
Modelagem matemática e as discussões técnicas nas interações entre professor e alunos

Jonei Cerqueira Barbosa

Universidade Federal da Bahia

jonei.cerqueira@ufba.br

Jonson Ney Dias da Silva

Universidade Estadual de Feira de Santana

jonsonney@yahoo.com.br

Resumo

O objetivo do artigo é analisar como os alunos lidam com as sugestões do professor para a produção de discussões técnicas em ambientes de modelagem matemática. Para dar conta deste propósito, dados foram coletados junto a um grupo de alunas matriculadas em um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública. A natureza da pesquisa é qualitativa e os dados foram coletados através da observação, a qual foi registrada através da filmagem. Os resultados sugerem que as discussões técnicas podem levar os alunos a resistirem às sugestões de simplificação oferecidas pelo professor, produzindo um padrão comunicacional dialógico.

Palavras Chaves: Modelagem Matemática. Discussões Técnicas. Interação Aluno-Professor. Alunos, Sala de Aula.

Mathematical modelling and technical discussions in interactions among teacher and students

Abstract

The aim of this paper is to analyze how students deal with teacher's suggestions in technical discussions in a mathematical modelling environment. The research is qualitative and observation was the procedure for collecting data at a group of pre-service teachers. The findings suggest that technical discussions might make students to resist to accept simplification suggestions offered by the teacher, giving rise to a dialogue-based communicational pattern.

Keywords: Mathematical Modelling. Technical Discussions. Student-Teacher Interaction. Students. Classroom.

Introdução

Na sociedade atual, diversas decisões relacionadas a problemas políticos e sociais são tomadas com base em argumentos matemáticos. Segundo Skovsmose (1994), esses argumentos demonstram o papel desempenhado pela matemática, o que se traduz no uso de modelos matemáticos para descrever, prever e prescrever situações da vida social. Como decorrência, Almeida e Brito (2005) destacam o quão é importante que todo indivíduo conheça e reconheça o papel que a matemática tem em qualquer esfera da vida social. Para estes autores, a Modelagem Matemática¹ pode criar condições para discutir e questionar os usos da matemática na sociedade. Partindo dessa compreensão, Barbosa (2003) denomina a perspectiva “sócio-crítica” para capturar aquelas práticas pedagógicas baseadas em modelagem que enfatizam o papel da matemática na sociedade e sublinham a necessidade de uma compreensão crítica dos modelos matemáticos e seus usos.

O ambiente de modelagem, na perspectiva sócio-crítica, pode propiciar aos alunos uma compreensão de como a matemática está inserida no contexto político e econômico da sociedade, levando-os a discutir as questões que refletem diretamente na vida dos alunos, de suas famílias ou de sua comunidade (JACOBINI; WODEWOTZKI, 2006). Esta preocupação está alinhada com o movimento chamado de *Educação Matemática Crítica* (ALRO; SKOVSMOSE, 2002), a qual busca promover a participação crítica dos alunos, discutindo política, economia e questões ambientais através da matemática, o que, segundo Araújo (2008), se estende para além do ensino e aprendizagem da matemática.

Por modelagem, compreendemos um ambiente de aprendizagem² em que os alunos são convidados a indagar e a investigar, por meio da matemática, situações originadas de outras áreas da realidade (BARBOSA, 2003). Sendo assim, esse ambiente de aprendizagem pode ser desenvolvido no contexto social da sala de aula, o qual é composto, por assim dizer, de relações interpessoais, as quais são mediadas por ações como esquematizar, desenvolver operações matemáticas, produzir e resolver equações, fazer esquemas, traçar gráficos, etc., ou seja, em uma expressão, produzir discursos.

Para Lerman (2001), o discurso inclui todas as formas da linguagem, como gestos, sinais, símbolo, e assim por diante. Tomemos, então, aqui, discurso como qualquer ação que visa a comunicação a outrem. Em particular, assumimos discussão como ato de produzir um discurso. Esta definição é análoga à distinção que Bakhtin

1 Para evitar repetições, quando utilizarmos o termo Modelagem, estaremos nos referindo à Modelagem Matemática.

2 Conforme sugerido por Skovsmose (2008), ambiente de aprendizagem refere-se às condições propiciadas aos alunos para desenvolverem suas ações.

(2004) faz entre enunciado e enunciação. Para o teórico, enquanto enunciação refere-se ao ato de produzir um enunciado, este último é o resultado do processo. Assim, ao falarmos de discussões, estamos referindo-nos ao processo. Este entendimento está em consonância com a perspectiva sociocultural que coloca a linguagem e a prática discursiva como questões centrais, uma vez que as práticas sociais são compreendidas como ontologicamente discursivas (LERMAN, 2001).

