

---

## **A produção de significados e a representação mental na solução de problemas mal-estruturados de matemática**

---

**Maria Alice Veiga Ferreira de Souza**

Professora, IFES

FAESA/Grupo de Pesquisa em Ed. Matemática

mariaalice@ifes.edu.br

### **Resumo**

A representação mental estaria associada ao grau de produção de significados de estudantes? Psicólogos cognitivistas e educacionais defendem que estudos sobre essas variáveis psicológicas em meio à solução de problemas acrescentariam informações aos resultados estatísticos que carecem de um delineamento dos processos cognitivos usados no desempenho dessas tarefas. O estudo contou com 141 estudantes de Ciência da Computação. Destes, doze foram analisados em suas representações e produções de significados de cinco problemas matemáticos mal-estruturados. Os principais resultados apontaram descolamento entre a representação mental e a produção de significados, seja como estudante ingressante ou concluinte. Além disso, reforçou-se que quanto mais evoluídos estiverem os conceitos escolares, maior a chance de sucesso na solução de problemas. A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel e a teoria dos Modelos Mentais de Johnson-Laird apoiaram a pesquisa.

**Palavras-chave:** Produção de significados. Representação mental. Pensamento matemático. Solução de problemas. Problemas mal-estruturados. Cognição.

---

## **Meaning production and mental representation in mathematical improperly structured problems solution**

---

### **Abstract**

The mental representation would be associated with the level of production of meaning for students? Educational and cognitive psychologists argue that these variables are psychological and that detailed studies of problem solving would add information to the statistical results that require a delineation of the cognitive processes used in carrying out these tasks. The study included 141 students of Computer Science. Of these, twelve were analyzed in their representations and productions of meanings of five mathematical improperly structured problems. The main results showed a mismatch between the mental representation and the production of meaning, whether as a student entrant or conclusive. Moreover, the reinforcement of the more advanced concepts are the school, the greater the chance of success in solving problems. The meaningful learning theory of David Ausubel and the Theory of Mental Models Johnson-Laird supported the research.

**Keywords:** Meaning production. Mental representation. Performance mathematical thinking. Problems solution. Improperly structured problems. Cognition.

## **Introdução**

A solução de problemas matemáticos requer correta articulação entre os elementos ali envolvidos. Para além desse requisito, o apoio cognitivo presente no processo de solução envolve variáveis psicológicas que, reunidas, formam o que se chama de pensamento matemático. Uma dessas variáveis é a representação mental adotada em meio à produção de significados pelo solucionador.

Por outro lado, a busca pela correta solução também pode revelar os significados gerados pelo sujeito de conceitos subjacentes e necessários nesse ínterim.

É nessa linha de pensamento que se estudou possíveis relações entre a produção de significados e a representação mental em meio à solução de problemas matemáticos mal-estruturados. **Estaria algum tipo de representação mental associado a maior ou menor grau de produção de significados?**

Psicólogos cognitivos, tais como Chi & Glaser (1992), defendem que uma adequada representação mental de um problema é um passo decisivo para sua solução e essa representação está associada aos processos de pensamento.

As representações mentais são maneiras de o indivíduo construir internamente o mundo externo, uma vez que não o captamos diretamente. O estudo dessa variável pode ampliar o conhecimento sobre os processos cognitivos presentes em meio à solução de problemas.

Ao contrário, resultados estatísticos expressam apenas o produto final e, assim, falam pouco da dinâmica do processo de construção da solução pelos indivíduos, seja no sucesso, seja no fracasso. Há, portanto, a necessidade de associação aos levantamentos estatísticos de um estudo dos processos subjacentes ao comportamento observável, que delinhe parte do processo de construção das soluções e evidencie sua produção de significados.

Para a compreensão dos modos como representam mentalmente o processo de solução de problemas pelos estudantes e produzem significados, foi preciso atingir os seguintes objetivos: 1) verificar como problemas matemáticos mal-estruturados foram representados mentalmente por estudantes; 2) verificar os significados produzidos por estudantes quando solucionavam problemas mal-estruturados; 3) estudar as relações existentes entre a produção de significados e a representação mental.

O primeiro objetivo visa identificar tendências na maneira de estruturar o pensamento. Por exemplo, um algebrista tenderia a pensar o conceito de derivada como taxa de variação, enquanto um geômetra poderia estruturar o raciocínio pela inclinação da reta tangente.

