grau. O estudo de equações e inequações do 1º Grau está, na PROPOSTA, apoiado em situações significativas para o aluno. No estudo de Progressões Aritméticas devemos priorizar as fórmulas do termo geral e da soma dos termos. Convém também iniciar o trabalho utilizando média aritmética dos termos eqüidistantes ou as relações que existem entre os termos de uma Progressão Aritmética. No trabalho com funções do 2º Grau, o aluno terá oportunidade de rever a operação de potenciação em Z. A PROPOSTA sugere que a construção de gráficos de funções quadráticas em papel quadriculado favorece a compreensão dos pontos de máximo ou de mínimo, das raízes, dos intervalos de crescimento ou decrescimento e da simetria da parábola relativos a essa função. O trabalho algébrico para resolver equações e inequações quadráticas também poderá estar apoiado nos gráficos dessas funções.

Fonte: Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no 2º Grau – Estado de São Paulo

Novamente a Proposta vai ao encontro de Caraça quando este afirma, por exemplo, que a expressão $e = f(t)$ representa mais qualquer coisa do que está numa tabela, cuja serventia já foi a de expressar alguns pares de correspondência de dados acerca de um fenômeno, que por sua vez pode apresentar-se num sistema de referência – a representação gráfica.

Observamos em seus estudos quatro elementos para a construção do conceito de função: a observação do fenômeno que se apresenta, a relação entre conjuntos numéricos com destaque a cargo da correspondência unívoca de x para y (do primeiro para o segundo conjunto); a representação analítica que tem por destaque a existência de uma lei matemática para a referida correspondência, e a representação geométrica da correspondência que depende de um sistema de referência quando possível. Como é possível perceber, Caraça se utiliza de uma metodologia para composição do conceito de função.

Bassoi (2006) reforça a posição de Caraça ao afirmar: “o homem inventou tabelas, gráficos e expressões algébricas, para expressar a relação entre coisas que variavam. Essas representações e relações tiveram repercussões no ensino da matemática” (p. 9).

Fazendo relação com a prática pedagógica, percebemos uma composição de elementos que são preconizados no texto da Proposta aqui apresentado. O significado dessa expressão “função” como relação de dependência, pouco explorado na escola e que tem causado ao aluno um distanciamento entre a definição formal e sua compreensão, pode ser reforçado pelo envolvimento do discreto nas Progressões Aritméticas, e do contínuo. Esta composição está na marca dos objetivos da proposta: construir conceitos conforme o nível de escolaridade, aumentando pouco a pouco o grau de complexidade – desenvolvimento em espiral.

Embora ainda de modo simples e intuitivo, Caraça (1978) nos apresenta, na complexidade, o fato de que, sendo essa dependência tão intrínseca nos fenômenos, é difícil ao homem de ciência dar o tratamento necessário ao estudo de um fenômeno. O que se pode fazer é considerar algumas variáveis que compõem o fenômeno, o que o autor denomina *isolado*. Ele alerta para o fato de que um isolado mal determinado pode causar o *inesperado*, ou seja, um erro devido a não determinação ideal das variáveis que participam do fenômeno. Assim, a dependência estudada no âmbito escolar é relativa, porque nela a relação estudada envolve somente duas variáveis – a livre e a dependente. Dessa forma, a posição de Caraça nos leva a uma crítica ainda maior à apresentação do conceito de função, colocando em xeque a certeza matemática num campo que procura significados.

Algumas considerações

Com o advento da Matemática Moderna, a partir do grupo Bourbaki, percebe-se que a definição de função mais utilizada é a que relaciona o conceito a *teoria de conjuntos*:

> Sejam A e B dois conjuntos, uma relação entre uma variável de $x \in A$, e uma variável $y \in B$ é dita relação funcional se qualquer que seja $x \in A$,

> existe um único elemento y de B, que esteja na relação considerada (CHAVES & CARVALHO, 2004, p.3). [5]

Embora o conceito de função estivesse no centro da articulação da Matemática Moderna, como sua apresentação ao estudante ocorrera de forma extremamente abstrata, certamente durante a permanência dessa abordagem de ensino da matemática ele foi menos compreendido. Malik (1990, p.2), levanta o seguinte questionamento:

> Os professores incumbidos de lecionar o curso de função enfrentam enormes dificuldades em comunicar o conceito abstrato na sala de aula, e as tentativas dos educadores matemáticos em projetar e reprojetar esse curso ainda não nos levou a nenhum consenso. Além disso, a necessidade de ensinar a moderna definição de função a nível escolar não é de todo óbvia e a maioria dos instrutores sente que as considerações pedagógicas foram ignoradas enquanto se projetava o conteúdo do curso e o modo de apresentação.