Pelo viés sociocultural, tem-se o objetivo de explicar como a ação humana é situada em um contexto cultural, histórico e institucional. Deste ponto de vista, então, toda aprendizagem é intrinsecamente social e resultante da internalização de processos desenvolvidos na interação com outras pessoas (LERMAN, 2001). Por conseguinte, enfatizamos que as interações no ambiente de modelagem são também constituídas por ações discursivas que levam os alunos a estruturar e realizar suas estratégias. Sendo assim, compreendemos que o ambiente de modelagem pode ser descritos em termos dos discursos.

Ao focalizar o ambiente de aprendizagem da modelagem, podemos, então, compreendê-lo como composto de interações discursivas, portanto, também de discussões. Estas ocorrem nos espaços de interações, que são denominados por Barbosa (2006) como todo encontro entre alunos ou entre estes e o professor com o propósito de discutir o encaminhamento das atividades de modelagem, visando à resolução de um problema proposto e buscando uma possível produção de um modelo matemático, o qual represente a situação em estudo. Por modelo matemático, compreendemos qualquer representação matemática da situação-problema abordada. Nesse caso, assim como Barbosa (2008), consideramos os discursos escritos através de símbolos matemáticos e/ou algoritmos que fazem referência à situação.

As discussões produzidas pelos alunos na busca da construção de um modelo matemático nos espaços de interação compõem rotas de modelagem. Borromeo Ferri (2006) propõe a noção de rotas para indicar as ações dos alunos através dos processos nos níveis interno e externo que os mesmos realizam durante as atividades de modelagem. Tomando um ponto de vista sociocultural discursivo, Barbosa (2006) considera essas rotas de modelagem como de natureza discursiva, focalizando assim os discursos produzidos nesse ambiente. Segundo o autor, podem fazer parte das rotas:

- as discussões matemáticas, que se referem aos conceitos e idéias integralmente pertencentes à disciplina matemática;
- as discussões técnicas, que se referem ao processo de matematização da situação em estudo;

- as discussões reflexivas, que se referem ao relacionamento entre os pressupostos utilizados na construção de um modelo matemático e os resultados, bem como a utilização destes últimos na sociedade.

Como anunciado previamente, neste artigo, estamos interessados em avançar a compreensão das discussões técnicas. Antes de apresentar o objetivo que orientou o presente estudo, iremos, a seguir, focalizar a natureza das discussões técnicas.

Discussões Técnicas

Baseados nos estudos realizados por Barbosa (2006, 2007b, 2008), conceituamos as discussões técnicas *como a tradução da situação analisada (dia-a-dia, das profissões ou das ciências) para estudo em termos matemáticos*. Assim, assumimos o termo “*tradução*” como ação-processo de interpretar uma determinada situação em termos matemáticos. Essa ação-processo inclui o estabelecimento de hipóteses, a seleção de variáveis e a escolha dos tópicos matemáticos utilizados. Os dois primeiros aspectos refere-se, por assim dizer, aos pressupostos da situação em estudo. Eles representam um modo de estruturar a situação-problema. Através deles, reduz-se esta às características definidas pelas hipóteses e variáveis (BASSANEZI, 2002).

Estudos, como o de Christensen, Skovsmose e Yasukawa (2008), tratam essa “*tradução*” como um processo de matematização e transformações matemáticas, as quais reduzem a situação estudada em descrições matemáticas. Essas transformações, segundo os autores, sofrem influências dos seus criadores, pois os mesmos refletem seus interesses e necessidades durante o desenvolvimento. Remetendo-nos à idéia apresentada pelos autores sobre esse processo de matematização e focalizando nos discursos produzidos no ambiente de modelagem, podemos considerar que as transformações matemáticas, por sua vez, em nível de discussões técnicas, também sofrem influências durante a sua produção, pois os alunos refletem, em seus discursos, interesses ou intencionalidades implícitos durante a abordagem da situação-problema.

Para Galbraith e Stillman (2006), a “*tradução*” de uma situação estudada para um modelo matemático é a parte mais difícil do processo de modelagem, pois, segundo os autores, alguns alunos encontram dificuldades em estabelecer hipóteses de trabalho e escolher variáveis consideradas apropriadas. Essas dificuldades, de acordo com Crouch e Haines (2004), ocorrem devido à falta de experiência dos alunos que apresentam dificuldades em distinguir os aspectos relevantes dos irrelevantes na situação. Porém, levando em conta o argumento posto por Christensen, Skovsmose e Yasukawa (2008), a definição do que é relevante depende do criador

do modelo matemático. Mesmo entre modeladores profissionais, podemos encontrar diferenças sobre os aspectos importantes a serem considerados na construção de um modelo matemático (BASSANEZI, 2002). Parece-nos, então, que a questão crucial nas discussões técnicas não é somente a capacidade dos alunos *identificarem os aspectos relevantes*, mas também a de *identificarem que a seleção de diferentes aspectos como relevantes geram diferentes modelos matemáticos*.