O segundo objetivo buscou captar os significados produzidos pelos sujeitos em meio à solução dos problemas, ou seja, se houve sequência coerente para a correta solução ou se ocorreram desvios que justificassem não solucioná-lo corretamente.

O terceiro objetivo perseguido foi o de relacionar as tendências na maneira de estruturar o pensamento com a produção de significados pelos estudantes. Poder-se-ia afirmar, por exemplo, que uma mente mais proposicional construiria uma estrutura de significados melhor que outra a ponto de se ter maior número de sujeitos solucionando corretamente o mesmo problema?

### **A representação mental segundo Johnson-Laird**

O psicólogo americano Philip Nicholas Johnson-Laird (1992) usou a ideia computacional para explicar a lógica mental dos seres humanos. O interesse de Johnson-Laird não estava voltado para o resultado de uma tarefa, mas para os efeitos de desenvolvimento no pensamento do sujeito. Era o processo que importava e não o produto final.

Johnson-Laird aprofundou estudos apoiados na teoria computacional da mente passando a investigar os modos como os sujeitos processavam mentalmente as informações quando em meio à solução de problemas. Foi assim que desenvolveu a teoria dos modelos mentais ao identificar, a princípio, três principais modos de se representar mentalmente as informações: a proposicional e a analítica, que ainda se subdivide em por modelos e por imagens.

Johnson-Laird (1983), afirma que as representações proposicionais são representações de uma proposição verbalmente expressável; os modelos mentais possuem uma representação direta e análoga à maneira com que o sujeito percebe e concebe aquela entidade. A estrutura analógica da representação pode variar consideravelmente, inclusive ser uma imagem. Já as imagens são representações específicas que reúnem aspectos perceptivos pelo sujeito das entidades em voga, vistas de uma forma particular.

Exemplificam-se essas ideias a partir da situação: “O estudante está lendo um livro”. Alguém poderia representar mentalmente essa situação como uma proposição, uma vez que é verbalmente expressável. Outro poderia construir um modelo de qualquer estudante lendo qualquer livro, talvez como um protótipo. Uma terceira pessoa formaria uma imagem de um estudante e um livro particular.

A teoria de Johnson-Laird (1983) é capaz de explicar fenômenos como o da formação de imagens mentais em pessoas portadoras de cegueira congênita, e se supõe, inicialmente, que nunca tivessem formado imagens visuais mentais, pelo menos, no sentido usual do termo.

Um dos experimentos era o de tatear mapas em uma prancha detectáveis por um cego. Pedia-se aos sujeitos que formassem uma imagem mental da prancha. Os deficientes visuais apresentavam padrões de respostas semelhantes aos de visão normal. O resultado sugeriu que a imaginação não dependia da experiência de per-

cepção visual e que o uso da imaginação pelo tato, sugeriu modalidades alternativas para a imaginação mental. Daí, as imagens podem ser formadas e controladas nas mentes humanas mesmo na ausência de estímulos visuais. Elas podem ser usadas para representar informação espacial ou para solucionar problemas.

Vale dizer ainda, que não existem modelos mentais completos para quaisquer fenômenos empíricos. Por exemplo, a ideia de televisão pode ser a de uma caixa que mostra figuras se movendo acompanhadas de som para uns. Para outros, pode ser vista como um tubo de raios catódicos emitindo elétrons em uma tela.

A teoria de modelos mentais de Johnson-Laird serviu de base para entender os modos como os estudantes representam problemas matemáticos.

### **A produção de significados segundo David Ausubel**

David Paul Ausubel desenvolveu teoria sobre a aprendizagem cognitivista que pode ser entendida como uma organização e reorganização da estrutura cognitiva a partir da evolução de conceitos, criando um complexo organizado de informações. A aprendizagem afetiva e a psicomotora são outros aspectos de uma mesma aprendizagem, que não foram negadas por Ausubel, conforme Moreira e Masini (2001), que priorizou estudos pelo lado cognitivo.

A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel defende que a estrutura cognitiva dos sujeitos sofre alterações à medida que ocorrem aprimoramentos sobre conteúdos já existentes nessa estrutura promovidos por meio da aprendizagem. Se os conteúdos forem absolutamente novos, ele se fixará à estrutura de maneira aleatória até que ocorra uma associação com algo pré-existente. Nesse sentido, Ausubel, Novak e Hanesian (1978) nos ensinam que conteúdos fixados (ou subsunçores) na estrutura cognitiva ganham especial importância, pois são sempre passíveis de abrangência e de ponto de partida para novos pontos de ancoragem. Assim, reforça-se que uma aprendizagem significativa ocorre quando esteja relacionado a algo já pré-concebido na estrutura cognitiva e que lhe faça, portanto sentido.