Apoiamos-nos no mesmo, para expressar nossa opinião de que os cursos de função podem ser revistos em relação a sua abordagem metodológica. Fica a pergunta: se as Propostas Curriculares representaram avanço frente a um caos que instaurou durante e após o Movimento da Matemática Moderna, por que a repercussão não foi positiva em termos de rendimento escolar do aluno de Matemática? Concordamos com Pires (2000) ao afirmar:

> O processo de implantação da proposta encontrou barreiras. Apesar de não haver críticas por parte dos professores às idéias nela contidas, o fato é que sua incorporação à prática não ocorreu como se poderia esperar. Fatores decisivos referentes às questões salariais, à rotatividade de pessoal nas escolas e à própria formação docente, interferiram negativamente no desenvolvimento do processo (p.50)

A autora acrescenta, no entanto, que inúmeras experiências localizadas ocorreram com sucesso, constituindo focos de estudo e avaliação.

Ficamos com a última hipótese de Pires e acrescentamos: na formação de professores, de um modo geral, há um abandono do estudo não só da Proposta, mas dos movimentos que marcaram o ensino da Matemática no Estado de são Paulo e no Brasil, no sentido de entender propostas mais recentes. No ensino superior, nem sempre são estudadas obras de grande relevância para formação do professor de Matemática, como a de Caraça que aqui citamos, e a da própria Pires, que certamente teriam reflexos positivos na prática pedagógica no âmbito da educação básica. Para o professor em exercício, por sua vez, os programas de formação continuada sempre deixaram a desejar. É hora de quebrar o ciclo vicioso: formação deficitária – atuação profissional nem sempre eficiente – formação continuada alienada – tudo

---

[5] http://orbita.star.média.com/escolaviva/função, acessado em 15/06/2003)

colaborando para a desmotivação para o aprendizado e o baixo rendimento escolar– e a culpa recai na formação do professor.

Referências

BASSANEZI, Rodney. **Modelagem como Metodologia de Ensino da Matemática.** Campinas: IMECC/UNICAMP, 1988.

BASSOI, Tânia S. **Uma professora, seus alunos e as representações do objeto matemático funções em aulas do ensino fundamental.** 176 f. 2006. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

CARAÇA, B. de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1978.

CHAVES, Maria I. A.; CARVALHO, Hamilton C. Formalização do conceito de função no ensino médio: uma seqüência de ensino-aprendizagem. In: Encontro Nacional de Educação em Matemática, 8., 2004. Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. 1 CD-ROM.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da prática à teoria. Campinas: Papirus, 1997.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, Campinas, n. 1, p. 1 - 37, 1995.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e Didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. São Paulo: Cortez, 1996.

MALIK, M. A. **Historical and pedagogical aspects of the definition of function**. International Journal of mathematics of education science and technologic. v. 11, n. 4, p. 489-492. Tradução Antonio Miguel. FE-UNICAMP, 1990.

MÉSZÁROS, István. **A educação para além do capital**. São Paulo: Boitempo, 2005.

PIRES, Célia M. Carolino. **Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede.** São Paulo: FTD, 2000.

SÃO PAULO. Secretaria do Estado de São Paulo. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática:** 1º grau. 4. ed. São Paulo: CENP, 1991.

SÃO PAULO. Secretaria do Estado de São Paulo. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática:** 2º grau. 3. ed. São Paulo: CENP, 1992.

VALÉRY, Paul. **O pensamento vivo de Descartes.** Tradução Maria de Lourdes Teixeira. São Paulo: Martins, 1961. (Coleção Biblioteca Pensamento Vivo, 17).

Submetido em outubro de 2009.
Aprovado em março de 2010.