É possível que o professor corrobore as discussões técnicas produzidas pelos alunos. Em Barbosa (2007a), o autor mostra um caso de sala de aula em que os alunos tomam as falas do professor como pistas para a produção de um modelo matemático tido como legítimo naquela situação social. Podemos, então, inferir que a escolha dos aspectos relevantes para uma situação-problema pode ter a participação decisiva do professor, já que este acaba “legislando” sobre o que é um modelo legítimo ou não. Ao mesmo passo, porém, há evidências de que, quando os alunos estão mais familiarizados com o tema circunscrito na situação-problema, é possível que o professor não tenha um controle muito grande sobre a simplificação realizada pelos alunos (BARBOSA, 2007a).

Buscando gerar compreensões sobre as repercussões das ações discursivas do professor nas discussões técnicas produzidas pelos alunos, neste artigo, analisamos como os alunos **lidam com as sugestões oferecidas pelo professor, ou seja, sobre como simplificar a situação-problema, aos alunos**. Por conta deste foco, priorizaremos as discussões verbais, ainda que aquelas de outra natureza podem figurar secundariamente na análise. Notemos que se trata de uma análise micro-social, focalizando um tipo de interação professor-alunos. A importância de investigar este ponto repousa na possibilidade de gerar subsídios para refletir sobre a interação do professor com os alunos no ambiente de modelagem.

Contexto

Os dados aqui utilizados foram coletados na disciplina “Instrumentalização para o Ensino da Matemática (INEM) VI – Temas Transversais”, em uma turma do 6º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana – Bahia – Brasil, ministrada pelo primeiro autor deste artigo. A turma era composta por quinze alunos oriundos de diversos semestres.

De acordo com o projeto curricular do curso correspondente, essa disciplina é um momento de socialização dos alunos com aplicações da matemática, a partir de temas transversais. Nessa disciplina, o ambiente de modelagem é sempre utilizado, pois a matemática é trabalhada para estudar e entender fenômenos de outras disciplinas ou que atravessam diferentes disciplinas.

As aulas aconteciam uma vez por semana com carga horária de quatro horas e eram divididas em três momentos. No primeiro momento, o professor discutia com os alunos sobre um tema proposto por ele. Às vezes, o mesmo trazia reportagens e/ou dados sobre o tema a ser abordado. No segundo momento, os alunos eram convidados a trabalhar uma determinada questão em grupo, finalizando com a socialização e discussão das conclusões da atividade, fechando assim o terceiro momento do encontro.

Neste artigo, utilizamos dados vindos de um dia da aula em que foi trazida uma reportagem de jornal para a turma. Nela, falava-se sobre o baixo nível do lago do Sobradinho, no nordeste brasileiro, onde está instalada a hidrelétrica responsável pela produção de grande parte da energia que é consumida na região. O professor solicitava que os alunos fizessem a previsão do tempo necessário para o lago atingir o nível mínimo, caso não chovesse.

A aula foi organizada em três momentos: apresentação da tarefa, formação de grupos de alunos para abordagem da situação e, por fim, apresentação e discussão dos resultados na lousa. Para os fins do presente estudo, apresentaremos dados de momentos em que um grupo de alunas discute o encaminhamento da tarefa. Esse grupo era formado pelas alunas Carol, Kel, Mamá e Nay³. Para fins de organização, as discussões serão numeradas na ordem de apresentação neste artigo.

Destacaremos trechos das discussões das alunas e/ou do professor em que eles discutem a definição de um pressuposto para a situação-problema. Estes trechos foram recortados porque, em nossa análise, mostram as alunas lidando diferentemente com a sugestão do professor sobre o modo de simplificar a situação em diferentes momentos do ambiente de aprendizagem, levando-nos refletir sobre estas mudanças.

Procedimentos metodológicos

Neste estudo em que investigamos as ações discursivas dos alunos no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, o método utilizado se enquadra dentro do que se pode denominar de estudo qualitativo. Segundo Bogdan e Biklen (1992), a abordagem qualitativa focaliza o modo que as pessoas experienciam o mundo, o que é apropriado para o objetivo da pesquisa.

Selecionamos um grupo de alunas para observação, baseado no critério de disponibilidade de participação da pesquisa. Como o foco do estudo refere-se às discussões produzidas em um ambiente de modelagem, esse grupo escolhido foi observado.

3 Pseudônimos adotados pelas integrantes do grupo analisado.

Segundo Adler e Adler (1994), a observação consiste em recolher impressões do mundo circunvizinho através de todas as faculdades humanas relevantes, ou seja, a observação possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado (AGROSINO, 2008). Para registrar as observações, utilizamos a filmagem.

Neste estudo, utilizamos a observação de natureza não-estruturada. Neste tipo de observação, os comportamentos a serem observados não são predeterminados, e sim observados e relatados da forma como ocorrem ao pesquisador, visando descrever e compreender o que está ocorrendo em uma dada situação. Tendo em vista o propósito da pesquisa, interessamo-nos pelas interações verbais realizadas entre os alunos e entre estes e o professor durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem. O segundo autor acompanhou todos os momentos da aula e foi o responsável pela condução da observação. Também fizemos cópia de todo material escrito desenvolvido pelos alunos durante a atividade, agregando-se estes como documentos ao *corpus* de análise.