Ausubel destaca que um elemento fixado à estrutura cognitiva do sujeito pode ser uma imagem, um conceito, um som, um princípio etc. É justamente nesse ponto que se verifica importante interseção nas teorias de Ausubel e de Johnson-Laird e que deram apoio a essa pesquisa.

### **O favorecimento mútuo da teoria de Ausubel e a teoria de Johnson-Laird**

Ausubel apesar de afirmar que uma imagem, um conceito, uma expressão analítica matemática, como exemplos, podem se fixar à estrutura cognitiva de alguém e, ser

potencialmente ponto de partida para outros elementos de mesmo tipo ou tipos diferentes, não estudou a tendência que o sujeito teria para fixar essa informação. Em outras palavras, Ausubel não se preocupou em conhecer tendências para a fixação das informações. Como exemplo, um sujeito poderia compreender determinado conteúdo de diferentes maneiras, mas quando necessitasse acioná-lo para a solução de um problema, esse sujeito poderia tender a tomá-la de determinada maneira e não de outra, tal como no conceito de derivada de forma mais analítica ou de forma mais geométrica.

Johnson-Laird, ao contrário, dedicou-se ao estudo da qualidade da informação a ser fixada nessa estrutura, apesar de não se expressar assim. Esse teórico quis conhecer tais tendências sem se preocupar com os pontos de ancoragem que compunham a estrutura cognitiva dos indivíduos.

Adicionalmente, Ausubel estudou a estrutura cognitiva de sujeitos ao aprimorarem os conceitos apreendidos em meio ao processo de aprendizagem e de como eles evoluíam e se interconectavam gerando estruturas mais bem elaboradas. Etapa não desenvolvida por Johnson-Laird.

Nessa perspectiva, essas teorias apoiaram o estudo no sentido de se conhecer as tendências mentais e a consistência da estrutura cognitiva dos estudantes quando em meio à solução de problemas.

### **Problemas matemáticos mal-estruturados**

Uma atividade mental matemática emerge em meio à solução de um problema de Matemática. Essa solução é vista por muitos estudiosos como um processo composto por etapas integradas, visando alcançar uma solução (Sternberg, 2000; Johnson-Laird, 1992; Mayer, 1992; Polya, 1946). Johnson-Laird (1992), por exemplo, afirmou serem necessárias investigações experimentais para aprender-se mais sobre os processos mentais subjacentes ao raciocínio. Uma maneira seria fornecer aos sujeitos problemas e observar as características do processo de solução para tentar explicar esses complexos processos mentais.

Um problema pode ser entendido como uma tarefa na qual a solução ou meta não é alcançável imediatamente e não existe um algoritmo óbvio para uso. Um sujeito vê-se diante de um problema quando deseja algo que não sabe imediatamente com que série de ações poderá solucioná-lo (Bruner, 1997; McLeod, 1989; Newell & Simon, 1972; Polya, 1946). De acordo com Sternberg (2000, p.309), de maneira geral, os psicólogos cognitivos classificaram os problemas como sendo bem-estruturados ou mal-estruturados como um *continuum*. Os problemas bem-estruturados possuem caminhos claros para a solução, enquanto os mal-estruturados não apresentam essa

característica. A determinação da área de um paralelogramo é exemplo de problema bem-estruturado porque, uma vez aprendida a maneira de se calcular a área dessa figura, basta acioná-la e utilizá-la para a solução. Em geral, o uso direto de fórmulas matemáticas na resolução de problemas não exige do sujeito maiores esforços mentais por já haver um trabalho pretérito cognitivo que fez com que o sujeito soubesse reconhecer seus usos em casos concretos. É o caso de situações em que se identifica um triângulo retângulo e, logo se remete ao Teorema de Pitágoras.

Ao contrário, problemas do tipo probabilísticos seriam mal-estruturados. Por exemplo, observe o seguinte problema: suponha que você esteja se vestindo em um quarto escuro. Em sua gaveta você tem quatro pés de meias vermelhas, três azuis e duas marrons. Se você escolhe aleatoriamente dois pés de meia (avulsos), qual é a probabilidade de eles formarem um par? Nesse tipo de problema, não há qualquer fórmula pré-estabelecida na Matemática que o sujeito possa acionar em sua estrutura cognitiva a fim de aplicá-la e obter rapidamente a resposta. Será preciso acionar diferentes módulos mentais, organizá-los e, coerentemente, convergir para a solução.

### **Método, instrumentos e procedimentos**

Participaram do estudo doze estudantes, seis ingressantes e seis concluintes, de Ciência da Computação de uma instituição de ensino privada do estado do Espírito Santo, extraídos de uma população de 141 estudantes, formando uma amostra aleatória estratificada (Triola, 1999), segundo estudo piloto realizado.

Os estudantes foram convidados a solucionar cinco problemas matemáticos mal-estruturados utilizando a técnica do “pensar em voz alta”, de forma individual, em local previamente testado e agendado, na própria instituição de ensino, com imagens e sons registrados por uma filmadora estrategicamente localizada. Essa técnica de coleta e análise de dados abordada foi amplamente testada por Powell, Francisco e Maher (2004).

Um dos cinco problemas proposto foi o seguinte:

**Problema:** Quarenta peixes foram apanhados em um lago com uma rede; cada peixe recebeu uma marca de identificação e todos foram devolvidos ao lago. Em um outro dia, 60 peixes foram apanhados do mesmo lago com uma rede. Entre eles, havia 4 com a marca de identificação. Como se pode estimar aproximadamente o número de peixes no lago?

Observe que esse é um tipo de problema mal-estruturado, pois não existe qualquer fórmula matemática ou esquema pré-estabelecido para sua solução. É preciso que o indivíduo compreenda bem os elementos e suas relações para, daí, buscar uma organização mental eficiente para sua solução que é de 600 peixes.

Após a aplicação dos cinco problemas, os estudantes foram questionados sobre a interpretação dos textos dos problemas, sobre os conceitos reconhecidos e uso de conteúdos matemáticos específicos para a solução. Essa providência tem a ver com o que Ausubel chamou de subsunçores. Era preciso verificar se o estudante possuía pontos de ancoragem para a solução dos problemas, ou seja, se existia material mental em sua estrutura que pudessem proporcionar significados eficientes.

**Tabela 1: Representação mental predominante dos doze estudantes**

Estudante	Ingressantes/ Concluintes	Representação mental predominante
1	ingressantes	proposicional-analítica
2		proposicional-analítica
3		proposicional
4		proposicional
5		proposicional
6		proposicional
7		proposicional
8	concluintes	proposicional
9		proposicional
10		proposicional
11		proposicional
12		analítica

As entrevistas foram do tipo semi-estruturada (Ludke & André, 1986, p.34), por seguir um roteiro não aplicado rigidamente, permitindo adaptações no transcorrer da mesma. O estudo se classifica como quase-experimental, sob a ótica de Campbell & Stanley (1979), por não haver controle absoluto dos estímulos experimentais provocados pela pesquisadora sobre os sujeitos e, no entendimento de Eichelberger (1989), como uma pesquisa descritiva correlacional, por se estudar relações entre variáveis psicológicas descrevendo-as apenas, sem que um tratamento especial seja dado aos sujeitos.

### **Análise e discussão dos resultados**

A análise dos dados foi realizada a partir da metodologia de vídeo desenvolvida por Powell, Francisco e Maher (2004). Para eles, o uso do vídeo em pesquisas

observacionais em Educação Matemática possibilitou investigar a realização de tarefas matemáticas mais minuciosamente, por permitir o reexame dos dados continuamente, e dando condições de captar elementos não percebidos antes, superando limitações humanas.

O estudo revelou as representações mentais predominantes, bem como a abrangência de significações produzidas pelos doze estudantes, conforme tabela 1.

A pesquisa não conseguiu distinguir dentro da representação analítica, qual seria um modelo e qual seria uma imagem. Seriam necessários mais testes para diferenciar essas espécies de tipos mentais dentro do gênero da representação analítica. Por isso, foi dado um tratamento geral sempre que um ou outro estivesse presente nas análises. Da mesma maneira, o estudo revelou oscilação de alguns estudantes entre as representações proposicional e analítica na solução dos cinco problemas, daí a adoção do termo proposicional-analítica para esses casos.

Apresentam-se aqui as soluções dos estudantes 1, 3, 5, 9 e 12 para o problema dos peixes no lago, por contarem com maior diversidade das variáveis em observação.