Do material transcrito, identificamos os episódios a serem analisados. A análise dos dados foi inspirada em alguns procedimentos analíticos da *Grounded Theory*, ainda que não tenhamos adotado sua instância indutiva (CHARMAZ, 2006). Após transcrever as gravações, lemos o *corpus* linha-a-linha, fazendo codificação e buscando identificar trechos de interesse para a pesquisa. Após isto, estes trechos foram interpretados em termos do seu conjunto, a partir da pergunta: o que está acontecendo aqui? Para o presente artigo, trazemos os trechos que estão convergentes com o objetivo anunciado.

Uma análise de dados

Como dito anteriormente, o professor trouxe uma reportagem do jornal *Tribuna da Bahia* para os alunos, publicada no dia anterior e solicitou que eles a lessem individualmente. Essa reportagem falava sobre o nível do reservatório de água do lago do Sobradinho (maior reservatório de água do Nordeste do Brasil), que se encontrava com apenas 15% do volume de água acima da sua capacidade mínima, o que poderia afetar produção de energia elétrica.

Após a leitura, o professor discutiu com a turma sobre o teor da reportagem. A apresentação do tema abordado despertou interesse e gerou debate entre os alunos. Observando o interesse apresentado pela turma, o professor convidou os alunos a se reunirem em grupos, propondo que ***fizessem uma previsão sobre quando o Lago do Sobradinho iria zerar o volume útil, considerando que não chovesse.***

Inicialmente, o grupo observado registrou o questionamento levantado pelo professor na lousa e o outro dado entregue anteriormente pelo mesmo (além da repor-

tagem do jornal, foram entregues, a cada grupo, dados extraídos do site Wikipédia⁴). Em seguida, as alunas procuraram o professor para discutir acerca da questão.

O trecho, a seguir, mostra as discussões no momento inicial da abordagem da tarefa com o professor:

- (1) **Carol:** Oh, professor! Esse volume que gera energia, não é isso? [*Nesse momento, a aluna está se referindo a parte listrada da figura 1*]
- (2) **Professor:** Quando está baixa, não dá pra girar as turbinas.
- (3) **Carol:** Eu considero esse volume útil como apenas... O volume que eu preciso para gerar a turbina, ou... Por exemplo, considera a partir daqui [*Nesse momento, a aluna aponta para as partes sombreada e listrada da figura 1*]. Esse é o volume útil?
- (4) **Professor:** Não.

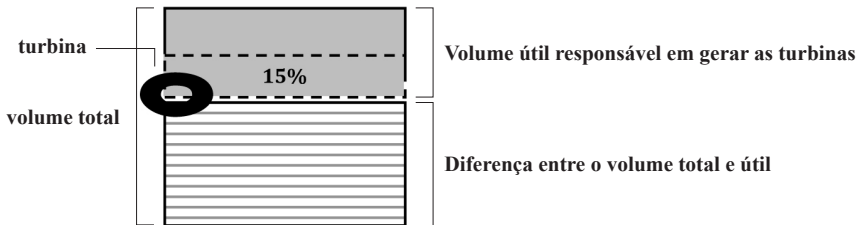


Figura 1: Explicação da representação similar ao desenho feito pelo grupo com auxílio do professor.

Nas falas do professor e de Carol não convergem sobre que volume considerar como útil. Enquanto a aluna tende a considerar o volume total como útil [fala 3], o professor não concorda [falas 2 e 4]. Para melhor visualizar, ela, com o ajuda do professor, construiu uma figura em seu caderno objetivando explicitar sua idéia, como esboçamos através da *figura 1*.

- (5) **Carol:** Mas, imagine se eu considero isso aqui [*Neste momento, a aluna aponta para a figura desenhada no caderno*]. Isso tudo é o volume útil ou só essa diferença? [*Referindo-se, respectivamente, às partes sombreada e listrada da figura 1*].
- (6) **Professor:** Só a diferença aqui. [*Se reportando à parte sombreada da figura 1*]. Só o que preciso para girar as turbinas?... Que as turbinas estejam no

4 http://pt.wikipedia.org/wiki/Usina_Hidrelétrica_de_Sobradinho

alto, correto? [*O professor utilizou o desenho da aluna pra explicar seu pensamento – figura 1*]. Ela está aqui. Se a água está aqui [*Referindo-se a parte listrada*]... A água não vai alcançar as turbinas para girar. Ela tem que está mais alta pra girar as turbinas.

- (7) **Carol:** Mas, só a diferença é o volume útil? [*nesse momento, a aluna faz uma expressão de desaprovação ao que foi dito pelo professor*].
- (8) **Professor:** É, só a diferença... Então nós temos assim: temos o volume total, é aqui [*Parte sombreada e listrada da figura 1*]. Temos o volume útil [*Parte sombreada da figura 1*]... Então, tem um volume que é diferente do volume total e do volume útil [*Parte listrada da figura 1*].