A figura 1 mostra a solução escrita do estudante 1 a esse problema. Esse estudante identificou corretamente os elementos dos problemas e construiu relações eficientes entre eles. Em um constante ir e vir verificava as lógicas que encontrava nessa construção, percebendo enganos de diferentes ordens. Ele não possuía qualquer algoritmo conhecido para a solução, justamente por ser um problema mal-estruturado.

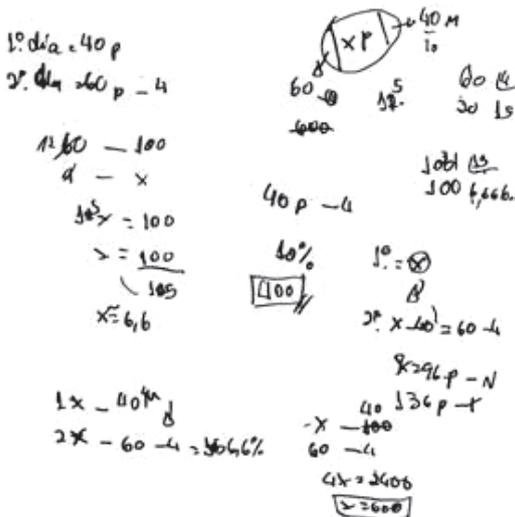


Figura 1: Solução do problema dos peixes no lago – estudante 1

O estudante reconheceu a proporção existente no problema, o que o auxiliou a compreender a estimativa de peixes no lago. Esse “ir e vir”, conforme Johnson-Laird (1983), aponta o cuidado em se manter presentes na memória os elementos do problema, minimizando a possibilidade de um fracasso provocado por lapsos dessa natureza.

Além disso, a conexão feita em sua estrutura cognitiva sobre o que compreendia a respeito de proporções revelou ser eficiente bastante para conduzi-lo à correta solução. Talvez esse tenha sido o subsunçor mais importante para esse estudante nessa solução, o que foi constatado posteriormente na entrevista.

Ademais, a familiaridade com os elementos do problema ocorreu com a imagem do lago e dos peixes sendo retirados e identificados. O estudante revelou que essas imagens estiveram presentes em sua mente ao longo do processamento. Seus protocolos (discursos) indicaram que ora o estudante imaginava pessoas retirando e identificando os peixes, ora ele se imaginava nessas ações, o que foi confirmado com as seguintes afirmações durante a solução: “**eles** tiraram 60 e acharam mais 4”; “...dos 4 que **eu** peguei...”; “...40 peixes que **eu** marquei...”. Esse fato reforçou o uso da representação imagética durante o processamento da informação.

De fato, essa representação e produção de significados pareceram ser suficientes para a solução do problema, mas por insegurança, o estudante desejou “prová-la” por via matemática. A transposição da representação analítica para a proposicional não foi imediata, necessitando de constantes retrospectivas pelo estudante.

Assim, o estudante 1 apresentou uma mente proposicional-analítica, na classificação de Johnson-Laird, e teve como principal subsunçor para o problema dos peixes o significado de proporção. Nesse sentido, para Ausubel, a compreensão do que seja uma proporção para esse estudante foi definitiva para a associação entre o que ele possuía em termos de material mental e a situação do problema. Esclarece-se que esse sujeito agiu semelhantemente na solução dos outros quatro problemas.

O estudante 3, ingressante, não estabeleceu relações eficientes entre os elementos dos problemas, de uma maneira geral. Não pareceu ter havido falhas na compreensão textual. O reconhecimento do problema como sendo um problema de conjuntos não contribuiu para a solução correta. É verdade que o problema poderia ter sido solucionado por essa via, mas ela não lhe conferiu apoio bastante para tal, apesar de tantos anos de escolaridade em Matemática. O conteúdo de conjuntos é introduzido nas primeiras séries do Ensino Fundamental e segue os onze anos de escolaridade em matemática.

Especificamente, no problema dos peixes no lago (figura 2), havia meios de o estudante ter verificado se suas análises estariam corretas ou não, pelo próprio uso de conjuntos, mas não o fez, diferentemente do estudante 1.

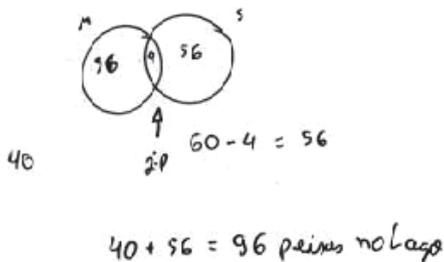


Figura 2: Solução do problema dos peixes no lago – estudante 3

Apesar de esse estudante ter apresentado uma representação mental analítica para o problema, ele foi classificado como tendo uma representação predominantemente proposicional, de acordo com os protocolos (discursos) durante a solução dos outros problemas, bem como com a confirmação posterior ao lhe ter perguntado sobre essas representações. O estudante revelou que, no problema dos peixes, a figura dos diagramas esteve sempre presente em seu processamento. Essa revelação foi convincente por estar em sintonia com os protocolos orais durante a solução, como “isso aqui é uma **questão simples de conjunto**” e “...nesse **conjunto** todo...”.

O fato de ter apresentado representação predominante proposicional e sem maiores produções de significados remeteu aos resultados de pesquisas realizadas por Clark (1969) e Sternberg (1980): o uso de uma representação linguística é mais eficaz quando o sujeito domina plenamente as relações existentes no problema e, nesse caso, as imagens, num sentido amplo, ficam em segundo plano, como se não necessitassem desse apoio.

Da mesma forma, Kosslyn (1992, p.188) declarou ser a imagem mental um meio útil de se lidar com problemas abstratos, mas essa utilidade pode ser descartada, se o material for altamente familiar e se a informação verbal tiver sido bem aprendida. Isso parece explicar a conduta de alguns estudantes ao quererem partir para o uso da linguagem matemática imediatamente, sem ter havido uma plena compreensão das relações entre os elementos do problema. Foi o que ocorreu com o estudante 3 nas soluções dos outros problemas.

Nesse caso, suspeita-se de que os conceitos constantes em sua estrutura cognitiva necessite sofrer aprimoramentos a fim de que subsidie a solução de problemas mal-estruturados. O estudante 3 afirmou na entrevista que a linguagem matemática sempre foi muito cobrada durante sua escolaridade anterior à superior. Esse fato reforça a tendência desse estudante para soluções ligadas às representações proposicionais. No entanto, a ausência de domínio sobre os elementos do problema, fez

com que essa trajetória não fosse a mais adequada, conforme observações de Clark (1969), Sternberg (1980) e Kosslyn (1992).

Esse fato leva à ideia de uma forte manipulação matemática dissociada de seus significados. A estrutura cognitiva do estudante 3 parece estar baseada em ancoragens aleatórias e com baixo poder de conexão, provavelmente fruto de uma aprendizagem mecanizada.

Resumindo, o estudante 3 buscou prioritariamente o subsunçor de conjuntos, mas esse ponto de ancoragem não pareceu produzir significados suficientes para apoiar a solução do problema dos peixes, podendo ter sido uma potencial via de solução. Além disso, a representação proposicional pareceu dissociada da opção pelo subsunçor.

O estudante 5, ingressante, relacionou eficientemente os elementos dos problemas propostos. A representação mental apresentada foi exclusivamente proposicional. Em todos os problemas, o estudante afirmou não possuir qualquer imagem ou esquema que o auxiliasse no processamento. Curioso notar esse fato, pois houve passagens no texto do problema que poderiam deixar margem a dúvidas tais como: “então 40 peixes foi o que eu peguei primeiro”; “o número de marcados que eu encontrei”; “quer dizer que meu lago tem 600 peixes”. Os protocolos escritos denunciam a mesma tendência proposicional (figura 3). O uso de uma mesma referência pessoal nos protocolos dos estudantes 1 e 5, sendo as representações mentais diferentes (proposicional-analítica para o primeiro e, exclusivamente, proposicional para o segundo) leva a crer não ser essa uma característica específica de alguma representação, como poderia se pensar, mas uma maneira particular de o estudante se organizar frente a um problema. Os significados produzidos por esse estudante confirmam a defesa de que a representação proposicional é mais bem utilizada para sujeitos que possuam conceitos mais bem elaborados e, isso leva a crer que haja uma estrutura cognitiva mais avançada em termos conceituais pelo sujeito.

$$\begin{array}{l}
 \text{E5-} \\
 40 - x\% \\
 \\
 60 - 100\% \\
 4 - y\% \\
 2 \\
 \\
 15y = 100 \\
 y = \frac{100}{15} = \frac{20}{3} \\
 \\
 40 - \frac{1}{3} \cdot 100\% \\
 2 - 100\% \\
 \\
 \frac{1}{3} \cdot 2 = 200 \\
 \boxed{Z = 600}
 \end{array}$$

Figura 3: Solução do problema dos peixes no lago – estudante 5

Observe que o principal subsunçor utilizado foi uma simples regra de três. A intimidade com equações e sentenças matemáticas reveladas na solução dos cinco problemas não deixaram dúvidas quanto à sua mente ser proposicional.