Na fala (5), a aluna mantém a dúvida sobre fazer a distinção entre volume útil e volume total. Percebemos que o professor, nas falas (6) e (8), tenta argumentar sobre a necessidade de fazer a distinção. Porém, a aluna não se mostra convencida, dirigindo uma pergunta ao professor em termos de dúvida. Outros alunos dos grupos, que assistiam à discussão, passam a participar dela, como segue no trecho abaixo.

- (9) **Mamá:** Então, a gente vai considerar que esses 15% são... É aqui, essa parte aqui [*referindo-se à parte sombreada figura 1*]
- (10) **Carol:** Só que esse espaço aqui também não é o volume máximo [*Reportando-se à parte sombreada e listrada da figura 2*]?
- (11) **Professor:** É... É [*Neste momento o professor concorda com a fala da aluna*]
- (12) **Carol:** Volume útil.

A aluna Mamá entra na discussão, concordando com a distinção entre volume útil e volume total [fala 9]. Não sabemos ao certo se a concordância se deu por convencimento ou pela autoridade da fala do professor. Entretanto, Carol não parece satisfeita. Ela assinala que o volume representado no esquema também não corresponde ao total [fala 10], fazendo o professor concordar [fala 11], para, na sequência, chamá-lo de volume útil [fala 12]. Em outro momento, o professor chama a atenção para as informações extraídas do Wikipédia sobre o Lago do Sobradinho.

- (13) **Professor:** Talvez tenha aí... Aí, essa informação [*Apontando para os dados do Wikipédia – tabela 1*].
- (14) **Kel:** Eu acredito que não, porque o volume total se refere aqui ao todo.
- (15) **Nai:** É, ao todo... Não, tá [*está*] aqui na reportagem como se fosse volume total e volume útil.

| | |
|---------------------------------------|-------------------------|
| Área de reservatório na cota 392,50 m | 4.214 km ² |
| Volume total do reservatório | 34.116 Hm ³ |
| Volume útil do reservatório | 28.669 Hm ³ |
| Vazão regularizada | 2.060 m ³ /s |
| Nível máximo | 393,50 m |
| Nível máximo operativo normal | 392,50 m |
| Nível mínimo operativo normal | 380,50 m |

Tabela 1: Dados do Reservatório Extraídos do Site Wikipédia.

Na fala (13), o professor sugeriu a consulta de novo material, o que parece ter lavado as alunas Kal e Nai [falas 14 e 15] a concordarem com a necessidade de distinção entre volume total e volume útil, o que aparecem explicitamente nas informações do Wikipédia.

- (16) **Professor:** Pode... Pode assumir aí... A reportagem não está perfeita, com essas informações... Agora ver se essas informações aqui não ajudam. [Mostrando os dados da Wikipédia]... Tem a área do reservatório...
- (17) **Kel:** O volume total do reservatório é... [Apontando para o valor de 34.116 hm³ da reportagem do Wikipédia].
- (18) **Professor:** Volume total do reservatório... [O professor lê as reportagens junto com as alunas].
- (19) **Kel:** Por aqui, dá pra você calcular o volume útil

Nas falas (16) e (18), o professor sugeriu a consulta ao material do Wikipédia, por considerar que a reportagem do jornal não apresentava informações suficientes para a solução do problema proposto. Observemos, que neste momento, Carol mais assiste à discussão com os demais membros do grupo do que participa.

Após este momento, o professor direcionou-se a outro grupo para fornecer assistência, deixando as alunas desenvolverem o problema com o auxílio das informações levantadas na discussão e na leitura do material...

- (20) **Nai:** Então, faz sentido aqui que o professor falou de considerar 15%, somente o que é útil... Porque, aqui [A aluna pega a folha com o desenho representado pela figura 1], ele disse que tinha a turbina... O volume que está aqui [Reportando-se à toda parte sombreada e listrada da figura 1]...

O que está aqui não é útil, não é? Útil só é o que roda a turbina. E aqui o volume total do reservatório é 34... O total... E o útil vai ser, vai ser só essa parte. [*Reportando-se à parte sombreada da figura 1*]

(21) **Carol:** É... e esses 15%, assim... Se a gente tomar o volume total, quanto é que dá pra ver se... Quanto de útil? [*A aluna reporta-se ao desenho da figura 1*].

Neste trecho, as alunas, inclusive Carol, começam a trabalhar com a distinção entre volume útil e volume total. Uma evidência de que Carol acabou aceitando esta hipótese é que ela focaliza a atenção sobre o valor do volume útil [fala 21]. A seguir, é um trecho em que eles procuram calcular ele.

(22) **Kel:** Ah, você faz uma regra de três, se você... 15%...