3) 40 peixes (cada marcação)  
60 peixes (4 q marcação)  
100 peixes

$$40 - \frac{60}{4} = 40 - 15 = 25 \text{ peixes no lago}$$

Figura 4: Solução do problema 3 – estudante 9

O estudante 9, concluinte, não estabeleceu relações eficientes entre os elementos dos cinco problemas. Além disso, apresentou deficiência no estabelecimento de coerências no que fazia. As operações desconexas do problema dos peixes no lago (figura 4) indicaram ausência de significado para o uso da linguagem matemática. Mais uma vez, conforme os autores citados, o uso de uma representação linguística mostra-se mais eficiente quando se dominam as relações do problema.

Vale notar que o único problema que o estudante 9 mais se aproximou de uma solução correta e sem cometer enganos em suas relações foi o que ele representou analiticamente.

A solução dada ao problema dos peixes no lago poderia ter sido avaliada com a simples lembrança de que se quarenta peixes foram apanhados do lago e marcados, como se poderia declarar ter vinte e cinco peixes no total? Essas incoerências foram igualmente verificadas nas soluções dos outros problemas. Os números não pareceram fazer sentido para esse estudante.

Por isso, infere-se desse estudante não ter havido identidades importantes com subsunçores capazes de apoiá-lo na solução. A tendência proposicional parece não ser efetiva a ponto de produzir os significados que lhe seriam potenciais.

O estudante 12, concluinte, apresentou representação mental exclusivamente analítica. Em todos os problemas o estudante afirmou acionar alguma imagem ou esquema que o auxiliasse no processamento. No problema dos peixes no lago (figura 5), especificamente, várias passagens reforçaram seus protocolos a respeito desse modo de representar os problemas: «foram jogados de volta...»; «se pra cada peixe eu pegar 4 identificados...»; «eu jogaria a rede...»; «... que seria os que eu identifiquei».

$$\begin{array}{r}
 40 \text{ peixes foram identificados} \\
 60 \text{ peixes} - 9 \text{ identificados} \\
 \times 10 \\
 \hline
 600 \text{ peixes} \quad 90 \text{ identificados} \\
 \hline
 4 \text{ total no lago}
 \end{array}$$

Figura 5: Solução do problema dos peixes no lago – estudante 12

Os protocolos escritos também denunciaram essa tendência. Baseando-se ainda em suas declarações, o estudante revelou possuir uma conduta para solucionar problemas que é a de sempre aproximar para algo que o faça “ver” e compreender o que há por trás do que está sendo dito, reforçando a teoria de Ausubel no que diz respeito a uma sólida estrutura cognitiva. Nesse sentido, arrisca-se dizer que esse «estar por trás» declarado pelo estudante revela a busca de apoio cognitivo para delinear as relações não explícitas no texto do problema. Esse estudante reconheceu o problema dos peixes como sendo resolvido por regra de três, apesar de apresentar uma mente analítica, contrapondo-se ao estudante 5.

### Conclusões

Nove dos doze estudantes apresentaram uma tendência proposicional para representar problemas matemáticos mal-estruturados, não diferindo entre ingressantes e concluintes.

Na maior parte das vezes que os estudantes julgavam não ter completo domínio a respeito de como conduzir certa solução, partiam para um apoio analítico. Esse fato ocorreu mais frequentemente com as soluções dos problemas em que os estudantes foram considerados “proposicionais-analíticos”. Uma vez sentindo-se dominar aquela situação, prosseguiram de maneira proposicional.

O uso da representação proposicional foi bem sucedido por aqueles que apresentavam conceitos matemáticos mais evoluídos como foi o caso dos conceitos de proporção, de conjuntos, e da regra de três subjacentes aos problemas.

Observou-se que os estudantes buscavam subsunçores diferentes para os mesmos problemas e isso não teve qualquer relação com a tendência de se pensar de modo mais proposicional ou mais analítico. Significa dizer que a estrutura cognitiva que Ausubel defende existir de modo singular para cada sujeito pode ser acionada de diferentes maneiras, mais analítica ou mais proposicional, conforme Johnson-Laird.