(23) **Carol:** 15%... imagine que ele está aqui [*Parte sombreada da figura 1*].

(24) **Key:** Do total... Corresponde a quanto do útil? Oh, 15% do todo... Você tira 15% daqui [*Parte sombreada da figura 1*].

(25) **Carol:** É, vamos calcular isso aí.

Nas falas (22), (23) e (24), as alunas, baseadas no desenho, decidem utilizar “regra de três” para acharem os valores correspondentes aos 15%. Dando continuidade à tarefa, o grupo desenvolveu os cálculos para encontrar o valor dos 15%. Elas utilizaram o valor do volume útil que é de 34.116 e com o uso da calculadora acharam 5.177,04, que representa o valor de 15% atual do lago. Depois de encontrar o valor correspondente a 15% do volume útil, o grupo tentou descobrir outros valores necessários para a continuação da questão. Em seguida, as alunas discutiram sobre a posição do volume útil do reservatório através do uso da representação feita por Carol [*figura 1*] como um referencial para a explicação necessária.

(26) **Kel:** Quando o reservatório é cheio, esse volume aqui [*Referindo-se a parte sombreada*] é útil.

(27) **Carol:** Ah, eu entendi, entendi... O volume.

(28) **Kel:** Assim, também, meu pensamento é esse. Se o reservatório estando cheio... Ele tem essa porcentagem aqui de volume útil, essa quantia tá [*está*] para...

(29) **Carol:** Então ah, então o que fica aqui embaixo é 34.116 menos 28.669.

(30) **Kel:** Isso... Então, aqui está o desprezível no caso [*Se reportando a parte listrada da figura 1*], né? Não vai gerar energia.

No momento anterior, nas falas (26), (28) e (30), Kel conseguiu compreender, através da figura, o que seria o volume útil do reservatório. Além disso, percebeu

que a parte listrada na figura 2 pode ser considerada desprezível, pois ela não é suficiente para colocar as turbinas em funcionamento.

Seguindo o desenvolvimento da atividade, o grupo com o auxílio do professor, decidiu por utilizar do programa Excel. Nesse momento, as alunas analisaram possíveis gráficos e tabelas sobre a relação energia versus volume, tentando produzir uma solução para a questão. Após algumas discussões e resoluções, o grupo chegou à conclusão que o lago zeraria seu volume útil em sete meses e meio, levando em consideração informações contidas nos dados da reportagem. Os trechos referentes a este momento não são trazidos neste artigo, por não apresentarem novos elementos para o objetivo de estudo que traçamos aqui.

Discussão

A análise dos dados realizada na secção anterior retrata uma progressão de discussões entre um grupo de alunas e o professor sobre como simplificar uma situação-problema. Uma das preocupações iniciais do grupo foi, então, definir variáveis – no caso, o volume útil e o volume total – como premissa para realizar uma matematização da variação do volume em função do tempo.

Inicialmente, a aluna Carol parece convencida de que o volume útil do lago do Sobradinho é o próprio volume total. É possível que ela não tenha observado a localização da turbina no lago para a geração de energia. A sugestão do professor em fazer a distinção entre volume total e volume útil, com recurso à uma figura, parece não ter a convencido. Não se trata de uma resistência para se engajar no ambiente de modelagem, como encontrado no estudo de Oliveira e Campos (2007), mas uma resistência em aceitar a sugestão do professor como plausível. Isso pode ter acontecido pelo fato de se estar tratando de um assunto que lhe é pouco familiar, o que talvez dificultou a atenção ao fato de que a turbina somente poderia funcionar a partir do volume de água que está acima do seu nível.

Mesmo reconhecendo o lugar privilegiado do discurso do professor, a aluna não adere, inicialmente, à sua sugestão. Neste ponto, podemos perguntar o que levou Carol a questionar a distinção entre volume útil e volume total do lago do Sobradinho? Como discutido em Barbosa e Lerman (2012), ao trazer situações movidas do dia-a-dia, das ciências ou das profissões para a matemática escolar, os alunos podem não mais ver o professor como a autoridade para falar daquele assunto. Isto, em termos gerais, difere de uma aula de matemática focalizada sobre um tópico matemático, em que o professor é considerado pelos alunos como autoridade. No episódio analisado aqui, falar sobre a variação do volume do lago no qual está

instalada uma hidrelétrica não parece ser reconhecido pelas alunas como parte da competência do professor de matemática.

Na sequência dos trechos analisados, observamos que Carol e os demais membros do grupo, estes que até então apenas assistiam à discussão entre ela e o professora, passam a adotar a sugestão do professor quando se deparam com as informações retiradas do Wikipédia. Nelas, constam a distinção entre volume útil e volume total. A partir deste momento, Carol parece aderir à sugestão apresentada. A partir deste momento, tanto Carol quanto o grupo operam com a definição das variáveis volume total e volume útil.