Outro fator que merece realce foram os resultados do estudante 5 e do estudante 12, que mostraram ser possível ser totalmente proposicional ou totalmente analítico e que essa característica não foi exclusiva de ingressante ou concluinte. Esses estudantes não utilizaram os mesmos conceitos matemáticos para solucionar o mesmo problema e, ambos obtiveram êxito.

Por isso, do exposto conclui-se que a correta solução de um problema não está associada a uma representação mental específica, mas em que grau de evolução se encontra os conceitos matemáticos em sua estrutura cognitiva e de como ele transita por elas. Estudantes com estruturas cognitivas mais bem elaboradas ao longo de sua escolaridade pareciam ter bons subsídios para elaborar seus pensamentos para a correta solução.

Os fracassos observados nas soluções podem ser atribuídos: 1) à impossibilidade de estabelecimento de relações eficientes entre os elementos do problema, o que inclui a flexibilidade para trabalhar as diferentes representações mentais que pudessem apoiar as dificuldades ali encontradas, uma vez que se tratava de problemas mal-estruturados, ou seja, que não havia um algoritmo pronto para uso; 2) pela opção de uma representação proposicional desligada da produção de significados que deveria ter ocorrido e; 3) pela intensa carência de maiores conhecimentos sobre solução de problemas matemáticos (como não realizar uma leitura completa preliminar do problema).

O estudo indica a importância de se conhecer como indivíduos constroem mentalmente suas soluções matemáticas – se em uma tendência proposicional ou analítica-, pois isso pode subsidiar a maneira como os professores exploram os conteúdos em sala de aula. A diversificação de suas explanações pode gerar significados para mais estudantes sob sua responsabilidade. Por exemplo, explorar as diferentes soluções de sistemas lineares pelo escalonamento e, diferentemente, pela posição relativa geométrica favoreceria mentes mais proposicionais e mais analíticas, respectivamente. Tal providência enriqueceria suas estruturas cognitivas pela geração de significados e, assim, influenciando fortemente a solução de problemas mal-estruturados tal como o revelado nesse estudo.

## **Referências**

AUSUBEL D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Educational psychology: a cognitive view**. New York: Holt, Rinehart and Winston Inc, 1978.

AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. Oxford, England: Grune & Stratton, 1963.

BRUNER, J. **Realidade mental, mundos possíveis**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

CAMPBELL, D. T.; STANLEY, J. C. **Delineamentos experimentais e quase-experimentais de pesquisa**. São Paulo: EPU, 1979.

CHI, M. T. H., GLACER, R. A. Capacidade para a solução de problemas. In Sternberg (Ed.), **As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações** (pp.250-275). Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

CLARK, H. H. Linguistic processes in deductive reasoning. **Psychological Review**, 76, 387-404, 1969.

EICHELBERGER, R.T. **Discipline Inquiry**: understanding and doing educational research. New York: Longman, 1989.

JOHNSON-LAIRD, N. P. A capacidade para o raciocínio dedutivo. In Sternberg (Ed.), **As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações** (pp.194-216). Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1992.

JOHNSON-LAIRD, N. P. **Mental models**. Cambridge: Harvard University Press, 1983.

KOSSLYN, S. M. A capacidade para trabalhar mentalmente com imagens. In Sternberg (Ed.), **As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações** (pp.169-193). Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

LUDKE, M., ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MAYER, E.R. **Thinking, problem solving, cognition**. New York: W.H.Freeman and Company, 1992.

McLEOD, D. B. The Role of Affect in Mathematical Problem Solving. In: **Affect and Mathematical Problem Solving**: a new perspective. New York: Springer, 1989.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2001.

NEWELL, A., SIMON, H. A. **Human Problem Solving**. New Jersey: Prentice-Hall, 1972.

POLYA, G. **How to solve it: a new aspect of mathematical method**. Princeton: Princeton University Press, 1946.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de idéias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, Rio Claro, 21, 17, p.81-140, 2004.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 2000.

STERNBERG, R.J. Representation and process in linear syllogistic reasoning. **Journal of Experimental Psychology: General**, 109, 119-159, 1980.

TRIOILA, M. F. **Introdução à Estatística**. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

Submetido em março de 2012

Aprovado em junho de 2012