Os dados sugerem que as informações do Wikipédia tiveram mais autoridade para as alunas do que as sugestões do professor. Esta característica pode ser observada em outras experiências baseadas em modelagem relatadas na literatura (ALMEIDA; BRITO, 2005; BARBOSA, 2007b). Como o tema circunscrito pela situação-problema é externo à matemática escolar, os alunos – e mesmo, professores – buscam informações em fontes especializadas. Uma das conseqüências disto, assim nos parece, é o enfraquecimento da autoridade do discurso professor, dando aos alunos outras referências de confiabilidade.

Até aqui, temos utilizado a palavra autoridade de modo intuitivo. Wertsch (1991), inspirado em M. Bakhtin, refere-se a *discurso de autoridade* como aquele que demanda aceitação sem questionamento por parte dos interlocutores. No episódio analisado, a sugestão oferecida pelo professor foi enfraquecida, alternando o padrão comunicacional para o que Wertsch (1991), também com base em M. Bakhtin, aponta como um *discurso internamente persuasivo*. Este refere-se àquele caracterizado por inter-animação entre os discursos. Ele é caracterizado em termos de réplicas para cada enunciação. Observemos, nos episódios analisados na secção anterior, como houve uma inter-animação entre o professor e os alunos, uma vez que estes resistiam à sugestão oferecida pelo primeiro.

O discurso de autoridade, para os alunos, foi representado pelo Wikipédia. Ao tomar contato com este texto, o discurso de autoridade foi restaurado no ambiente de modelagem matemática, pois cessaram-se os questionamentos à sugestão para a simplificação da situação-problema. A análise do episódio, portanto, sugere que o discurso de autoridade pode ter uma origem externa à sala de aula, o que, por sua vez, está em consonância com características do ambiente de modelagem em mobilizar discursos externos à matemática escolar. Os alunos podem demandar o reconhecimento de quem possui autoridade para falar sobre a simplificação da situação-problema. Imaginemos uma situação-problema sobre a otimização do tempo em filas de supermercados. Neste caso, os alunos podem dar mais atenção às sugestões dadas por gerente do que aquelas oferecidas pelo professor.

Podemos, então, observar dois momentos de alternâncias no padrão comunicacional dos episódios analisados. O primeiro refere-se ao questionamento à sugestão do professor e o segundo à sua aceitação a partir do contato com o texto do Wikipédia. Estas alterações de padrões comunicacionais podem ser vistas em termos do que Scott, Mortimer e Aguiar (2006) chamam de pontos de alternâncias⁵. Os autores utilizam esta expressão para se referirem às mudanças entre os discursos de autoridade e aqueles internamente persuasivo ou vice-versa.

Parece-nos possível, agora, ver a resistência inicial à sugestão de simplificação em termos de resistência a um discurso de autoridade do professor, o que gerou uma alternância no padrão comunicacional. Uma hipótese é que os alunos não reconheceram o professor como autoridade para falar sobre aspectos qualitativos da situação-problema, mas sim uma fonte externa à sala de aula.

Podemos, neste ponto, fazer uma distinção entre *discurso de autoridade* e *autoridade do discurso*. Este último refere-se à legitimidade daquele que enuncia um discurso. Por exemplo, em uma aula de matemática, o professor de matemática possui legitimidade social para produzir discurso de autoridade que não demandam réplicas, questionamentos. Porém, o mesmo sujeito pode não ser a autoridade do discurso para se pronunciar sobre outros assuntos.

Assim, o episódio analisado sugere que, no ambiente de modelagem, a autoridade do discurso pode vim externo à aula de matemática, particularmente para dar conta das discussões técnicas, onde os alunos devem realizar a simplificação da situação-problema e convertê-la em representação matemática. Observemos que este deslocamento pode inclusive ser visto como uma característica deste tipo de discussões, já que, através delas, se discute as circunstâncias donde foi extraída.

Considerações finais

Neste artigo, focalizamos a produção das discussões técnicas em um ambiente de modelagem matemática, particularmente em termos de como os alunos lidam com as sugestões oferecidas pelo professor. A análise sugere que o *discurso de autoridade* do professor sobre a simplificação de uma situação-problema pode ser enfraquecido devido os alunos não reconhecerem nele uma *autoridade do discurso*. Este parece ser um aspecto mais geral pertinente ao ambiente de modelagem, já que, por assim dizer, o especialista sobre a situação-problema abordada se localiza externo à matemática escolar.

Esta possibilidade propiciada pela modelagem matemática pode produzir um padrão comunicacional reconhecido como *internamente persuasivo* (BAKHTIN,

5 Tradução livre de *turning points*.

2004). Esta noção é convergente com a noção de diálogo discutida em Alro e Skovsmose (2002). Segundo os autores, trata-se de um padrão comunicacional colaborativo em que um ouve o outro atentamente para produzir sua próxima fala. Isto implica em falar a partir do argumento posto pelo outro. Quando os alunos, por exemplo, resistem às sugestões oferecidas pelo professor, eles podem se engajar em um padrão dialógico. Assim, nesta altura, podemos dizer que o ambiente de modelagem matemática é potencialmente dialógico, já que pode produzir interações verbais desta natureza. Observemos que usamos o verbo “poder” para indicar possibilidade, pois depende da natureza das interações.

Pela análise produzida aqui, há evidências de que as discussões técnicas podem ter interações dialógicas, quando, por exemplo, os alunos resistem às sugestões de simplificação dadas pelo professores. Talvez pesquisas futuras devam identificar outras situações que gerem padrões comunicacionais desta natureza no ambiente de modelagem matemática.

Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer a Lourdes Maria Werle de Almeida (UEL), Jorge Costa Nascimento (UESB), Maria Cristina M. Martins (UFBA) e André Luis Mattedi Dias (UFBA), bem como aos integrantes do Núcleo de Pesquisa em Modelagem Matemática (NUPEMM) – www.uefs.br/nupemm – pelos comentários à versão prévia deste artigo.

Além disso, agradecemos à Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB) pelo apoio financeiro oferecido ao projeto de pesquisa do qual se derivou este artigo.

Referências

- ADLER, P. A.; Adler, P. Observational techniques. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Handbook of qualitative research**. Thousand Oaks: Sage, 1994. cap. 23, p. 377-392.
- AGROSINO, M. V. Recontextualizing observation: ethnography, In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Handbook of Qualitative Research**, 2. ed., Sage Publications, 2000. p. 729-745.
- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. **Ciência e Educação** (UNESP), v. 11, p. 1-16, 2005.
- ALRØ, H.; Skovsmose, O. **Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique**. Dordrecht: Kluwer, 2002.

- ARAÚJO, J. L. Modelagem Matemática na Geografia: aparentes contradições. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte : Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, 2007.
- BARBOSA, J. C. Mathematical Modelling in pre-service teacher education. In: MATOS, J. F. et al. (Ed.). **Modelling and Mathematics Education ICTMA 9: applications in science and technology**. Chichester: Horwood Publishing, 2001. p. 185-194
- BARBOSA, J. C. What is Mathematical Modelling? In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Ed.). **Mathematical Modelling: a way of life ICTMA 11**. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 227-234.
- BARBOSA, J. C. Students discussions in Mathematical Modelling. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICS AT THE UNDERGRADUATE LEVEL, 3., 2006, Istanbul. **Proceedings...** Istanbul: Turkish Mathematical Society, 2006. 1 CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. Teacher-student interactions in mathematical modelling. In: HAINES, C. et al (Ed.). **Mathematical Modelling (ICTMA12): education, engineering and economics**. Chichester: Horwood Publishing, 2007a. p. 232-240.
- BARBOSA, J. C. Mathematical modelling and parallel discussions. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 5., Larnaca (Cyprus). **Paper presented at WG13 (Applications and Modelling)**. 2007b.
- BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. **Acta scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008.
- BARBOSA, J. C.; LERMAN, S. Analysing mathematical modelling in classrooms: a Bernsteinian perspectiv. In progress, 2012.
- BASSANEZI, R.C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. Editora Contexto: São Paulo, 2002.
- BOGDAN, R C., Biklen, S.K. **Qualitative research in education: An introduction to theory and methods**. Boston, MA: Allyn and Bacon, 1992.
- BORROMEO FERRI, R. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 2, p 86-95, 2006.
- CHARMAZ, K. **Constructing grounded theory: a practical guide through qualitative analysis**. London: Sage, 2006.

- CHRISTENSEN, O. R.; Skovsmose, O.; Yasukawa, K. The mathematical state of the world – explorations into the characteristics of mathematical descriptions. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 1, n. 1, p. 77-90, 2008.
- GALBRAITH, P. & Stillman, G. A framework for identifying student blockages during transitions in the modeling process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v.38, n.2, 143–162, 2006.
- KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.
- JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. Mathematical modelling: a path to political reflection in the mathematics class. **Teaching Mathematics And Its Applications**, Oxford Journals, University of Oxford, v. 25, n. 1, p. 33-42, 2006.
- LERMAN, S. Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v.46, n.1-3, p.87-113, 2001.
- OLIVEIRA, A. M. P.; CAMPOS, I. S. As estratégias do professor a partir do “convite inicial” nas atividades de Modelagem Matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007. 1 CD-ROM, p.239-252.
- SCOTT, P. H.; MORTIMER, E. F.; AGUIAR, O. G. The tension between authoritative and dialogic discourse: a fundamental characteristic of meaning making interactions in high school science lessons. **Science & Education**, v. 90, n. 4, p. 605-631, 2006.
- SKOVSMOSE, O. **Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education**, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.
- SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**; tradução de Orlando de Andrade Figueiredo; Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papirus, 2008.
- WERTSCH, J. V. **Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action**. Cambridge: Harvard University Press, 1991.

Submetido em abril de 2010.
Aprovado em agosto de 2010.